Bibliographie.

Ernst Lindelöf, Einführung in die höhere Analysis zum Selbststudium und für studierende der ersten Semester, deutsch von EGON ULLRICH, IX + 526 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1934.

Verfasser war — heißt es im Vorwort — bei der Ausarbeitung dieses Lehrbuchs bestrebt, einen stetigen Übergang von den Schulstudien zu den Universitätsstudien zu vermitteln. Daß er trotz dieser Zielsetzung im ersten Kapitel von Definitionen allgemeiner Begriffe (Funktionsbegriff, Stetigkeit, Maxima und Minima, Umkehrfunktion) ausgeht und die elementaren Funktionen erst nachher kurz behandelt werden: findet seinen Grund wahrscheinlich in einer ausführlichen Behandlung dieser Funktionen in den finnländischen Mittelschulen. Vom mitteleuropäischen Gesichtspunkte aus wäre es nach Ansicht des Referenten zu jenem Zweck wünschenswert, eine direkte Behandlung der elementaren Funktionen vorwegzunehmen, wodurch der Leser fast alles *durchleben* könnte, worum es sich später in der allgemeinen Theorie handelt. Das kann sehr gut vorgenommen werden, wie es Referent aus eigener Erfahrung weiß.

Auf eine strenge Theorie der reellen Zahlen wird in diesem ersten Kapitel verzichtet, erst am Schluß der Darstellung, im achten Kapitel wird der reelle Zahlbereich streng aufgebaut, und der Beweis einiger früher vorgenommenen Sätze (z. B. der des Satzes von BOLZANO—WEIERSTRASS) nachgetragen. Dieses Vorgehen entspricht auch nach unserer Ansicht den pädagogischen Forderungen.

Das zweite Kapitel behandelt das abgekürzte Rechnen und die Fehlerabschätzung beim Rechnen mit Näherungswerten in musterhafter Weise.

Im dritten Kapitel wird ein Teil der Theorie der regelmäßigen Kettenbrüche musterhaft dargestellt. Neben der Seite und Diagonale des Quadrats würde hier als zweites Beispiel für inkommensurable Strecken die Seite des regelmäßigen Zehnecks und der Umkreisradius sehr gut Platz finden.

Im vierten Kapitel folgen abstrakte Untersuchungen über die Grenzwerte von Funktionen und Zahlenfolgen, sowie über unendliche Reihen. Auch diesen allgemeinen Betrachtungen hätte Referent interessante und wichtige *Beispiele* vorangeschickt, wobei die nötigen Begriffe vom Leser miterworben werden. Ähnliches gilt für das fünfte Kapitel, in welchem die Differentiationsregel der Funktionen einer Veränderlichen hergeleitet, der Lagrangesche Mittelwertsatz bewiesen und einige Anwendungen dieses Satzes gegeben werden. Die Unterdrückung der Taylorschen Formel und ihrer Anwendungen könnte dem Leser im Laufe späterer Studien Schwierigkeiten bereiten.

Im sechsten Kapitel sind die Begriffe Länge, Flächeninhalt und Volumen logisch aufgebaut. Musterhaft ist die Darstellung der Lehre vom

Flächeninhalt ebener Polygone (ergänzt im Anhang II) auf Grund des Begriffes der *Zerlegungsgleichheit*, sowie die Lehre vom Polyedervolumen (ergänzt im Anhang III). Durch einige Inhalts- und Volumenbestimmungen wird die Integralrechnung vorbereitet, die den Gegenstand des siebenten Kapitels bildet. Dem Rahmen einer Einführung gemäß beschränkt sich die Darstellung auf stetige Funktionen einer Veränderlichen.

Das achte Kapitel enthält — wie schon erwähnt — den strengen Aufbau des reellen Zahlbereichs, im Anschluß an DEDEKIND. Endlich werden im neunten Kapitel die komplexen Zahlen eingefürt, die Auflösung der Gleichungen dritten und vierten Grades musterhaft dargelegt, und auch der Fundamentalsatz der Algebra bewiesen (nach ARGAND—CAUCHY).

