Bibliographie.

E. A. Weiss, Einführung in die Liniengeometrie und Kinematik (Teubners math. Leitfäden, Bd. 41), VI + 122 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1935.

Das zu der selben Sammlung gehörige Bändchen von L. BIEBERBACH, *Einleitung in die höhere Geometrie* enthält die Elemente der Liniengeometrie. Der Verfasser wendet sich an Leser, die mit den Grundbegriffen einigermaßen schon vertraut sind und führt sie auf einen bis zum Schluß reizvollen Weg in die tiefsten Gebiete der Studyschen Gedankenwelt ein. Das Büchlein umfaßt ein überaus großes Gebiet der algebraischen (nicht differentiellen) Liniengeometrie und Kinematik. In der Behandlung kommt eine einheitliche Betrachtungsweise zur Geltung: „Liniengeometrie ist nach FELIX KLEIN die Geometrie einer quadratischen Mannigfaltigkeit in einem Raume von 5 Dimensionen, Kinematik — die Geometrie mit der Bewegung als Raumelement — nach EDUARD STUDY die Geometrie einer quadratischen Mannigfaltigkeit in einem Raume von 7 Dimensionen und als solche eine natürliche Verallgemeinerung der Liniengeometrie" (Vorwort). Diese Betrachtungsweise, sowie die zahlreichen Anwendungen erleichtern das Eindringen in dieses schöne, im übrigen aber keineswegs leicht zugängliche Gebiet der Geometrie.

Die Hervorhebung nur einiger Stichwörter erhellt zur genüge den reichhaltigen Inhalt des Büchleins. Es seien mit besonderer Rücksicht auf die Anwendungen genannt: Weitzenböcksche Ketten, Kummersche Konfiguration, Geraden-Kugel-Transformation (nach STUDY), Dupinsche Zykliden, Studysche Doppelfünf, Cliffordsche Parallelen, Plückersches Zylindroid, Bewegungen und Umlegungen (mit Hilfe der Hamiltonschen Quaternionen).

L. Fejes.

H. Ertel, Methoden und Probleme der dynamischen Meteorologie (Ergebnisse der Math. und ihrer Grenzgebiete, fünfter Band, Heft 3), IV + 122 S., Berlin, J. Springer, 1938.

Das Büchlein bietet eine Übersicht über ausgewählte Probleme der dynamischen Meteorologie und über die Methoden, die zu deren Lösung

Anwendung finden. Es ist kein Lehrbuch, vielmehr ist es dazu geeignet, den schon in mancher Hinsicht überholten Enzyklopädieartikel von EXNER und TRABERT zu ersetzen. Alle wichtigen Problemkreise werden gestreift, viele werden, besonders die, in denen der Verfasser manche schöne, mitunter grundlegende Resultate erzielt hat, eingehend dargestellt. Die Vektorenrechnung wird überall angewendet, und zwar in koordinatenmäßiger Schreibweise. In der Einleitung gibt Verfasser eine klare, exakte Definition der dynamischen Meteorologie und deren Aufgaben. Die dabei entwickelten Ansichten sind vielfach sehr beachtenswert.

Der Inhalt des Werkes gestaltet sich folgendermaßen. In einem ersten Kapitel werden die nötigen thermo-hydrodynamischen Grundlagen und Vorkenntnisse gegeben. Das zweite Kapitel enthält dann die allgemeine Dynamik der Atmosphäre. Die hydrodynamischen Gleichungen werden in rotierendem Koordinatensystem abgeleitet, die Begriffe: ausgeglichene Bewegung, Turbulenz, Geopotential und verschiedene Grundbegriffe der Bjerknesschen physikalischen Hydrodynamik eingeführt. Dann folgt eine überaus originelle Behandlung des Zirkulationstheorems von BJERKNES. Anschließend werden die Gesetze der atmosphärischen Dynamik auf ein allgemeines Variationsprinzip zurückgeführt. Dann werden die atmosphärischen Energieumsetzungen behandelt: ein Problemkreis, der ohne Zweifel zentrale Bedeutung besitzt. Dabei werden unter anderen besonders die Arbeiten von MARGULES, REFSDAL und HORIGUTI berücksichtigt.

