Bibliographie.

Franz Baur, Korrelationsrechnung (Math.-Phys. Bibliothek, 75), VI + 57 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1928.

Der durch seine grundlegenden meteorologischen Korrelationsuntersuchungen wohlbekannte Autor versucht in diesem ausgezeichneten Büchlein die Korrelationstheorie allgemein zugänglich zu machen. Wahrscheinlich hätte er sein Ziel besser erreicht, wenn er anstatt der zahlreichen, wenig bekannten, komplizierten Bezeichnungen verschiedener Statistiker die übliche Bezeichnungsweise der Wahrscheinlichkeitsrechnung angewendet hätte; auch die angewandten vielen Abkürzungen wirken oft störend.

Im ersten Kapitel sind die Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung und die der statistischen Verteilungen behandelt. Kapitel II ist den Prinzipien der Korrelationstheorie gewidmet; sodann werden im Kapitel III die sogenannten Maßzahlen der Verteilungen behandelt. Endlich werden in Kapitel IV die Fehler der Maßzahlen und ihre Deutung besprochen und es werden (Kapitel V) die vorhergehenden Betrachtungen auf n Variablen (n Dimensionen) verallgemeinert.

Karl Jordan.

Jose Isaac Corral, Cantidades Complejas (Memorias Cientificas de la Direccion de Montes y Minas, I), 160 pages, Habana, Secretaria de Agricultura, Comercio y Trabajo, 1929.

Théorie et applications diverses des nombres complexes. Comparé aux traités connus, la différence la plus essentielle que présente le livre de M. Corral, consiste en ce qu'il préfère de mettre les nombres complexes sous la forme $\varrho(\sin\alpha + i\cos\alpha)$ au lieu de la forme classique $\varrho(\cos\alpha + i\sin\alpha)$. Malheureusement, nous n'avons pu nous rendre compte de la portée de cette innovation.

L. Kalmár.

Jose Isaac Corral, Relatividad Eliptica, Parte III: **Geometrisacion de la fisica en los universos positivos** (Memorias Cientificas de la Direccion de Montes y Minas, II), 132 pages, Habana, Secretaria de Agricultura, Comercio y Trabajo, 1929.

Essay de construire une mécanique analogue à la théorie générale de la relativité, en remplaçant l'équation des ondes

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}-\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=0$$

par l'équation *elliptique*

$$\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2}=0.$$

L. Kalmár.

C. A. Bjerknes, Niels Henrik Abel, eine Schilderung seines Lebens und seiner Arbeit, umgearbeitete und gekürzte Ausgabe von V. Bjerknes, deutsch von Else Wegener—Köppen, V + 136 S., Berlin, J. Springer, 1930.

Das ursprüngliche Werk von C. A. Bjerknes, eine erweiterte und umgearbeitete französische Übersetzung seiner schwedischen Arbeiten über Abels Leben, ist in 1885 erschienen. Es war zwar sein Ziel, die Lebensgeschichte und Tätigkeit Abels für einen weiten Lesekreis darzustellen; doch ist er aus speziellen Gründen zu tief in die Entstehungsgeschichte der elliptischen Funktionen eingedrungen, so daß sein Werk nicht die gewünschte Popularität erfahren hat. Dies veranlaßte seinen Sohn V. Bjerknes, das Buch zu Abels hundertjährigem Todesjubiläum wieder herauszugeben; er hat dabei die für den Laien schwierige mathematische Einzelheiten unterdrückt, ferner die bibliographischen Angaben ergänzt.

In der neuen Form wird das Buch voraussichtlich sein eigentliches Ziel erreichen: das tragische, früh unterbrochene Leben des höchst begabten, aber von seinem Zeitalter nicht verstandenen Forschers, das ja weit über die Fachkreisen ein Interesse beansprucht, einem breiteren Kreis bekannt zu machen.

E. Bordács.

David Hilbert, Grundlagen der Geometrie (Wissenschaft und Hypothese, VII), siebente umgearbeitete und vermehrte Auflage, VII + 326 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1930.

Schon vor 24 Jahren schrieb eine fachkundige Feder über Hilberts Untersuchungen über die Grundlagen der Geometrie: „Abschließend in dieser Richtung sind Hilberts bahnbrechende Grundlagen . . ." (Katalog aus B. G. Teubners Verlag auf dem Gebiete der Mathematik usw., 101. Ausgabe, dem IV. internationalen Mathematiker-Kongreß in Rom, 6.—11. April 1908, gewidmet, S. XVIII). Dieses Werk liegt nun in siebter Auflage vor. Wie treffend die Bezeichnung „bahnbrechend" in jenem Urteil ist, zeigt die große Anzahl der Forschungen, die an Hilberts Axiomatik anknüpfen mit dem Ziel, das Hilbertsche System zu vereinfachen. Die wichtigsten sind in die Neuauflage aufgenommen. Um nur einige der neueren Ergänzungen zu erwähnen, seien insbesondere die folgenden hervorgehoben. Die Anordnungsaxiome II 2. und II 3. wurden durch geringere Voraussetzungen ersetzt: bei II 2. wird nur verlangt, daß *„zu zwei Punkten A und C gibt es stets wenigstens einen Punkt B auf der Geraden AC, so daß C zwischen A und B liegt"*, woraus (und aus den anderen Axiomen natürlich) bereits die Existenz eines Punktes *zwischen A* und *C* bewiesen wird. Die vereinfachte Form des Axioms II 3. lautet in der vorliegenden Auflage: *„Unter irgend drei Punkten einer Geraden gibt es nicht mehr als einen, der zwischen den beiden anderen liegt"*, da nach A. Wald die *Existenz* eines solchen Punktes bereits bewiesen werden kann. Als wichtigste Modifikation kann aber die Ersetzung des ursprünglichen Hilbertschen Vollständigkeitsaxioms durch das „Axiom der linearen Vollständigkeit" bezeichnet werden: die Bemerkung, daß die Vollständigkeit der Axiome für den *gesamten Raum* durch die analoge, geringere Annahme für die *Gerade allein* ersetzbar ist, ist ein Verdienst von P. Bernays.

