

Bibliographie.

The Journal of Symbolic Logic, edited by ALONZO CHURCH and C. H. LANGFORD, consulting editors: PAUL BERNAYS, PAUL HENLE, S. C. KLEENE, S. K. LANGER, E. J. NELSON, W. V. QUINE, and J. B. ROSSER.

An international journal, publishing contributions to symbolic logic in English, French, and German. Volume I will include a complete bibliography of symbolic logic from the time of LEIBNIZ to the present. Prompt critical reviews of current literature in the field. Published quarterly by the *Association for Symbolic Logic, Inc.* Annual membership, including subscription to the Journal, \$ 3.00. Library subscriptions, \$ 3.00. Applications for membership or subscriptions should be sent to C. A. BAYLIS, Secretary-Treasurer, Brown University, Providence, R. I.

Szász Pál, A differenciál- és integrálszámítás elemei, FEJÉR LIPÓT előszavával, két kötet, XIV + 476 + X + 460 oldal, Budapest, Franklin-Társulat, 1935.

[Paul von Szász, *Die Elemente der Differential- und Integralrechnung*, mit einem Vorwort von LEOPOLD FEJÉR, zwei Bände, XIV + 476 + X + 460 S., Budapest, Franklin-Gesellschaft, 1935.]

Die ungarische mathematische Literatur ist zwar im Allgemeinen nicht sehr reich, Lehrbücher der Differential- und Integralrechnung gab es jedoch schon einige. Das neue Lehrbuch von P. v. SZÁSZ weicht aber nicht nur von jenen, sondern auch von den meisten fremdsprachlichen Lehrbüchern wesentlich ab.

Der behandelte Stoff ist allerdings im Großen und Ganzen das, was man in den Anfängervorlesungen vorzutragen pflegt. Es fehlen nur die mehrfachen Integrale, die man nicht gern entbehrt. Dafür wird man aber durch manche schönen Abschnitte entschädigt, die über den Rahmen der Anfängervorlesungen hinausgehen, über Gegenstände wie z. B. die Cauchy'schen Funktionalgleichungen, einige Polynome, Approximationssätze von WEIERSTRASZ, Fouriersche Reihen, Eulersche Summenformel.

Der wesentliche Unterschied gegenüber den bekannten Lehrbüchern liegt in der Methode, die bei der Darstellung des Stoffes zugrunde gelegt würde. Es werden nämlich an die Spitze der einzelnen Abschnitte nicht Definitionen und allgemeine Sätze gestellt, auch keine bloßen „erläuternden Beispiele“, die der Definition vorangehen, sondern eine Fülle von gut gewählten und gründlich diskutierten Aufgaben. Beim Studium dieser Aufgaben — unter denen sowohl elegante, wie auch kompliziertere vertreten sind (man hat ja nicht nur die hübschen Kunstgriffe, sondern auch die technischen Schwierigkeiten kennenzulernen) — werden die nötigen Begriffe vom Leser unwillkürlich erworben; die Definitionen dienen dann nur zum bewußten Hervorheben der wesentlichen Merkmale derselben.

Ähnlicherweise geht der allgemeinen Formulierung und dem Beweise der einzelnen Sätze die Erörterung mancher Spezialfälle derselben voran.

Die Vorteile einer solchen Methode wurden öfters von den Didaktikern betont; auch fand diese Methode bereits in dem beliebten Werk: *Die klassischen Probleme der Analysis des Unendlichen* von KOWALEWSKI Anwendung. Nach Kenntnis des Referenten wurde aber diese Methode im vorliegenden Lehrbuch zum erstenmal zum Zweck einer systematischen Darstellung der Differential- und Integralrechnung verwendet. Dies benötigt natürlich wesentlich mehr Raum, als die übliche Methode. Übrigens wird die Anzahl der vorbereitenden Aufgaben stufenweise vermindert, damit der Leser sich allmählich an die abstraktere Behandlungsweise gewöhne.

Ein treffliches Lehrbuch, in erster Linie für Anfänger bestimmt, aber auch für Fortgeschrittene nützlich; besonders geeignet zum Selbststudium. Auch kann es vorzüglich als Hilfsbuch bei den an Universitäten üblicherweise gehaltenen Übungen zur Infinitesimalrechnung dienen.

L. Kalmár.

Georg Scheffers, Wie findet und zeichnet man Gradnetze von Land- und Sternkarten? (Math.-Phys. Bibliothek, Reihe I, Band 85/86), VI + 98 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1934.

„Das Buch wendet sich überhaupt an alle, die wissen möchten, wie die Gradnetze der Atlanten zustandekommen. Verständlich ist es für Jeden, der die Schulmathematik begriffen hat. Das Besondere des Buches besteht darin, daß die zur Sprache gebrachten Entwürfe von Landkarten vollständig durchgeführt werden. Denn es wird nicht nur dargetan, wie man sie findet, sondern auch, wie man sie Schritt für Schritt selber zeichnen kann...“

Der Verfasser beschäftigt sich zuerst mit den verschiedenen flächentreuen Entwürfen, dann behandelt er eingehend die winkeltreuen, dann die perspektiven Entwürfe und schließlich die Sternkarte. Neben der leichten Darstellungsart sind noch die schönen und anschaulichen Abbildungen hervorzuheben.