Im dritten Kapitel werden einzelne Problemstellungen besprochen. Nach der Behandlung der Stabilitäts- und Labilitätsfragen wird das Problem der mittleren Temperaturverteilung der Atmosphäre, also des Zustandekommens der Tropo- und Stratosphäre ausführlich dargestellt. Bei der Behandlung der Zustandsänderungen in vertikalen Luftsäulen und der Theorie der Advektion werden auch die diesbezüglichen, in gewisser Richtung bahnbrechenden Arbeiten des ungarischen Forschers L. STEINER hervorgehoben. Nach der Behandlung der Eigenschaften stationärer Windfelder werden die Diskontinuitäten besprochen: dabei kommt auch die Gleichgewichtsbedingung für das Auftreten eines Tropopausentrichters nach PALMÉN zur Ableitung. Nach einer Ableitung der atmosphärischen Störungsgleichungen werden die Grundbedingungen formuliert, denen eine Theorie der Zyklonenbildung, also eine Lösung der Grundaufgabe der Meteorologie genügen muß. Zum Schluß wird eine (ebenfalls originelle) Relaxationstheorie der atmosphärischen Gradientwindabweichungen gegeben und dadurch manche scheinbar widersprechende, theoretisch und empirisch gewonnene frühere Resultate in Einklang gebracht.

Eine überaus reiche Literaturliste (246 Angaben) ergänzt das treffliche Buch, welches seine Zielsetzung vollkommen erreicht und in der heute in äußerstem Maße angeschwollenen meteorologischen Literatur eine hervorragende Stellung einnimmt.

G. Tóth.

Wilhelm Blaschke und Gerrit Bol, Geometrie der Gewebe, Topologische Fragen der Differentialgeometrie (Grundlehren der math. Wissenschaften, Bd 49), VIII + 339 S., Berlin, J. Springer, 1938.

Gegenstand des Buches ist die Erforschung der topologischen Eigenschaften, die gewisse als „Gewebe" bezeichnete Kurvenscharen besitzen. Das Buch zerfällt in drei Abschnitte. Im ersten werden die einfachsten Gewebe behandelt und zwar von rein topologischem Standpunkt, d. h. es werden hier keinerlei Differenzierbarkeitsannahmen gemacht. Im Vordergrund der Betrachtungen stehen die sogenannten Schließungsfragen. Betrachtet man z. B. ein Kurven-3-Gewebe, so kann man dasselbe dann und nur dann auf ein „regelmäßiges" Kurven-3-Gewebe topologisch abbilden, wenn sich sämtliche Brianchonschen Sechsecke schließen. Dabei besteht ein regelmäßiges Kurven-3-Gewebe aus drei Scharen von parallelen Geraden, die eine Winkel von 60^0 einschließen. Solche Kurven-3-Gewebe werden als Sechseckgewebe bezeichnet. Es werden die Grundlagen für einen axiomatischen Aufbau der Theorie der Gewebe gegeben, die sich auf die Gruppentheorie stützen. Die Bedeutung der Schließungsfragen zeigt sich hier von neuem. Die Untersuchungen werden dann auch auf den Raum ausgedehnt. Sowohl bei ebenen als auch bei räumlichen Geweben handelt es sich um folgende fundamentale Frage: wann läßt sich ein n-Gewebe auf n Geradenbüschel abbilden. Ein Kennzeichen dafür besteht darin, daß jedes in dem n-Gewebe enthaltene 3-Gewebe ein Sechseckgewebe bildet. Im zweiten Abschnitt ist die zugrunde gelegte Gruppe nicht mehr die aller topologischen Abbildungen, sondern die aller hinreichend oft differenzierbaren. Gegenstand dieses Abschnittes bildet die invariantentheoretische Charakterisierung der Gewebe. Benutzt werden dabei diejenigen linearen Differentiatoren, aus denen die infinitesimalen Transformationen in der Lieschen Theorie aufgebaut werden. Um etwa ein Kurven-3-Gewebe zu charakterisieren, geht man so vor: jede Kurvenschar wird durch einen Differentiator dargestellt. Die topologischen Invarianten der drei Differentiatoren, die bei gewissen Umnormierungen invariant sind, liefern dann sämtliche Invarianten des Gewebes.