Der Anhang enthält drei neuere Arbeiten Hilberts über seine Beweistheorie; der letzte von diesen ist der Vortrag auf dem Mathematiker-Kongreß zu Bologna, in dem auf ungelöste Probleme dieser Theorie hingewiesen wurde. Die Fruchtbarkeit der Hilbertschen Ideen zeigt am besten die Tatsache, daß zwei der gestellten Probleme von K. Gödel erledigt wurden, indem er einerseits den Beweis für die Vollständigkeit der logischen Regel des engeren Funktionenkalküls erbracht hat, andererseits aber bewies, daß aus der Richtigkeit der Widerspruchslosigkeit des ε-Axioms für Funktionenvariablen ihre Unbeweisbarkeit — selbst bei Zulassung dieses Axioms — folgt. Das Problem der Vollständigkeit des Axiomensystems der Zahlentheorie hat seitdem Hilbert selbst durch einen wichtigen Gedanken gefördert, indem er durch eine neuartige Schlußregel das fragliche Axiomensystem ergänzt hat.

L. Kalmár.

Werner Rogosinski, Fouriersche Reihen (Sammlung Göschen. 1022), 135 S., Berlin und Leipzig, Walter de Gruyter & Co., 1930.

Herr Rogosinski hat es unternommen, das Wichtigste über Fouriersche Reihen in einem Büchlein der Göschenschen Sammlung in einer dem heutigen Stande der Wissenschaft entsprechenden und dabei auch für den Anfänger geeigneten Form auseinanderzusetzen. Er hat seine Aufgabe in ausgezeichneter Weise gelöst.

Die ersten ungefähr 50 Seiten enthalten jene Sätze und Methoden, die sich heute ohne klassische Konvergenztheorie und auch ohne die Dirichletsche Formel entwickeln lassen, wie z. B. Abgeschlossenheit des trigonometrischen Orthogonalsystems, Größenordnung der Koeffizienten, Integration der Fourierreihe, Weierstraszscher Approximationssatz, Parsevalsche Formel, nebst Anwendungen. Dann folgt Konvergenztheorie, auch etwas über jene der konjugierten Reihe, und Anwendungen auf Fouriersche Integrale, Summenformeln, Stirlingsche Reihe. Nachher werden unter dem Titel *Divergente Fourierreihen* die verschiedenen Summationsverfahren (Fejér, Abel-Poisson, Lebesgue, Riemann), wie auch die vom Verfasser untersuchten Abschnittskoppelungen und die Gibbssche Erscheinung behandelt. Zum Schluß kommen die Eindeutigkeitssätze aus der Theorie der allgemeinen trigometrischen Reihen; als Hilfsmittel wird der ARZELÀsche Satz über Reihenintegration nach HAUSDORFF, also im *wesentlichen in einer auf den Referenten und auf* DANIELL zurückgehenden Weise entwickelt.

Im Anhang stehen auf 8 Seiten einige zum Verständnis notwendige Begriffe und Sätze, auch Beweisskizzen, aus der Integralrechnung. *Referent meint*, daß *hier an* Stelle der etwas gekünstelten Behandlung uneigentlicher Integrale mit weniger Mühe *und ohne* die Ansprüche an den Leser zu steigern, sofort über das LEBESGUEsche Integral hätte berichtet werden können, dessen Kenntnis ja für das wirkliche Verständnis mancher der wichtigsten Tatsachen über FOURIER eihen unentbehrlich ist.

F. R.

Kurt Reidemeister, Vorlesungen über Grundlagen der Geometrie (Grundlehren der math. Wissenschaften, XXXII), X + 147 S., Berlin, J. Springer, 1930.

Das Buch von REIDEMEISTER ist der Axiomatik der affinen Geometrie gewidmet. Im ersten Teil wird die analytische affine und projektive Geometrie aus der Algebra erklärt und entwickelt. Dieser enthält die Beschreibung — im Sinne des Erlanger Programms — derjenigen Eigenschaften von Zahlenpaaren, die affinen Transformationen gegenüber invariant sind. Nach einer Darlegung der Grundlagen der Algebra entwickelt der Verfasser die n-dimensionale affine Geometrie. Die invarianten Eigenschaften der geometrischen Figuren ergeben die Addition von Vektoren und die Multiplikation mit Faktor, ferner die lineare Abhängigkeit von Vektoren.

Der zweite Teil des Buches enthält eine „autonome" Begründung der affinen Geometrie. Es wird hier ein solches System von Axiomen gesucht, welches einen unmittelbaren Einblick in die logische Struktur der Geometrie bietet. Der Verfasser definiert die Begriffe Punkt, Gerade, inzidieren, richtungsgleich, parallel, und sodann konstruiert auf Grund dieser Definitionen einen Körper. Bei dieser Konstruktion spielen die Eigenschaften der Gewebe aus drei und vier Geradenbüscheln eine wichtige Rolle. Erstens wird bloß die Existenz von 3 Scharen paralleler Geraden gefordert (und nicht die Existenz aller Geraden und Punkte der Ebene) und später noch die Existenz eines eigentlichen Geradenbüschels. Jeder der Tatsachen: „die Zahlen bilden bezüglich der Addition eine Gruppe", „die Zahlen bilden bezüglich der Multiplikation eine Gruppe" usw., entspricht ein bestimmer Schließungssatz der Gewebe. Nach Erkenntnis des Zusammenhanges zwischen den Körperaxiomen und den Schließungssätzen der Gewebe ist es leicht, ein einfaches, vollständiges Axiomensystem der affinen und der projektiven Geometrie anzugeben. Dieser zweite Teil des Buches ist eigentlich eine Axiomatik der Gewebe und bestätigt eine Vermutung von BLASCHKE, nach welcher die Theorie der Kurvengewebe auch für die Grundlagen der Geometrie fruchtbar werden könnte.

St. Lipka.

G. Szegő, Partielle Differentialgleichungen der mathematischen Physik, deutsche Bearbeitung des Werkes: A. G. Webster, Partial Differential Equations of Mathematical Physics (B. G. Teubners Sammlung von Lehrbüchern auf dem Gebiete der math. Wissenschaften, XLIII), VII + 528 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1930.