B. Györfy.

T. Bonnesen und W. Fenchel, Theorie der konvexen Körper (Ergebnisse der Math. und ihrer Grenzgebiete, dritter Band, Heft 1), VII + 164 S., Berlin, J. Springer, 1934.

Entsprechend dem Charakter der Sammlung, in welcher dieses Buch erschienen ist, findet der Leser in diesem Werke keine ausführlichen Beweise, wohl aber fast alle bezüglich der konvexen Körper bisher erhaltenen Resultate, die Fachliteratur bis auf Werke geringster Bedeutung, umfassende Literaturberichte und teils skizzierte, teils ausgeführte Beweisverfahren. Das Buch bietet nicht nur eine klare Übersicht der Ergebnisse

und deren Zusammenhänge, sondern weist auch auf die bisher ungelöste Probleme hin.

Im Werke wird alles für den n -dimensionalen Raum formuliert, auch wo in den Originalabhandlungen dies nicht der Fall ist. Die Behandlungsweise ist meistens analytisch. Oft angewandte Hilfsmittel sind die Stützfunktionen der konvexen Körper. Linearkombinationen und gemischte Volumina werden ausführlich behandelt. Die Brunn-Minkowskischen Ungleichungen und verwandte Betrachtungen bilden einen der Hauptgegenstände des Werkes. Besonders hervorzuheben ist eine klare und übersichtliche Darlegung der Extremumprobleme, insbesondere des isoperimetrischen Problems. Auf differentialgeometrische Untersuchungen wird nur kurz eingegangen.

Das Buch ist einem jeden, der sich mit den konvexen Körpern beschäftigen will, oder einen Überblick über die diesbezüglichen Ergebnisse und Literatur gewinnen möchte, wärmstens zu empfehlen. G. Hajós.

Heinrich Liebmann, Synthetische Geometrie (Teubners math. Leitfäden, Band 40), VIII + 119 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1934.

Das Ziel vorliegender Darstellung ist eine moderne axiomatische Begründung der synthetischen Geometrie. Als Ausgangspunkt dienen die Hilbertschen Verknüpfungaxiome. Die Grundlagenforschungen von G. FANO, HILBERT und VEULEN bilden den Grund zu diesem methodisch reinen Aufbau der synthetischen Geometrie. Die metrischen Begriffe werden konsequent vermieden und der ganze Aufbau wird nur von den Begriffen: *Lage* und *Sicht* beherrscht. Verfasser verzichtet auf den Dedekindschen Schnitt und benutzt nur die sogenannten „schwachen“ Stetigkeitsaxiome. Diese bedeuten in arithmetischer Sprache, „daß die synthetische Geometrie realisierbar ist in dem durch Adjunktion von zweiten und dritten Radikalen erweiterten Körper der rationalen Zahlen“. — Der erste Teil des Buches behandelt die ebene Geometrie in fünf Kapiteln: I. Axiomatik und Hauptsätze der synthetischen Geometrie. II. Vollständiges Viereck und Projektivität auf linearen Trägern. III. Ausbau der Lehre von den Kegelschnitten. IV. Kegelschnittpaare und Kegelschnittbüschel. V. Kollineationen in der Ebene. Der zweite Teil behandelt Ausschnitte aus der synthetischen Raumgeometrie. — Erwähnenswert sind endlich die lehrreichen Aufgaben und die guten Figuren, welche die Anschauung in einem hohen Maße stützen.

St. Lipka.

R. Pozdèna, Meter und Kilogramm (Math.-Phys. Bibliothek, Reihe I, Band 76), IV + 45 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1934.

Das Büchlein gliedert sich in zwei Teile. Im ersten gibt es eine historische Übersicht der Entstehung und Vereinheitlichung der verschiedenen

Maßsysteme, eine kurze Geschichte der großen Kulturbewegung, die zum Zustandekommen des metrischen Maßsystems führte. Der zweite physikalisch-technische Teil berichtet über die Möglichkeiten der Sicherung des metrischen Maßsystems.

Béla v. Sz. Nagy.

Werner Heintze, Kristallprojektion im Vergleich mit entsprechenden Erdkarten und mit einer Anwendung auf die Laue-Aufnahmen (Math.-Phys. Bibliothek, Reihe I, Band 82), IV + 32 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1934.

Verfasser stellt sich die Aufgabe, durch vorliegende Schrift dem Studium der Kristalle neue Freunde zu werben, was ihm durch die elementare und anschauliche Betrachtungsweise hoffentlich zu einem gewissen Grade gelingen wird.

Es werden die stereographische, gnomonische und orthographische Projektionsverfahren an den entsprechenden Erdprojektionen auseinandergesetzt und dann im Falle des Beryllkristalls kristallographisch angewendet. Im letzten Kapitel werden die Laue-Aufnahmen und deren Entzifferung berührt.