Die Probleme des dritten Abschnittes gruppieren sich um das „Abelsche Theorem in der Gewebegeometrie". Es handelt sich um eine Charakterisierung von algebraischen Gebilden. Der Hauptsatz ist dabei folgender. Eine Schar von n stetig-differenzierbaren Kurvenbögen bestimmen dann eine algebraische Kurve n-ter Ordnung, wenn es für jede Schar einen Parameter t gibt, so daß $\sum_{i=1}^{n} t_i = k$ gilt für n Punkte einer Geraden, die auf je einer Kurve liegen. Faßt man die Frage rein funktionentheoretisch auf, so wird man zu Abels Theorem geführt. Die Abelschen Parameter t_i werden im weiteren benutzt, um den Höchstrang von Geweben zu charakterisieren. Die Betrachtung der Flächengewebe von höchstem Rang führt dann zu Gedankengängen, die der Weylschen Geometrie angehören.

Die zahlreichen Arbeiten der Blaschkeschen Schule finden hier eine zu begrüßende einheitliche Verschmelzung.

O. Varga.

Eliakim Hastings Moore, General Analysis, Part II: The Fundamental Notions of General Analysis, with the cooperation of RAYMOND WALTER BARNARD (Memoirs of the American Philosophical Society held at Philadelphia for promoting useful knowledge, Volume I, Part II), VI + 255 pages, Philadelphia, The American Philosophical Society, 1939.

The present second volume of Moore's General Analysis starts with a chapter on the general limit-notion introduced in 1922 by MOORE and SMITH, and which has found since important applications not only in Moore's own investigations, but also in other domains of recent mathematical research. Let us recall its definition. Let A be the system of real or complex numbers or quaternions. Let L be an arbitrary semi-ordered set, i. e. for the elements l of which a transitive relation $l_1 > l_2$ is defined such that to each pair l_1, l_2 there exists an l with the property $l > l_1$, $l > l_2$. If $a(l)$ is a function on L with values in A, then a number a_0 in A is called the limit of $a(l)$, if to any $\varepsilon > 0$ there corresponds an $l_0(\varepsilon)$ such that $|a(l) - a_0| \leqq \varepsilon$ for $l > l_0(\varepsilon)$. — The following chapters develop the proper fundamental notions of General Analysis, such as the modular space, the generalised integral of MOORE, and their applications to the theory of modular matrices and linear continuous transformations. Each chapter is headed by an introduction describing in relatively non-technical language the contents of the chapter.

Béla de Sz. Nagy.

E. A. Weiss, Punktreihengeometrie, VIII + 232 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1939.

Punktreihe bezeichnet eine mit Parameter versehene Gerade. Punktreihengeometrie bedeutet die Geometrie, deren Raumelemente Punktreihen sind. (Punktbüschel bedeutet hier eine Punktreihe mit linearer Parameterdarstellung.)

Das vorliegende Buch bezweckt eine Einführung in die projektive Geometrie mehrdimensionaler Räume. Dies wird hauptsächlich durch die Abbildung der Ebene und des Raumes auf die Punkte des 5- bzw. 7-dimensionalen projektiven Raumes R_5 bzw. R_7 erreicht. In den verschiedensten Problemen dieses Werkes spielen die Segreschen Mannigfaltigkeiten eine wichtige Rolle.

Das Buch gliedert sich in 4 Kapitel.

Kapitel I gibt eine Einführung in die symbolische Bezeichnungsweise und behandelt die Geometrie der Punktreihen *auf der Geraden* und ihre

Abbildung auf den Raum R_3. Bei dieser Abbildung werden die singulären Punktreihen auf eine Regelfläche zweiter Ordnung abgebildet.

Kapitel II beschäftigt sich mit der Punktreihengeometrie *in der Ebene*. Es werden hier unter anderem die Übertragungsprinzipien von CLEBSCH und HESSE, die Segreschen Mannigfaltigkeiten, die kubischen Regelflächen, die Theorie der apolaren Kegelschnitte, der Ponceletsche Schließungssatz und das Nullsystem im R_3 eingehend behandelt. Die hier auftretende dreidimensionale Segresche Mannigfaltigkeit von R_5 und ihre automorphe Kollineationen und Korrelationen werden ausführlich be sprochen.