Das vorliegende Buch gliedert sich in neun Kapitel und Anhang. Nach Angabe der hiezu notwendigen vektoriellen Operationen werden die Differentialgleichungen der mathematischen Physik in vektorieller Form behandelt. Nach der Definition der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung werden dieselben geometrisch gedeutet, dann das Cauchysche Problem auf Grund der geometrischen Anschauung erläutert und nach der Methode der Charakteristiken gelöst. Einige Beispiele samt Lösung erleichtern das Verständnis der eingeführten Begriffe. Die Gleichung der schwingenden Saite mit freien und festen Enden wird besonders in jenen Fällen behandelt, wo die Lösungen der Wellengleichung periodische Funktionen der Zeit sind. Die Schwingungen eines physikalischen Seiles erscheinen als Grenzfall des mit diskreten Massen in gleichen Abständen belasteten mathematischen Seiles. Das Problem der Punktquelle wird mit Zuhilfenahme der Greenschen Funktion und das der allgemeinen Quelle mit Integralgleichungen gelöst. Anschließend werden allgemeinere Differential- und Integralgleichungen und die transversalen Stabschwingungen behandelt. Nebst systematischer Behandlung der Fourierschen Reihen und Integrale wird das Problem der dreidimensionalen Wellengleichung, der Wärmestrahlung, Wärmeströmung und das der Telegraphengleichung eingehend behandelt. In Zusammenhang mit den Greenschen Formeln und der Poissonschen Gleichung wird das Potential der einfachen und der Doppelschicht besprochen. Die Eigenschaften des Potentials werden nochmals mit Hilfe der Fredholmschen Formeln bewiesen, die die Anwendung der Integralgleichungen auf die Randwertaufgaben der Potentialtheorie ermöglichen. Ein Kapitel ist der Riemann—Volterraschen Integrationstheorie der partiellen Differentialgleichungen zweiter Ordnung gewidmet. Neben Verallgemeinerungen der Greenschen Formeln und der Charakteristiken findet man hier die verschiedensten Anwendungen der Volterraschen Methode, die Hadamardsche Methode und die Behandlung der Unstetigkeiten erster und zweiter Ordnung. Als Beispiel zur Berechnung der Fortpflanzungsgeschwindindigkeit der Beschleunigungswellen ohne Integration der Bewegungsgleichungen dient das Hugoniotsche Theorem der Gasbewegung, welches zu dem merkwürdigen Riemann—Hugoniotschen Phänomen führt.

Die für die Potentialtheorie wichtigen speziellen Funktionen (Kugelfunktionen, Besselsche und Lamésche Funktionen) nebst den entsprechenden Differentialgleichungen und Reihenentwicklungen werden recht ausführlich behandelt und auf verschiedene physikalische Probleme angewendet. Das letzte Kapitel gibt eine kurze Darstellung der wichtigsten Tatsachen der Integralgleichungstheorie. Das zum Verständnis des Buches Notwendigste aus der Theorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen, Funktionentheorie und Algebra werden in einem Anhang zusammengestellt.

Was den Aufbau des Werkes betrifft, so wird durch systematische Anordnung des Stoffes und durch praktische Bezeichnungen ein hoher Grad der Eleganz erreicht. Um nur ein Beispiel zu erwähnen, ermöglicht die Einführung der Funktionaloperatoren $D_1 \equiv -\mu \frac{\partial}{\partial t}$, $D_2 \equiv \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} + 4\pi\varkappa$, $D_3 \equiv$ rot, eine kurze Herleitung der gemeinsamen Differentialgleichung $D_1 D_2 \mathfrak{A} = D_3^2 \mathfrak{A}$ für die Vektoren der elektrischen und magnetischen Feldstärke.

Das ursprüngliche Webstersche Werk „ist bei der vorliegenden Neubegründung weitgehend geändert und umgestaltet worden. Es war vor allem nötig, die Darstellung vom Standpunkt der mathematischen Strenge einer Prüfung zu unterziehen. Auch sind vielfach Zusätze und Ergänzungen verschiedener Art sowie Literaturangaben eingefügt worden". Größere Änderungen und Erweiterungen finden wir in den Kapiteln IV—VIII und im Anhang.

Zusammenfassend kann man sagen, daß das vorliegende Werk für die mathematische Literatur eine erfreuliche Bereicherung bedeutet und dem theoretischen Physiker ausgezeichnete Dienste leistet.

F. Bukovszky.

Hans Rademacher und Otto Toeplitz, Von Zahlen und Figuren, Proben mathematischen Denkens für Liebhaber der Mathematik, VI + 164 S., Berlin, J. Springer, 1930.

Man wird oft von Nichtmathematikern gefragt: womit beschäftigt sich eigentlich die Mathematik? Es ist keine leichte Aufgabe, zur Beantwortung dieser Frage einzelne Stücke aus unserer Wissenschaft auszuwählen, die für die Problemstellungen und Methoden der einzelnen Zweige der Mathematik charakteristisch und dabei auch ohne besondere Vorkenntnisse verständlich, ja sogar das Interesse des Laien zu erwecken berufen sind. Es gab bisher auch kein Buch, das man dem Neugierigen in die Hand hätte geben können.

Diese Lücke in der Literatur hat die Verfasser, deren Namen jedem Mathematiker wohlbekannt sind, bewegt, die recht schwierige Aufgabe des Redigierens eines solchen Buches auf sich zu nehmen. Vermöge ihrer Vielseitigkeit ist es ihnen gelungen, verschiedene Zweige der Mathematik, wie Zahlentheorie, Elemente der Analysis, Elementargeometrie, Kegelschnittslehre, Topologie, Mengenlehre, Kinematik, durch eine oder mehrere, wirklich charakteristische Proben vertreten zu lassen. Die Darstellung wurde mit feinem didaktischen Sinn so geführt, daß jedes Stück auch für den, der nicht einmal die Schulmathematik beherrscht, klar verständlich werde; auch die einzelnen Stücke können in der Regel unabhängig voneinander verstanden werden. Aber noch viel mehr: durch den lebhaften, sozusagen künstlerischen Stil werden die Verfasser gewiß auch das *Interesse* des Lesers erwecken, wenn er eben nicht ganz unfähig ist, mathematische Dinge zu rezipieren. Die Anzahl derjenigen, die die Schönheiten der Mathematik genießen fähig sind, wenn sie ihnen in geeigneter Form dargeboten werden, ist ja viel größer, als man allgemein glaubt; das Verhältnis ihrer Anzahl zu jener denen, die neue mathematische Wahrheiten entdecken können, kann man mit den Verfassern mit jenem der Anzahl der musikalischen Menschen zu der der Tondichter vergleichen.