Trotz unserer kritischen Bemerkungen, können wir den Studierenden der Anfangssemester dieses schöne Buch als zuversichtlichen Führer warm empfehlen.

P. v. Szász.

Friedrich Schilling, Pseudosphärische, hyperbolisch-sphärische und elliptisch-sphärische Geometrie, VIII + 240 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1937.

Das vorliegende Werk will neue und behagliche Wege zum Aufbau der nichteuklidischen Ebenen schaffen.

Der erste Teil behandelt die Geometrie auf der Pseudosphäre

$$X = \varrho \cos \varphi, \quad Y = \varrho \sin \varphi, \quad Z = \varrho \log \frac{r + \sqrt{r^2 - \varrho^2}}{r} - \sqrt{r^2 - \varrho^2} = f(\varrho).$$

Außer den ∞^2 reellen Punkte der Fläche ($\varrho \leqq r$) werden auch die ∞^2 Punkte der Fläche betrachtet, für die $\varrho > r$ ist. Die Abbildung der Pseudosphäre auf die euklidische Ebene mit hyperbolischer Maßbestimmung macht den Vergleich der pseudosphärischen Geometrie mit der Bolyaischen Geometrie der Ebene sehr anschaulich.

Im zweiten Teile wird die Geometrie auf der Kugel $X^2 + Y^2 + Z^2 + r^2 = 0$ mit imaginärem Halbmesser untersucht. Von den ∞^4 Punkten dieser imaginären Kugel werden ∞^2 Punkte ausgewählt, für welche X, Y und iZ (< 0) reell sind. Diese Punkte bilden den „Z-imaginären Kugelteil". Die ∞^2 Punkte der imaginären Kugel, für welche iX, iY und Z (< 0) reell sind, bildet den „(X, Y)-imaginären Kugelteil". Beide Punktsysteme lassen sich reell abbilden und zwar auf die eine Schale eines zweischaligen gleichseitigen Rotationshyperboloids bzw. auf die eine Hälfte eines einschaligen gleichseitigen Rotationshyperboloids. Durch eine Zentralprojektion dieser Hyperboloide auf eine zur Drehachse senkrechte geeignete Ebene erhält man in der Ebene eine hyperbolische Maßbestimmung. Der Z-imaginäre Kugelteil läßt sich in die Pseudosphäre verbiegen.

Der dritte Teil enthält die elliptisch-sphärische Geometrie auf der reellen Halbkugel mit der Gleichung $X^2 + Y^2 + Z^2 - r^2 = 0$ ($Z \geqq 0$). Durch Zentralprojektion dieser Halbkugel auf die Tangentialebene $Z = r$ erhält man in der Ebene eine elliptische Maßbestimmung.

Bei der Behandlung dieser Geometrien werden die verschiedenen Bewegungen, die geodetischen Linien, die geodetischen Kreise, die geodetischen Dreiecke und ihre Trigonometrie, der Umfang und der Inhalt der geodetischen Kreise und der Inhalt der geodetischen Dreiecke elementar und eingehend untersucht.

Wir hoffen mit dem Verfasser, daß dieses elementare Werk für die Bolyai-Lobatschefskijsche und für die Riemannsche Geometrie viele Freunde gewinnen wird.

Gy. (J.). v. Sz. Nagy.

Alfred Tarski, Einführung in die mathematische Logik und in die Methodologie der Mathematik, X + 166 S., Wien, J. Springer, 1937.

Verfasser wendet sich an einen Leser ohne besondere mathematische Bildung; es werden ja Stellen, die z. B. Vertrautheit mit den Gleichungen zweiten Grades voraussetzen, als beim ersten Studium zu übergehend mit Sternen bezeichnet. Sein Zweck ist, den Leser zwar nicht mit der Handhabung des symbolischen Kalküls oder mit tiefen beweistheoretischen Untersuchungen, so doch mit den grundlegenden Begriffsbildungen der mathematischen Logik und der Metamathematik vertraut zu machen; darunter auch mit solchen Feinheiten, wie z. B. Unterscheidung eines Gedankendinges von seiner Bezeichnung. Verfasser erreicht diesen Zweck in ausgezeichneter Weise, trotz dem geringen Maß an geforderten Vorkenntnissen; zu lesen, wie, ist auch für den Fachmann ein interessantes Erlebnis.