Kapitel III untersucht die Funktreihengeometrie *im Raume* und ihre Abbildung auf die Punkte von R_7. Unter den überaus reichen Anwendungen erwähnen wir die folgenden: Räumliche Analoga der Übertragungsprinzipien von CLEBSCH und HESSE, die Regelfläche und die rationale Raumkurve vierter Ordnung, die Verallgemeinerung des Desarguesschen Satzes im R_n, das Trialitätsprinzip, die Engelsche Ebenengeometrie und die euklidische Geraden-Kugel-Transformation.

Kapitel IV beschäftigt sich mit der trilinearen Verwandtschaft zwischen drei Punktreihen im R_2, R_3, R_4 und R_5, mit der Abbildung der trilinearen Verwandschaften auf die Punkte von R_7 und mit der Begründung der nichteuklidischen Punktreihengeometrie.

Dieses Buch gibt nicht nur eine anschauliche Einführung in die mehrdimensionale projektive Geometrie, es liefert auch neue geometrische Gesichtspunkte und ein reichhaltiges Material an verschiedenartigen geometrischen Problemen, und somit auch gute Anregungen zu neuen Forschungen. Dieses Werk wird gewiß dazu beitragen, die Tradition der projektiven Geometrie wachzuhalten und in großen Kreisen zu verbreiten.

Gy. v. Sz. Nagy.

Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften mit Einschluß ihrer Anwendungen, herausgegeben im Auftrage der Akademien der Wissenschaften zu Berlin, Göttingen, Heidelberg, Leipzig, München und Wien sowie unter Mitwirkung zahlreicher Fachgenossen, Leipzig und Berlin, B. G. Teubner.

Es ist natürlich zu fragen, wozu eine Neubearbeitung der wohlbewährten, den zu Beginn gestellten Zwecken vorzüglich entsprechenden Enzyklopädie dient.

Als die ersten Hefte der alten Encyklopädie erschienen, hat man allgemein die Auffassung vertreten, die Wahrheiten der Mathematik seien unabhängig von jeder menschlicher Denktätigkeit. Nach dieser, zuweilen als logistisch bezeichneten Auffassung verliert eine einmal festgestellte Wahrheit seinen Wert nie; die Entwicklung der Mathematik besteht darin, daß neben den schon bewiesenen Theoremen weitere entdeckt werden, die eigentlich schon früher da waren, aber bis dahin unbekannt geblieben sind. Dieser Auffassung entsprechend bestand die Aufgabe der alten Encyklopädie darin, möglichst alle bewiesene mathematische Sätze systematisch zu registrieren; der Entwicklung der Wissenschaft wurde durch Herausgabe von Ergänzungsheften über die neueren Ergebnisse der einzelnen Zweige Rechnung getragen.

Daß nun statt weiteren Ergänzungsbänden eine Neufassung des Ganzen unternommen wird, hat vor allem den Grund, daß unsere Auffassung über die Mathematik im Verändern ist. Psychologistische Gesichtspunkte, die allerdings schon früher für einzelne Mathematiker, wenn auch oft unbewußt und meistens unausgesprochen, maßgebend waren, treten mehr und mehr in den Vordergrund. Einige dieser Gesichtspunkte betreffen die Beziehung des Mathematikers zu seiner Wissenschaft, so z. B. unterscheidet man immer schärfer zwischen interessanten und weniger interessanten Ergebnissen; man legt einer effektiven Konstruktion einen größeren Wert bei, als einem rein logischen Existenzbeweis. Es ist nur ein Schritt, hiervon zur Beziehung des Mathematikers zu seinem Mitmenschen (Leser, Studierende) zu gelangen: pädagogische Gesichtspunkte werden untrennbar von der mathematischen Forschung; man legt einen großen Gewicht auf die Vereinfachung von Beweisen und auf die Heuristik; statt des alten „was“ und „wie“ fragt man immer öfter „warum“ und „wozu“. Diese Auffassung der Wissenschaft erfordert nicht nur eine einmalige, sondern eine stete Neuformulierung unserer Behauptungen.