Es sei dem Referenten eine einzige kritische Bemerkung gestattet. In Nr. 11 wird die Tatsache, daß der Satz von der Eindeutigkeit der Zerlegung natürlicher Zahlen in Primfaktoren keine Trivialität aussagt, durch das Beispiel der Zahlen von der Form $a+b\sqrt{-6}$ (a und b ganz rational) erläutert, für welche dieser Eindeutigkeitssatz bekanntlich ungültig ist. Trotz der musterhaften Vorbereitung kann man kaum fordern, daß ein Nichtmathematiker diese komplizierte Zahlen als Analogon der gewöhnlichen ganzen Zahlen betrachten soll. Jedenfalls ist das obige Beispiel für den Mathematiker dadurch interessant, daß es sich um *alle ganze Zahlen eines algebraischen Zahlkörpers* handelt; diese Tatsache kommt aber für einen Nichtmathematiker nicht in Betracht. Die wesentlichste Eigenschaft der ganzen rationalen Zahlen besteht darin, daß man sie addieren, subtrahieren und multiplizieren kann, d. h. daß sie einen *Ring* bilden. Daher sollte man vielleicht ein einfacheres Beispiel eines Ringes vorziehen, in welchem keine eindeutige Zerlegung in unzerlegbare Elemente herrscht: etwa den Ring aller geraden Zahlen; oder aber, wenn man an einem *Integritätsbereich* festhalten will (da ja es natürlich ist, 1 jedenfalls zu den „ganzen Zahlen" zu rechnen), dann etwa die Gesamtheit der Zahlen $a+2bi$ (mit ganzrationalen a und b). Man könnte einwenden, daß die Eindeutigkeit der Zerlegung bei diesen Beispielen sich durch eine Erweiterung des Bereiches herstellen läßt; aber dies gilt ja auch bei den ganzen Zahlen eines algebraischen Zahlkörpers, wenn auch nur auf Grund eines tiefliegenden Satzes aus der Klassenkörpertheorie.

Obzwar das Buch in erster Linie für Nichtmathematiker bestimmt ist, wird doch auch für den Fachmathematiker eine genußreiche Lektüre bilden. Zu seiner allgemeinen Beliebtheit wird die geschmackvolle Ausstattung nicht in letzter Linie beitragen.

L. Kalmár.

Gustav Rosmanith, Mathematische Statistik der Personenversicherung (Sammlung mathematisch-physikalischer Lehrbücher, herausgegeben von E. Trefftz, 28), VI + 141 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1930.

Das vorliegende Buch gliedert sich in sieben Abschnitte: I. Sterblichkeitsmessung in geschlossenen Gesellschaften. II. Beobachtung der Sterblichkeit in Volksgesamtheiten. III. Die Abfallsordnung als kontinuierliche Funktion. IV. Geschichte und Entwicklung der Sterblichkeitsmessung.

V. Funktionalausdrücke für Streblichkeit und Abfallsordnungen. VI. Die Ausgleichung von Sterbetafeln auf Grund von Funktionalausdrücken (Analytische Ausgleichsmethoden). VII. Mechanische Ausgleichsmethoden. Im Anhange sind die Beziehungen zwischen Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematischer Statistik behandelt. Am Ende des Buches stehen die Sterbetafel der 20 englischen Gesellschaften und auch die Höcknersche Sterbetafel für normales Leben.

Das Buch ist in erster Reihe für Anfänger bestimmt. Zu diesem Zwecke bringt es wenig Neues, dafür aber behandelt es seinen Stoff in geschickter und leicht verständlicher Darstellung. Wir können das Buch nicht nur den Studierenden der Versicherungswissenschaft, sondern jedem Interessenten bestens empfehlen.

Nagy.

H. L. Rietz, Handbuch der mathematischen Statistik, deutsche Ausgabe mit einem Geleitwort von R. von Mises, herausgegeben von Franz Baur, VI + 285 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1930.

Es ist ein Gewinn der deutschen mathematischen Literatur, daß das ausgezeichnete Rietzsche Handbuch nun auch in deutscher Ausgabe erschienen ist. Das Buch ist für Praktiker bestimmt; ohne Beweise werden die Methoden der mathematischen Statistik und ihre praktischen Anwendungen dargestellt. Nach einer kurzen mathematischen Einführung werden die Häufigkeitsverteilungen, Interpolation, Stichprobenerhebungen (random sampling), Korrelationsrechnung, Periodogramm-analyse und Indexzahlen besprochen in einer sehr klaren Form und mit vielen Beispielen erläutert. Die Übersetzung ist vortrefflich, die Zusätze des Herausgebers und ganz besonders das neu zusammengestellte, die europäische Literatur mehr berücksichtigende Literaturverzeichnis sind sehr wertvoll. Einige kleine Irrtümer in der Originalausgabe sind nun auch korrigiert. (Z. B. die erste Formel auf S. 219.)

P. Veress.

Helmut Hasse, Bericht über neuere Untersuchungen und Probleme aus der Theorie der algebraischen Zahlkörper, Teil I: Klassenkörpertheorie, Teil Ia: Beweise zu Teil I (Sonderdruck aus dem Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung, Bd. XXXV und XXXVI), 134 S.,; **Teil II: Reziprozitätsgesetz** (Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung, Ergänzungsband VI), IV + 204 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1930.

Die neuere Entwicklung der Theorie der algebraischen Zahlkörper, insbesondere der relativ-Abelschen Zahlkörper hat das Erscheinen dieses neuen Berichtes notwendig gemacht. Entsprechend den beiden in dieser

Theorie auftretenden Problemen gliedert sich der Bericht in die beiden Teile: I. *Klassenkörpertheorie*, II. *Reziprozitätsgesetz.*

Die fünf ersten Paragraphen des Teils I enthalten die beiden WEBERschen und TAKAGIschen Definitionen des allgemeinen Klassenkörpers. Der Verfasser setzt die Gleichwertigkeit dieser Definitionen in helles Licht, bringt sodann den Beweis der TAKAGIschen Sätze im Sinne der TAKAGIschen Definition in den vier folgenden Schritten: *A)* Eindeutigkeitsbeweis, *B)* Existenzbeweis, *C)* Beweis des Umkehrsatzes, *D)* Beweis des Zerlegungssatzes. Der Existenzbeweis (der den Beweis des Isomorphiesatzes enthält) besteht aus drei Reduktionsschritten sowie aus der wirklichen Konstruktion des Klassenkörpers. Als Anwendungen behandelt der Verfasser das Analogon zu dem DIRICHLETschen Satz von der arithmetischen Progression und den sogenannten KRONECKERschen Jugendtraum. Der Teil Ia: *Beweise zu Teil I* enthält die genaue Ausführung derjenigen Beweise, die der Verfasser im Teil I nur angedeutet hat. Neu ist hier der Begriff der „unendlichen Primstellen", der die Bedingung „total-positiv" in die Kongruenzsprache übersetzt.