L. Kalmár.

Th. Skolem, Diophantische Gleichungen (Ergebnisse der Math. und ihrer Grenzgebiete, fünfter Band, Heft 4), IV + 130 S., Berlin, J. Springer, 1938.

Die Lehre der Diophantischen Gleichungen hat in den letzten Zeiten wesentliche Fortschritte erreicht. Man kann also die zusammenfassende Darstellung dieser Lehre von TH. SKOLEM mit Freude begrüßen. Während der T. Nagellsche Bericht: „L'analyse indéterminée de degré supérieur" (*Mémorial des Sciences Math.*, Fasc. XXXIX) nur die Diophantischen Gleichungen höheren Grades behandelt, stellt der Bericht von TH. SKOLEM die wesentlichen Fortschritten auch in der Theorie der linearen, multilinearen und quadratischen Diophantischen Gleichungen dar.

Es gibt sehr viele Untersuchungen über spezielle Diophantische Gleichungen. Dieser Bericht geht aber auf solche kaum ein, sondern faßt nur die allgemeinen Methoden zusammen. Der Bericht von TH. SKOLEM ist leicht lesbar, interessant, sogar anziehend und bietet eine klare Übersicht der Ergebnisse. Er zählt nicht nur die Sätze auf, sondern gibt oder deutet auch ihre Beweisführungen an.

Der Bericht gliedert sich in 5 Kapitel: I. Lineare Gleichungen. II. Gleichungen, die in einigen Unbekannten linear sind. III. Quadratische Gleichungen. IV. Multiplikative Gleichungen. V. Rationale Punkte auf algebraischen Kurven. VI. Punkte mit ganzzahligen Koordinaten auf algebraischen Gebilden, insbesondere ebenen Kurven.

Der Bericht schließt mit einem Literaturverzeichnis vom 8 Seiten. Es fehlen aber daraus und somit auch aus dem Berichte einige allgemeine Untersuchungen über Diophantische Gliechungen. Er enthält z. B. keine Arbeit von M. NOETHER, F. ENRIQUES und P. FATOU. Diese kleine Lücke des übrigens vorzüglichen Berichtes ist umsomehr bedauernswert, weil der Verfasser sie leicht hätte ausfüllen können, wenn der § 45 des Encyklopädieartikels von L. BERZOLARI: „Arithmetische Irrationalitäten, von denen die Transformationen algebraischer Kurven abhängen. Die Arithmetik auf den algebraischen Kurven.“ *(Encyklopädeie d. Math. Wiss.*, Bd. III, 2_2 B, S. 1947—1951) ihm bekannt gewesen wäre. Zur Ergänzung der dort befindlichen Literatur möchte ich nur die folgenden Arbeiten anführen: F. ENRIQUES, *Math. Annalen,* **49,** S. 1—23; **51,** S. 134—153 (nicht nur die Seite 148), und **52,** S. 449—456; J. PTASZYCKI, *Jahresbericht der Deutschen Math. Vereinigung,* **18,** S. 1—3; JULIUS v. SZ. NAGY, *Math. und naturwissenschaftliche Berichte aus Ungarn,* **30,** S. 339—340.

Diese kleine Lücke verringert kaum die vielen Verdienste des Berichtes. Wir können das Buch von TH. SKOLEM jedem, der sich für die Diophantischen Gleichungen interessiert, wärmstens empfehlen.

Gy. (J.) v. Sz. Nagy.

INTERNATIONAL CONGRESS OF MATHEMATICIANS
CAMBRIDGE, MASSACHUSETTS, U. S. A.

December 20, 1939.

The Organizing Committee announces with regret that the International Congress of Mathematicians which was scheduled to be held in Cambridge, Massachusetts, in September 1940, is postponed until a more favorable time. Due notice will be given of any arrangements to hold the Congress at a later date.

R. G. D. RICHARDSON,
Secretary.