In welchem Maße diesen Gesichtspunkten die Neubearbeitung der Enzyklopädie entsprechen wird, läßt sich nicht im Voraus sagen; jedenfalls begrüßen wir, daß bei der Verarbeitung der Literatur nicht eine bedingungslose Vollständigkeit erstrebt wird, weil das zu einer Gleichstellung allgemeiner Ergebnisse von überragender Bedeutung mit unwichtigen Einzelergebnissen führen würde; ferner, daß die Beweise der wichtigsten Sätze vielfach in den Hauptpunkten etwa so weit dargestellt werden, daß sich ein Fachmann daraus den ganzen Beweis selbst aufbauen kann.

L. Kalmár.

Band I: Algebra und Zahlentheorie; I. Teil: A. Grundlagen, B. Algebra, zweite völlig neubearbeitete Auflage, herausgegeben von H. HASSE und E. HECKE.

Heft 2, ausgegeben am 28. Juni 1939.

3. FRIEDRICH BACHMANN, *Aufbau des Zahlensystems,* 28 S.

Es wird über die axiomatische Theorie der natürlichen Zahlen nebst den Rechenoperationen, Anordnung und Verwendung der Zahlen als Ordinal- und Kardinalzahlen, über die mengentheoretische Modellbildung für die Peanoschen Axiome, ferner über die Einführung der negativen und der rationalen Zahlen, der reellen Zahlen (durch Fundamentalfolgen, durch Schnitte und durch andere Methoden) und schließlich der komplexen Zahlen berichtet.

4. KONRAD KNOPP, *Darstellung der reellen Zahlen durch Grenzprozesse.* 30 S.

Es werden die Prozesse besprochen, die zur Darstellung von reellen (insbesondere irrationalen) Zahlen dienen: Schnitt (insbesondere untere, obere Grenze, unterer, oberer Limes), Schachtelung (Halbierung, Systembruch), und Folgen (unendliche Reihen, Produkte, Kettenbrücne). Als besondere Darstellungsformen werden die Cantorschen Reihen, verschiedene Stammbruchentwicklungen und das Cantorsche Produkt angeführt. Schließlich wird über die Methoden zur Beurteilung der Güte der Approximation und über die Anwendungen auf Irrationalitätsfragen berichtet.

5. E. KAMKE, *Allgemeine Mengenlehre*, 56 S.

Es wird über die allgemeine Mengenrechnung, über die Äquivalenztheorie und über Kardinalzahlen, ferner über die Ordnungstheorie und über Ordnungstypen und Ordnungszahlen berichtet.

Bei der Verarbeitung eines umgestrittenen Gebietes erwartet man von einem Enzyklopädieartikel eine objektive Nebeneinanderstellung der verschiedenen Auffassungen; eine Unterordnung aller üblichen Auffassungen einer vom Verfasser vertretenen Standpunkt, wie man es hier vom Beginn an, insbesondere auch im Kapitel: Kritische Bemerkungen über die Grundlagen der Mengenlehre, findet, entspricht eher der Natur eines Lehrbuches. Der eingenommene Standpunkt wird als eine bereinigte Form der naiven Mengenlehre in Anlehnung an A. N. WHITEHEAD und B. RUSSELL bezeichnet; daß es sich nicht um den Standpunkt der Typentheorie handelt, erhellt sich z. B. daraus, daß die Frege—Whitehead—Russelsche Definition der Kardinalzahlen (ebenso, wie die zweite Cantorsche Definition, *Math. Annalen* 46, S. 481) als nicht befriedigend verworfen werden, während die erste Cantorsche Definition in der Form: Kardinalzahl einer Menge M ist M und jede zu M äquivalente Menge, übernommen wird. An solchen Stellen ist es dem Referenten nicht ganz klar, was vom eingenommenen Standpunkt aus erlaubt ist und was nicht.

Bei der Besprechung des Kontinuumproblems wird die Gödelsche Entdeckung der Unwiderlegbarkeit der Cantorschen Vermutung (in den üblichen, als widerspruchsfrei vorausgesetzten, Axiomensystemen) gar nicht erwähnt; offenbar darum, weil zur Zeit der Abschließung nur eine vorläufige Mitteilung darüber erschienen ist.