Teil II ist eine natürliche Ergänzung des Teils I und behandelt das ARTINsche Reziprozitätsgesetz. „Die Bedeutung dieses Gesetzes liegt zunächst in einer anderen Richtung, als durch den Namen Reziprozitätsgesetz und dessen klassische Formulierung angezeigt wird, nämlich in der allgemeinen Klassenkörpertheorie. Als deren letzter Sinn kann die Abbildung aller körpertheoretisch-arithmetischen Sachverhalte bei einem relativ-ABELschen Zahlkörper in dessen GALOISsche Relativgruppe angesehen werden, ebenso wie der Sinn der GALOISschen Theorie in der Abbildung aller körpertheoretisch-algebraischen Sachverhalte in die GALOISsche Relativgruppe liegt. Die im ersten Teil dieses Berichts aufgeführten Sätze der Klassenkörpertheorie, insbesondere der Satz von der Isomorphie der Idealklassengruppe und der GALOISschen Relativgruppe, aber vermöge der HILBERTschen Theorie des GALOISschen Körpers auch z. B. das allgemeine Klassenkörperzerlegungsgesetz, führen dieses Programm schon zu einem beträchtlichen Teil durch. Sie bedürfen aber noch einer wesentlichen Ergänzung, und das ist eben das ARTINsche Reziprozitätsgesetz". (Aus der Einleitung des Teils II.) Abschnitt I enthält die genaue Formulierung sowie den Beweis dieses Gesetzes. Im Abschnitt III sind die beiden Formen des Reziprozitätsgesetzes der Potenzreste dargelegt, nachdem im Abschnitt II die vom Verfasser entwickelte Theorie der Normenreste beliebiger relativ-ABELscher Zahlkörper auseinandergesetzt ist. Der Abschnitt IV enthält explizite Formeln und Ergänzungsgesetze zum Reziprozitätsgesetz, sowie Anwendungen auf die FERMATsche Vermutung. Abschnitt V ist dem ARTIN–FURTWÄNGLERschen Beweis des Hauptidealsatzes, sowie einer Reihe weiterer Anwendungen des ARTINschen Reziprozitätsgesetzes gewidmet. Als Abschluß des Berichtes findet man ein Verzeichnis der ungelösten Probleme.

Der Bericht gibt einen Überblick der höchst eleganten Theorie der relativ-ABELschen Zahlkörper und bietet demjenigen, der in diese Theorie eindringen will, einen unentbehrlichen Wegweiser.

L. Zányi.

R. Courant und D. Hilbert, Methoden der mathematischen Physik, erster Band (Grundlehren der math. Wissenschaften, XII), zweite verbesserte Auflage, XIV + 469 S., Berlin, J. Springer, 1931.

Vor acht Jahren hat R. COURANT es unternommen, über mathematische Methoden, die im Anschluß an klassische physikalische Fragestellungen des 18. und 19. Jahrhunderts ausgebildet wurden, unter Benützung HILBERTscher Abhandlungen und Vorlesungen und auf Grund eigener Untersuchungen in einem zweibändigen Lehrbuch zu berichten. Der zweite Band steht noch aus; der erste Band liegt nunmehr in zweiter Auflage vor. Wie seinerzeit berichtet wurde (*diese Acta,* 2, S. 124—125), handelt es sich in diesem ersten Bande hauptsächlich um Schwingungs- und Eigenwertprobleme und um jene Methoden, die die Übertragung der Grundgedanken der linearen Algebra in die Analysis ermöglichten. Der Band war nicht nur für Mathematiker bestimmt; er sollte auch dem Physiker zeigen, wie mathematische Invention und Kritik, besonders in den beiden ersten Dezennien unseres Jahrhunderts, die der geometrisch-physikalischen Anschauung entsprungenen heuristischen Ansätze durch geeignete Begriffsbildungen hindurch zu strengen und dabei durchsichtigen Theorien auszubauen vermochten. Der Band kam dem Physiker in den Wurf. War es nur Zufall oder war es ein bewußtes oder unbewußtes Entgegenkommen? Kurz nach Erscheinen setzte in der theoretischen Physik mit der Quantenmechanik eine neue erfolgreiche Entwicklungsperiode ein, die dort einerseits brauchbaren mathematischen Apparat fertig vorfand, anderseits aber auch Mut schöpfte, mit neuen, einstweilen teils nur heuristischen Ideen anzusetzen und in Siebenmeilenstiefeln davonzurennen. Die Richtigkeit der neuen Ansätze — oder eventuell ihre Unrichtigkeit — wird der Mathematiker schon zeigen.

In der vorliegenden zweiten Auflage des ersten Bandes ist die Anordnung des Stoffes im großen beibehalten, doch wurden viele Einzelheiten vereinfacht und erweitert und es wurde dabei den neueren Ansprüchen der theoretischen Physik Rechnung getragen. Eine schwache Stelle der ersten Auflage, die Andeutungen über das LEBESGUEsche Integral, auf welche Referent seinerzeit hinwies, sind vollständig umgearbeitet. Das einzig ungewohnte ist nur die Definition des Integrals für nicht beschränkte Funktionen. Obzwar der Wortlaut der Definition von jenem der LEBESGUEschen nur sehr wenig abweicht, ist dennoch nach der COURANTschen Definition z. B. $f(x) = \dfrac{1}{x(1-x^2)}$ auf der Strecke $(-1, 1)$ integrierbar und ebenso jede meßbare ungerade Funktion mit beliebigen Singularitäten, ohne jedoch allgemein auf den Teilstrecken integrierbar zu sein. Glücklicherweise ist die Annahme „f und f^2 integrierbar nach COURANT" gleichwertig mit „f und f^2 integrierbar nach LEBESGUE"; diesem Umstand zufolge wird das weitere durch die abweichende Definition nicht beeinflußt.