Es ist zwar leicht verständlich, daß auf 32 kleinen Seiten die hier angeschlagene Fragen nicht ausführlich behandelt werden können, doch ist es zu bedauern, daß diese Kürze stellenweise der Verständlichkeit schadet. So kann man z. B. dem Buche nicht entnehmen, wie die Indizes der einzelnen Kristallflächen etwa in der gnomonischen Projektion festgestellt werden können.

Am Ende wird ein Verzeichnis der wichtigsten Literatur zusammengestellt.

F. Bukovszky.

B. L. van der Waerden, Gruppen von linearen Transformationen (Ergebnisse der Math. und ihrer Grenzgebiete, vierter Band, Heft 2), 91 S., Berlin, J. Springer, 1935.

Das Heft gliedert sich in zwei Teile, deren erster die linearen Gruppen, der zweite aber die Darstellungstheorie von Ringen und Gruppen behandelt.

Der erste Teil beginnt mit einer kurzgefaßten Aufzählung der Grundeigenschaften der linearen Transformationen (§ 1). Ein n -dimensionaler Vektorraum über einem Körper K (der immer kommutativ gedacht wird) ist als eine additiv geschriebene abelsche Gruppe mit K als Operatorenbereich und mit n Basiselementen definiert. Eine lineare Transformation ist dann eine operatorhomomorphe Abbildung eines Vektorraumes auf einen anderen. § 2—§ 6 berichten über einige wichtige Typen von linearen Gruppen, wie die allgemeine und spezielle lineare Gruppe, die projektive Gruppe, die Komplexgruppe, die unitäre, sowie die orthogonale

Gruppe. § 7 gibt eine eingehende und neuartige Untersuchung der Isomorphismen der orthogonalen Gruppen in 3, 4, 5, 6 Dimensionen zu gewissen linearen Gruppen kleineren Grades. § 8—§ 10 berichten über die besonderen Eigenschaften des Falles, wo K der komplexe Zahlkörper ist (endliche lineare Gruppen, unendliche diskrete Gruppen von gebrochen-linearen Transformationen usw.). Über die kontinuierlichen linearen Gruppen wird in einem weiteren Heft dieser Sammlung berichtet.

Der Aufbau des darstellungstheoretischen Teiles folgt die Methode von E. NOETHER. Der Darstellungsraum wird als eine additive abelsche Gruppe mit zweierlei Operatoren: die Elemente von K (rechts geschrieben) und die Darstellungsmatrizes (links geschrieben) aufgefaßt; die grundlegenden Eigenschaften der Darstellungen können dann fast unmittelbar aus allgemeinen gruppentheoretischen Sätzen herausgelesen werden (§ 11). Die Behandlung gründet sich hauptsächlich auf das Schursche Lemma.

Nach einem knappen, teilweise mit kurzen Beweisen versehenen Bericht über die Darstellungen der hyperkomplexen Systeme und der endlichen Gruppen (Sätze von BURNSIDE, MASCHKE usw.) in den §§ 12—13, wird in § 14 auf die Frage der beschränkten Darstellungen beliebiger Gruppen im Körper der komplexen Zahlen ausführlich eingegangen. Diese schöne Theorie von J. v. NEUMANN, die wohl als der wichtigste Erfolg der letzten Jahren auf diesem Gebiet angesehen werden kann, wird hier mit etwas veränderten Beweisen vollständig wiedergegeben. Auf die ursprüngliche v. Neumannsche Arbeit wird fast nur in Hinsicht der Existenz und der Eigenschaften der Mittel fastperiodischer Funktionen verwiesen. In den Beweisen benutzt der Verfasser dem algebraischen Charakter der Frage gemäß (in Anlehnung an G. KÖTHE) möglichst wenig aus der Theorie der Integralgleichungen, aber mehr algebraische Schlüsse.

§ 15 beschäftigt sich mit den Charakteren und Spuren, § 16 mit dem Zerfallen der irreduziblen Darstellungen bei Erweiterung des Grundkörpers, § 17 mit Faktorensystemen. Im § 18 wird auf die Ganzzahligkeitseigenschaften, sowie auf die Probleme der modularen Darstellungen (Darstellungen in Körpern der Charakteristik p) eingegangen. § 19—§ 22 berichten über die Beziehungen zwischen den Darstellungen einer Gruppe und denen ihren Untergruppen, über Darstellungen spezieller Gruppen, über Darstellungen durch projektive Transformationen, endlich über die rationalen Darstellungen der allgemeinen linearen Gruppe.

Leider wird über die Darstellungstheorie der Lieschen Gruppen, insbesondere über die Lie-Cartan-Weylsche Theorie der Darstellungen halbeinfacher Liescher Gruppen nicht berichtet; diese Dinge (die inzwischen u. a. durch wertvolle Ergebnisse des Verfassers und des Herrn H. CASIMIR bereichert wurden) sind wahrscheinlich für das in Aussicht gestellte Heft über Gruppentheorie vorbehalten.

Der reiche Inhalt, die vollständigen Literaturangaben und die wohlbekannte, höchst elegante, knappe, „van der Waerdensche“ Darstellungsweise werden zweifellos dem Heft den wohlverdienten Erfolg erwerben.

Béla v. Sz. Nagy.