L. Kalmár.

Heft 4, Teil 1, ausgegeben im Dezember 1939.

9. W. MAGNUS, *Allgemeine Gruppentheorie*, 51 S.

Es wird über den folgenden Problemkreis berichtet: A. Allgemeine Begriffsbildungen der Gruppentheorie. B. Struktur der Gruppen mit endlichen Untergruppenketten. C. Endliche Gruppen. D. Konstruktion von Gruppen, unendliche Gruppen.

Die Theorie der topologischen und Lieschen Gruppen wird nur berührt, da mit der Einführung des Stetigskeitsbegriffes in Gruppen schon der Bereich der allgemeinen Gruppentheorie verlassen wird.

Es ist zu bedauern, daß für diese wichtige und ausgedehnte Theorie nur 51 Seiten zur Verfügung gestellt werden konnten. Man erhält so zwar eine gute Übersicht über die verschiedensten Begriffsbildungen, Probleme und Ergebnisse der Gruppentheorie, sowie einen ausgezeichneten Wegweiser in der ausgedehnten Literatur, es bleibt aber dem Verfasser kein Raum übrig, die historische Entwicklung oder die Beweismethoden darzustellen, ja auch nur zu berühren.

B. v. Sz. Nagy.

Heft 5, ausgegeben im Dezember 1939.

11. W. KRULL, *Allgemeine Modul-, Ring- und Idealtheorie,* 54 S.

Gemäß der geschichtlichen Entwicklung wird die moderne Theorie der Ringe und Ideale nach zwei Richtungen geordnet, das sind die „additive" (KRONECKER—KÖNIG—LASKER—MACAULAY) und die „multiplikative" (DEDEKIND). Die additive Theorie legt den Untersuchungen einen Ring zugrunde, der auch Nullteiler haben darf. Eine führende Rolle spielen die Prim- und Primärideale. Ausführlich ist die Theorie für Ringe mit Maximalbedingung entwickelt, wobei es meistens auf Durchschnitts-, Summen- und Kettenbildungen ankommt. Hierher gehören die Krullsche Dimensionstheorie der Ringe, die Übertragung der Dedekind-Hilbertschen Primidealtheorie und der Diskriminantansätze auf den Fall der Ringerweiterung. Die multiplikative Idealtheorie legt einen Integritätsbereich mit seinem Quotienkörper zugrunde. Dedekinds Theorie folgend spielt die Produktzerlegung der Ideale in Primideale die Hauptrolle. Hierbei kommt die Bewertungsarithmetik zur Geltung. Das Schlußkapitel ist eine Verschmelzung beider Theorien, angewendet auf Integritätsbereiche, die Ringe mit Minimalbedingung sind. Wieder werden Ringerweiterungen betrachtet, und hier entstehen die Führer-, Grad-, Normen- und Differentensätze.

12. W. KRULL, *Theorie der Polynomideale und Eliminationstheorie,* 53 S.

Als Polynome werden solche von endlich vielen Variabeln über einem Koeffizientenkörper zugelassen. In die Theorie der Polynomideale spielt die allgemeine Idealtheorie nur in beschränkten Maße hinein. Im ersten Kapitel wird die Nullstellen- und Dimensionstheorie betrachtet. Die Hauptpunkte sind hier die Basis- und Nullstellensätze von HILBERT und von LASKER, dann die Nullstellentheorie van der Waerdens und die Dimensionstheorie von KRULL angewendet auf Polynomideale. Das zweite Kapitel bringt die Eliminationstheorie nach den Methoden von KRONECKER und von HENTZELT. Es werden der homogene und nichthomogene Fall einzeln ausgeführt, darunter als Beispiel der lineare Fall, mit Einschluß der Sätze über Trägheitsformen, Resultanten und Diskriminanten. Auch wird hier van der Waerdens Vielfachheitstheorie wiedergegeben. Das dritte Kapitel (Weiterer Ausbau der Polynomidealtheorie) ist verschiedenen Untersuchungen gewidmet, die teils aus der neueren Zeit stammen. Hierüber mögen die Überschriften der einzelnen Paragraphen unterrichten: Lineare Gleichungen im Polynomring. H-Ideale. Die Syzigienkette. Die Hilbertsche Funktion. Das inverse System. Perfekte Ideale. (Die letzen zwei Begriffe rühren von MACAULAY her.) Funktionaldeterminanten und Polynomideale. Polynomideale und Singularitäten algebraischer Gebilde.