F. R.

Ernst Steinitz, Algebraische Theorie der Körper, neu herausgegeben, mit Erläuterungen und einem Anhang: Abriß der Galoisschen Theorie versehen von Reinhold Baer und Helmut Hasse, 150 + 27 S., Berlin und Leipzig, Walter de Gruyter & Co., 1930.

Diese bahnbrechende Arbeit von E. Steinitz wird mit vollem Recht von den Herausgebern in der *Einleitung* als „Markstein in der Entwicklung der algebraischen Wissenschaft“ bezeichnet. Um ihre ganze Tragweite zu würdigen, *müßte man* die volle Entwicklung der *modernen* Algebra in den letzten zwei Dezennien berücksichtigen. Die Wichtigkeit dieser fundamentalen Abhandlung wurde von den Fachkreisen bald erkannt; wenige Monate nach deren Erscheinen bringt der französische Enzyklopädieartikel (Landsberg, Hadamard, Kürschák; erschienen am 15. 2. 1911.) eine von der Feder J. Kürschák's herrührende Darlegung und Würdigung der Steinitzschen Resultate. Wenn man überlegt, welche Fülle von neuen Ideen Steinitz in diesen Untersuchungen in die Algebra einführt (z. B. die Heranziehung des Zermeloschen Satzes über die Wohlordnung), so zeigt dieses rasche Durchdringen den seltenen Erfolg dieses Werkes. Die weitere Entwicklung der Algebra zeigte aber erst die volle Tragweite der Steinitzschen Ideen.

Die Erläuterungen der Herausgeber werden ohne Zweifel dem Leser einen guten Dienst erweisen. Auch der Anhang über die Galoissche Theorie ist zu begrüßen, zumal dies in der Arbeit von Steinitz selbst nicht ausführlich behandelt ist.

Das Buch wird in der Bibliothek jedes modernen Algebraikers vorhanden sein.

A. H.

Karl Doehlemann, Geometrische Transformationen, zweite, umgearbeitete Auflage, herausgegeben von Wilhelm Olbrich (Göschens Lehrbücherei, 1. Gruppe, 15), 254 S., Berlin und Leipzig, Walter de Gruyter & Co., 1930.

Über den Begriff der „geometrischen Transformationen“ wird folgendes vorausgeschickt: „Als *geometrische Transformationen* — ein im übrigen nicht strenge zu definierender Begriff — sollen im folgenden solche Transformationen betrachtet werden, bei welchen der — meistens zuerst analytisch definierte — *geometrische* Zusammenhang zwischen den aufeinander bezogenen Gebilden in einfacher Weise übersehen werden kann, so daß uns überhaupt die *geometrischen Beziehungen in erster Linie* interessieren“.

So werden zunächst projektive Koordinaten in den Grundgebilden erster, zweiter und dritter Stufe eingeführt und auf Grund derselben die projektiven Transformationen auf der Geraden, in der Ebene und im Raume (in bezug auf vereinigte und getrennte Lage) definiert und untersucht. —

Der Satz 32 auf S. 94 kommt dabei etwas alleinstehend und fremdartig vor: er besagt, daß jede durch *differenzierbare* Gleichungen gegebene Punkttransformation zwischen zwei Ebenen, die Gerade in Gerade überführt, eine Kollineation ist; unter einer Kollineation der beiden Ebenen, in denen je ein System von projektiven Koordinaten (x_1, x_2, x_3) und (x_1', x_2', x_3') definiert ist, wird die Beziehung $x_1 : x_2 : x_3 = x_1' : x_2' : x_3'$ verstanden.

In einem weiteren Abschnitt werden die allgemeinen quadratischen Transformationen der Ebene, die *Inversion* in der Ebene und im Raume, und die komplex-linearen Transformationen der Ebene („Kreisverwandschaften") behandelt.

Vom Gesichtspunkte der Anwendungen sind die Beschreibungen des Pantographs, des Relief-Modellierapparates, der Inversoren und die Methode der elektrischen Bilder sehr nützlich.

Nach der Ansicht des Referenten ist dem reichhaltigen Werke von DOEHLEMANN die durch die Neuauflage bewirkte Abkürzung nicht restlos zum Vorteil geschehen.

Das Buch ist sehr leicht lesbar.

B. v. Kerékjártó.

Ludwig Bieberbach, Lehrbuch der Funktionentheorie, Band I: Elemente der Funktionentheorie, dritte verbesserte Auflage, VII + 322 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1930; **Band II: Moderne Funktionentheorie,** zweite verbesserte und vermehrte Auflage, VI + 370 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1931.

Die Neuauflage der beiden Bände dieses inhaltsreichen und beliebten Lehrbuches hat manches Erfreuliche gebracht. Zunächst, was die praktische Seite betrifft, so wurde durch die Gliederung der Paragraphen in einzeln betitelte Punkte die Übersichtlichkeit des Buches in großem Maße erhöht. Die äußere Ausstattung ist musterhaft, doch sind besonders die neu eingeschalteten Teile vom Druckfehlerteufel nicht verschont geblieben; so z. B. Bd. II, 3. Abschnitt, § 5, Punkt 10 (E. SCHMIDTS Beweis des MILLOUXschen Satzes), wo u. A. die wiederholte Verwechslung der Funktionen u und v begriffsstörend wirkt. Inhaltlich ist das Einarbeiten der wichtigsten Ergebnisse der letzten Jahre hervorzuheben, wie die Vertiefung des Satzes von JULIA durch CARATHÉODORY, die Methode von BLOCH für den PICARDschen Ideenkreis und der Beweis von AHLFORS für die DENJOYsche Vermutung über die asymptotischen Werte der ganzen Funktionen endlicher Ordnung. Auch die historischen Hinweise haben sich in beiden Bänden vermehrt; doch wäre es an mancher Stelle, besonders mit Rücksicht auf den Anfänger, wünschenswert, diese Hinweise näher auszuführen.