13. H. HERMES und G. KÖTHE, *Theorie der Verbände,* 28 S.

Die Verbände sind mit zwei „dualen" Operationen versehene Mengen. Ihre von DEDEKIND („Dualgruppen") geschaffene Theorie hat in den letzten Jahren einen neuen Aufschwung erhalten mit Ausbreitung des Anwendungsgebiets. In den modularen (d. h. Dedekindschen) Verbänden gelten der Satz von JORDAN-HÖLDER und verschiedene Zerlegungssätze. Eine weitere wichtige Klasse bilden die distributiven, insbesondere die Booleschen Verbände. Diese lassen sich als Mengenverbände darstellen und stehen in Beziehung zur Topologie und zur Logik. Die komplementären modularen Verbände von MENGER stehen mit dem projektiven Verknüpfungsaxiomensystem in Verbindung. Es wird noch über die kontinuierlichdimensionale Geometrie von J. NEUMANN und die Darstellung genannter Verbände durch Hauptidealverbände berichtet, auch auf Anwendungen in der Gleichungstheorie und Zahlentheorie hingewiesen.

L. Rédei.

Lothar Heffter, Grundlagen und analytischer Aufbau der Projektiven, Euklidischen, Nichteuklidischen Geometrie, VIII + 197 S. + 2 S. Anhang + 2 S. Berichtigungen und Bemerkungen zum „Lehrbuch der Analytischen Geometrie" des Verfassers, Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1940.

Das vorliegende Werk zerfällt in 5 Abschnitte. Der erste Abschnitt (*A*) bringt die axiomatische Fundierung der projektiven, affinen und äquiformen Geometrie. Neben der axiomatischen Charakterisierung wird auch F. Kleins gruppentheoretischer Aufbau auseinandergesetzt. Sodann wird schon hier auf die Möglichkeit der Charakterisierung der beiden nichteuklidischen Geometrien hingewiesen. Abschnitte (*B*), (*C*) und (*D*) behandeln die projektive, parallele und äquiforme Geometrie. In diesen drei Abschnitten werden die entsprechenen Geometrien in Punktreihen, in der Ebene und im Raum entwickelt. Die der Betrachtung zugrunde liegenden Gebilde sind die linearen bzw. diejenigen zweiter Ordnung. Gearbeitet wird mit Koordinaten. Nach den Betrachtungen in (*A*) werden gleich zu Beginn von (*B*) projektive Koordinaten eingeführt. In (*C*) und (*D*) werden entsprechend spezielle affine (Hessesche) bzw. äquiforme Koordinaten eingeführt. In (*D*) wird das allgemeine Prinzip der projektiven Maßbestimmung auseinandergesetzt, das sich bei Zugrundelegung eines absoluten Gebildes ergibt. Abschnitt (*E*) behandelt die hyperbolische bzw. elliptische Geometrie. Verfasser charakterisiert dieselbe in wohlbekannter Weise dadurch, daß er im projektiven Raum eine Fläche zweiten Grades als absolutes Gebilde auszeichnet. Dargestellt werden: Bewegungslehre, Grundlagen der metrischen Geometrie (Cayley—Kleinsche Größenlehre), Cliffordsche

Fläche, verschiedene Modelle der nichteuklidischen Geometrien. In einem Anhang wird eine geänderte Einführung der Kleinschen Modelle behandelt.

Des Buch stellt einen recht systematischen Aufbau der euklidischen und nichteuklidischen Geometrien dar, ausgehend von der projektiven Geometrie.

O. Varga.

Später zu besprechen. — A être analysés plus tard. — To be reviewed later on.

Marston Morse, The Calculus of Variations in the Large (American Math. Society Colloquium Publications, Vol. XVIII), IX + 368 pages, New York, American Mathematical Society, 1934.

J. L. Walsh, Interpolation and Approximation by Rational Functions in the Complex Domain (American Math. Society Colloquium Publications, Vol. XX), IX + 382 pages, New York, American Mathematical Society, 1935.

C. Carathéodory, Geometrische Optik (Ergebnisse der Math. und ihrer Grenzgebiete, 4. Bd., H. 5), IV + 104 S., Berlin, J. Springer, 1937.

R. Courant und D. Hilbert, Methoden der mathematischen Physik, II. Band (Grundlehren der math. Wissenschaften, Bd. XLVIII), XVI + 549 S., Berlin, J. Springer, 1937.

Maurice Fréchet, Méthode des fonctions arbitraires, théorie des événements en chaine dans le cas d'un nombre fini d'états possibles (Traité du Calcul des Probabilités par Emile Borel, t. I, fasc. III, 2. livre), XIII + 315 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1938.

Charles N. Moore, Summable Series and Convergence Factors (American Math. Society Colloquium Publications, Vol. XXII), VI + 105 pages, New York, American Mathematical Society, 1938.

Louis de Broglie, La Mécanique Ondulatoire des systèmes de corpuscules (Collection de Physique Math., fasc. V), VI + 223 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1939.

Jacques Solomon, Protons, neutrons, neutrinos (Collection de Physique Math., fasc. VI), XIII + 228 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1939.

J. Tinbergen, Une méthode et son application au mouvement des investissements (Verification statistique des théories des cycles économiques, I), 178 pages, Genève, Société des Nations, Services d'études économiques, 1939.

Francis Perrin, Mécanique Statistique Quantique (Traité du Calcul des Probabilités par Emile Borel, t. II, fasc. V), III + 224 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1939.

Louis Bachelier, Les nouvelles méthodes du Calcul des Probabilités, VIII + 71 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1939.

Jean Ville, Etude critique de la notion de collectif (Monographies des Probabilités, publiées sous la direction de M. Emile Borel, fasc. III), I + 144 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1939.

A. Adrian Albert, Structure of Algebras (American Math. Society Colloquium Publications, Vol. XXIV), XI + 210 pages, New York, American Mathematical Society, 1939.

Emile Sevin, Physique stellaire, essai de synthèse (Extrait de Bulletin Astronomique), 80 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1939.

Tsurusaburo Takasu, Differentialgeometrien in den Kugelräumen, Bd. II: Laguerresche Differentialkugelgeometrie, XX + 444 S., Tokyo, Maruzen Co. Ltd., 1939.

L. Cagniard, Réflection et réfraction des ondes séismiques progressives, XI + 255 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1939.

Kurt Reidemeister, Die Arithmetik der Griechen (Hamburger math. Einzelschriften, 26. H.), 31 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1940.

C. Carathéodory, Elementare Theorie des Spiegelteleskops von B. Schmidt (Hamburger math. Einzelschriften, 28. H.), IV + 36 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1940.

W. Blaschke, Mathematik und Leben (Hamburger math. Einzelschriften, 27. H.), 13 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1940.

Fritz Emde, Tafeln elementarer Funktionen, XII + 181 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1940.

Wolfgang Gröbner, Idealtheoretischer Aufbau der algebraischen Geometrie, Teil I (Hamburger math. Einzelschriften, 30. H.), V + 56 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1941.

Wilhelm Blaschke, Nicht-Euklidische Geometrie und Mechanik, I, II, III (Hamburger math. Einzelschriften, 34. H.), III + 82 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1942.

Kurt Reidemeister, Mathematik und Logik bei Plato (Hamburger math. Einzelschriften, 35. H.), I + 20 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1942.

Béla v. Sz. Nagy, Spektraldarstellung linearer Transformationen des Hilbertschen Raumes (Ergebnisse der Math. und ihrer Grenzgebiete, 5. Bd., H. 5), IV + 80 S., Berlin, Springer-Verlag, 1942.

H. Tietze, Ein Kapitel Topologie (Hamburger math. Einzelschriften, 36. H.), VII + 47 S., Leipzig und Berlin, B. G. Teubner, 1942.