Einer der größten Vorteile des Werkes besteht darin, daß es von Anfang bis zum Ende das Gepräge eines mündlichen Vortrages an sich trägt und mit der Frische eines solchen wirkt. Damit ist aber auch mancher Nachteil verbunden, so z. B. die nachträgliche Vereinfachung von Beweisen. Typisch hiefür sind die drei Beweise, die in Bd. I, 6. Abschnitt, § 1—2—3 für eine und dieselbe Tatsache gegeben werden, u. zw. im wesentlichen dafür, daß das Integral einer entlang zweier ineinander gelegener Kreise und im Zwischengebiete regulären Funktion auf beiden Kreisen denselben Wert ergibt. Der geläufige Beweis, nämlich das Zurückführen durch zwei geradlinige Querschnitte auf den einfachsten Fall des CAUCHYschen Integralsatzes, steht an dritter Stelle. Der erste Beweis ist dagegen überflüssig kompliziert und unterscheidet sich vom dritten im wesentlichen dadurch, daß von dem einen offenbar verschwindenen Integral gezeigt wird, daß es bei Aneinanderrücken der beiden Querschnitte gegen Null konvergiert. Der zweite Beweis zieht eine zweiblättrige RIEMANNsche Fläche heran, was durch geeignete Fassung des CAUCHYschen Integralsatzes leicht vermieden werden kann.

Übrigens spricht die Anzahl der Auflagen für die Güte des Werkes.

F. R.

B. L. van der Waerden, Moderne Algebra, erster Teil (Grundlehren der math. Wissenschaften, XXXIII), VIII + 243 S., Berlin, J. Springer, 1930; **zweiter Teil** (Grundlehren der math. Wissenschaften, XXXIV), VII + 216 S., Berlin, J. Springer, 1931.

„Moderne Algebra" wird hier „abstrakter Algebra" gleichgesetzt, d. i. jener Disziplin, die das Wesen der Algebra in ihrer Grundoperationen, den 4 Rechenspezies +, —, ×, :, erblickt, und nicht in den Subjekten dieser Operationen — welche vor dem Auftreten dieser Richtung fast ausschließlich die reellen oder komplexen Zahlen waren. Welche weitgehenden praktischen Konsequenzen diese scheinbar so formale Distinktion hat, kann aus dem vorliegenden Werke nun auch der Anfänger erlernen — sowohl am im ersten Bande zusammengefaßten Bestande der Algebra im engeren Sinne, als auch an den Eliminations-, Ideal- und Darstellungstheoretischen Anwendungen, denen der zweite Band gewidmet ist.

Nur die 3 ersten Kapitel (Mengen, Gruppen, Ringe und Körper) sind für die weitere Lektüre durchgehend notwendig, die übrigen Kapitel dagegen sind, wie der Verfasser betont, soweit als möglich voneinander unabhängig lesbar gehalten. Soweit aber doch ein logisches Nacheinander besteht, findet es der Leser in einer, am Anfang beider Bände abgedruckten, Tabelle übersichtlich aufgezeigt: hier sind die Titel aller Kapitel eingetragen, und ihre logischen Abhängigkeiten durch Pfeile dargestellt. Es wäre erwünscht, wenn dieses einfache und originelle Verfahren zur Erhöhung der Übersichtlichkeit, wenigstens in längeren und komplizierteren Werken, Verbreitung finden würde. Wie schwer ist es oft, ein „fortgeschrittenes" Kapitel, das einen unabhängig vom Rest interessiert, „genetisch" zurück zu verfolgen!

Die 3 ersten Kapitel geben alle Begriffe und Sätze ihrer bez. Disziplinen, die später von Bedeutung sind, an. Allerdings ist die Darstellung, besonders in den 2 ersten, sehr gedrängt, aber eine Ergänzung aus elementareren Werken (zu der auch der Verfasser rät) leicht möglich. Kapitel 4 enthält die Grundtatsachen über Polynome, Kapitel 5 den Kern der STEINITZschen abstrakten Körpertheorie. Kapitel 6, 7 enthalten die GALOIS-sche Theorie in einer sehr gelungenen und leicht faßlichen Darstellung.

Kapitel 8 gibt den im weiteren Verlaufe der abstrakt-algebraischen Theorie (leider!) unerläßlichen Wohlordnungssatz, Kapitel 9 die Erzeugung algebraisch-abgeschlossener und transzendenter Körper. Hier, beim „Fundamentalsatze der Algebra" (vgl. S. 197 sowie S. 229, Anmerkung [2])), tritt der Unterschied zwischen klassischer und abstrakter Algebra am prägnantesten zu Tage: dieser Satz, der die Grundlage der klassischen Theorie ist, ist in der neuen etwas Akzidentelles, der nur aussagt, daß der durch den DEDEKINDschen Schnittprozess (und Adjunktion von i) entstehende Körper der komplexen Zahlen algebraisch abgeschlossen ist — aber keineswegs das einfachste Verfahren zum Herstellen der wichtigen algebraisch abgeschlossenen Körper enthält. Kapitel 10 gibt mit der ARTIN—SCHREIER-schen Theorie der reellen Körper das schönste und originellste Stück der „modernen Algebra", und beschließt den ersten Band.

Im zweiten Bande enthält Kapitel 11 die Eliminationstheorie des Verfassers, der diese Disziplin aus ihrer nicht immer einwandfreien anschaulich-geometrischen Fassung in eine streng-mathematische übertragen hat. „Kurven", „Flächen" usw. werden im Sinne der abstrakten Methode als Polynomideale, und nicht als Punktmengen, interpretiert, was mit großen technischen Vorteilen verknüpft ist.

Kapitel 12, 13 geben einen allgemeineren Aufbau der Idealtheorie, Kapitel 14 führt ihn zu Ende und behandelt noch die „ganzen algebraischen" Größen. Kapitel 14, 15, 16 schließlich leiten zur modernen Theorie der hyperkomplexen Zahlensysteme, und der damit verknüpften Neuinterpretation der Darstellungstheorie hinüber.

Das Werk ist als einfache, durchsichtige und doch sehr vollständige Zusammenfassung solcher Resultate, die bisher nur mühsam aus der weitverzweigten Literatur der Originalabhandlungen zusammengesucht werden konnten, aufs wärmste zu begrüßen.

J. v. Neumann.

O. Schreier und E. Sperner, Einführung in die analytische Geometrie und Algebra, erster Band, 238 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1931.

Dieses Buch entstammt aus Vorlesungen von O. SCHREIER, dieses der Wissenschaft leider so früh entrissenen hochbegabten Mathematikers. In der Einleitung wird als Ziel der Elementarvorlesungen bezeichnet, daß darin „dem Studierenden möglichst alles geboten werden muß, dessen er zu einem gedeihlichen . . . Weiterstudium bedarf". In überaus interessanter und origineller Weise wird dies in den vorliegenden 3 Kapiteln (der zweite Band soll demnächst erscheinen) erreicht, wobei den modernen algebraischen Gesichtspunkten insbesondere Rechnung getragen wird. Charakteristisch für die beiden ersten Kapitel ist die vollständige Zusammenschmelzung der linearen analytischen Geometrie und der linearen Algebra; dementsprechend wird gleich der n-dimensionale Raum eingeführt an der Hand der Vektorrechnung. (Bei der Definition des skalaren Produktes zweier Vektoren, S. 17, wäre es vielleicht zweckmäßig, die geometrische Bedeutung nicht auf das folgende Kapitel zu verschieben.) Der erste Abschnitt — dem *affinen* Raum gewidmet — enthält eine schöne „*determinantenfreie*" Begründung der Theorie des allgemeinen *linearen* Gleichungssystems.

Im II. Abschnitt wird der EUKLIDische Raum und im Zusammenhange damit die Determinantentheorie behandelt. Die Determinante wird als Volumen eines Parallelotops eingeführt, worauf die drei charakteristischen Eigenschaften dieses Begriffes gegründet werden. Darauf folgt der Beweis der eindeutigen Existenz und der weiteren Eigenschaften der Determinanten. Die Koordinatentransformationen und die stetige Deformation des Koordinatensystems werden sodann eingehend behandelt; den Schluß dieses Abschnittes bilden die Aufzählung der Bewegungen in R_2 und R_3.

Das dritte, rein algebraische, Kapitel beginnt mit dem abstrakten Aufbau des Körperbegriffs, der in der Tat heute schon zu den Elementen der Mathematik gehört. Nach einer systematischen Begründung des Polynombereiches einer Unbestimmten (wobei sogar der Idealbegriff eingeführt wird) endet das Buch mit einem Beweise des Fundamentalsatzes der Algebra.

Man wird dem zweiten Band dieses ausgezeichneten Werkes mit großem Interesse entgegensehen.

A. H.

Gerhard Kowalewski, Vorlesungen über Allgemeine natürliche Geometrie und Liesche Tranformationsgruppen (Göschens Lehrbücherei, 1. Gruppe, 19), 280 S., Berlin und Leipzig, Walter de Gruyter & Co., 1931.

Eine der interessantesten geometrischen Anwendungen der LIEschen Gruppentheorie findet man in der von CESÀRO und G. PICK begründeten und von G. KOWALEWSKI weiter ausgebauten natürlichen Geometrie (geometria intrinseca). Das vorliegende Werk bietet einen vorzüglichen Zugang sowohl zur natürlichen Geometrie, wie auch zur LIEschen Theorie der endlichen kontinuierlichen Gruppen.

In den ersten beiden Abschnitten wird die natürliche Geometrie der Ebene und des Raumes vom euklidischen Standpunkt betrachtet. In zwei weiteren Abschnitten wird die verallgemeinerte natürliche Geometrie der Ebene und des Raumes dargestellt. Im Schlußkapitel werden die unterwegs erworbenen gruppentheoretischen Kenntnisse zusammengefasst, darunter die beiden ersten Fundamentalsätze der Theorie der endlichen kontinuierlichen Gruppen.

Das vorliegende Werk bietet eine sehr interessante Lektüre; es ist vermöge der vielen und gut gewählten Beispiele recht leicht verständlich und eignet sich auch als Lehrbuch dieser Theorien vorzüglich. Wegen des hohen wissenschaftlichen und didaktischen Wertes wünscht der Referent dem Werke weiteste Verbreitung.

B. v. Kerékjártó.

L. E. Dickson, Einführung in die Zahlentheorie, autorisierte deutsche Ausgabe von Ewald Bodewig, VIII + 175 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1931.

Die meisten Lehrbücher der elementaren Zahlentheorie führen den Leser durch das klassische Gebiet dieser Wissenschaft, ohne die Probleme und Methoden der modernen elementarzahlentheoretischen Forschungen darzulegen; es werden höchstens einige tieferen Probleme der Zahlentheorie berührt, die erst mit Hilfe der analytischen Methode in klares Licht gebracht werden können.

Dickson, der wohlbekannte Forscher der elementaren Zahlentheorie, bricht mit dieser Tradition. Nachdem er in drei Kapiteln den klassischen Stoff: die wichtigsten Teilbarkeitssätze, die Theorie der linearen und höheren Kongruenzen und der primitiven Wurzeln, und endlich den quadratischen Reziprozitätsgesetz äußerst knapp, aber auch für den Anfänger recht verständlich darlegt, wendet er sich der Theorie der diophantischen Gleichungen und der binären quadratischen Formen zu, um diese Theorien bis zu ihren neuesten Resultaten zu behandeln. Erwähnenswert ist es, daß er sich bei den quadratischen Formen nicht, wie die meisten Lehrbücher, auf den Fall ganzzahliger Koeffizienten beschränkt. Die quadratischen Formen und die unbestimmten Gleichungen werden in je vier Kapiteln dargelegt; dabei ist die Anordnung so gewählt, daß die Kapitel abwechselnd die eine und die andere dieser beiden Gegenstände behandeln, entsprechend dem mannigfaltigen Zusammenhang beider Theorien. Die Theorie der diophantischen Gleichungen wird bis zu den Sätzen von Thue und Siegel entwickelt; die der binären quadratischen Formen über die Äquivalenztheorie und Theorie der Genera hinaus bis zu den Sätzen von Markoff über das Minimum indefiniter binärer quadratischer Formen, welche besonders elementar (und unter Verzicht auf die Voraussetzung der Ganzzahligkeit der Koeffizienten) bewiesen werden. Auch sonst findet man neu und überraschend einfach angeordnete Beweise, sowie auch neue Ergebnisse des Verfassers, von denen etwa diejenigen über das diophantische Gleichungssystem

$$x_1^j + x_2^j + \dots + x_n^j = y_1^j + y_2^j + \dots + y_n^j \qquad (j = 1, 2, \dots, m)$$

hervorgehoben seien.

Das Studium des Buches, besonders für Anfänger, wird durch eingestreute, recht geschickt gewählte Übungsaufgaben gefördert.

L. Kalmár.