Bibliographie.

Arnaud Denjoy: Leçons sur le calcul des coefficients d'une série trigonométrique. XIV + 714 pages, Paris, Gauthier-Villars, (Parties I—III) 1941, (Partie IV) 1949.

Les idées développées dans ces leçons, enseignées à l'Université Harvard en 1938—39, ont été publiées dans cinq notes aux *Comptes Rendus* en 1921 sous une forme extrèmement condensée. Dans cet ouvrage, l'auteur présente ses méthodes sous une forme suffisamment détaillée pour les rendre compréhensibles à tous qui s'intéressent à ce sujet.

L'auteur se pose le problème de calculer les coefficients d'une série trigonométrique convergente en connaissant sa somme. On calcule ces coefficients à l'aide des formules de Fourier pourvu que la somme de la série soit intégrable au sens de Lebesgue. Mais la somme d'une série trigonométrique convergente peut ne pas être intégrable par aucun procédé d'intégration qui renferme l'intégrale de Riemann. Par contre, la somme d'une telle série est toujours la dérivée *seconde* (généralisée) d'une fonction continue, somme de la série deux fois intégrée formellement. Pour résoudre le problème proposé, on a donc à chercher une méthode pour calculer une fonction continue en connaissant sa dérivée seconde généralisée. En effet si l'on connaît la somme d'une série trigonométrique, on calculera d'abord la fonction continue dont elle est la dérivée seconde généralisée, puis on calculera la série de Fourier de cette fonction et on en obtiendra la série trigonométrique cherchée par deux dérivations formelles.

Les méthodes employées par l'auteur à calculer la primitive de deuxième ordre sont analogues à celles qui jouent un rôle principal dans le procédé d'intégration qu'il appelle totalisation. Pour calculer la primitive de deuxième ordre de la fonction finie $f(x)$ (nous la désignerons par $F(x)$), nous désignons par S_1 l'ensemble des points de l'intervalle (a, b) dans le voisinage desquels $f(x)$ n'est pas intégrable au sens de Lebesgue. S_1 étant toujours fermé, on calcule la variation seconde de $F(x)$ par deux intégrations de Lebesgue pour trois points quelconques situés dans un même intervalle contigu à S_1. C'est ce que l'auteur entend par "résoudre le problème (U) contigu à l'ensemble S_1". De très simples passages à la limite permettent alors de résoudre le problème (U) contigu au dérivé S_1' de S_1 (c'est l'ensemble des points d'accumulation de S_1). On voit bien que par une répétition transfinie de cette opération on arrive à résoudre le problème (U) contigu au noyau parfait P_1 de S_1.

L'auteur réussit maintenant, par l'application des résultats d'une étude approfondie des ensembles parfaits linéaires, à résoudre le problème (U) contigu à un ensemble fermé $S_2 \subset P_1$ non dense sur P_1. En recommençant les calculs sur S_2 au lieu de S_1, on résoût le problème (U) contigu au noyau parfait P_2 de S_2, puis le même problème contigu à un ensemble $S_3 \subset P_2$, non dense sur P_2, et ainsi de suite

Les ensembles S_α qui résultent de la répétition transfinie de ces opérations, constituent un système bien ordonné d'ensembles fermés, chacun étant non dense sur les précédents. On arrive donc pour un indice α de puissance dénombrable à un S_α vide, et alors on connaît la variation seconde de $F(x)$ pour trois points quelconques de l'intervalle (a, b), c'est-à-dire, on connaît la fonction $F(x)$ à une fonction linéaire additive près.

L'auteur termine son ouvrage par la construction des fonctions dont le développement trigonométrique exige toutes les opérations décrites, ne donnant lieu à aucune simplification.

Au côté de la résolution de ce problème fondamental, l'auteur donne une discussion détaillée de la totalisation simple et de la totalisation complète, de même que l'esquisse d'une théorie abstraite de la totalisation.

Cet ouvrage excellent montre dans une clarté extraordinaire la fécondité des méthodes modernes dans les problèmes classiques de l'Analyse.

Ákos Császár.

J. J. Burckhardt, Die Bewegungsgruppen der Kristallographie, 186 S., Basel, Verlag Birkhäuser, 1947.

Die Systematisierung der Kristallen ist eine alte Aufgabe der Kristallographie, die zuerst von Schönflies (1891) gelöst wurde. Schon nach dem Gesetz von Steno der Winkelkonstanz der Begrenzungsebenen handelte es sich um ein mathematisches Problem, das in der Beschreibung der Symmetriegruppen und der damit verbundenen (diskreten) Bewegungsgruppen besteht, die die Gruppen der Decktransformationen der Punktgitter sind. Erst nach Laues Entdeckung der gitterförmigen Struktur der Kristallen drangen die Punktgitter als lebende Wirklichkeit in die Kristallographie hinein und ist diese sozusagen ein Stück der reinen Mathematik geworden. Diesem entsprechend heißt eine Kristallklasse die Gruppe der Decktransformationen eines Punktgitters, die einen Fixpunkt haben. Nach einem kurzen einleitenden Kapitel über die nötigen analytischen Hilfsmittel, das das Studium auch für Nichtmathematiker ermöglicht, gliedert sich das Buch in zwei große Kapitel, die sich mit den Kristallklassen bzw. den Bewegungsgruppen beschäftigen. Das Problem der Kristallsysteme führt zur geometrischen Äquivalenz der Kristallklassen, dabei ist nötig (um die Beziehungen zu den Bewegungsgruppen in helleres Licht zu setzen) auch die feinere, arithmetische Äquivalenz zu betrachten, beide „Systematisierungen" werden sowohl für die Ebene als auch im Raum durchgeführt nicht nur mit den üblichen Mitteln, sondern auch nach dem geometrisch-zahlentheoretischen Verfahren von Minkowski. (Zwei Kristallklassen heißen geometrisch bzw. arithmetisch äquivalent, wenn ihre Gruppen überhaupt bzw. durch eine unimodulare ganzzahlige Substitution ineinander transformierbar sind.) Die Kristallsysteme werden nach Schönflies bezeichnet. Außer der Bestimmung der Bewegungsgruppen der Ebene und des Raumes wird auch das Problem der (diskreten) Bewegungsgruppen des n-dimensionalen Raumes in Angriff genommen. Das Buch behandelt alle Probleme von rein mathematischem Standpunkt aus und ist so als erstes in seiner Art zu begrüßen. Für die Herstellung des Zusammenhanges mit der physikalischen Kristallographie einerseits, und den benachbarten mathematischen Untersuchungen andererseits, sorgen die am Ende des Buches angefügten wertvollen „Anmerkungen und Literaturhinweise". Die äußerliche und innere Eleganz des Buches machen dem Leser seine Arbeit leicht und die vielen Anregungen spornen ihn zu weiteren Forschungen an.

L. R.

Jean Chazy, Cours de Mécanique Rationnelle, tomes I—II, V+482 et VI+511 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1947/48.

Voici la troisième édition de l'excellent ouvrage de M. CHAZY.

Tome I embrasse la dynamique d'un point matériel. Après un chapitre introduisant au calcul vectoriel, on discute les axiomes de la mécanique et les théorèmes généraux du mouvement, puis on passe à l'analyse mathématique du mouvement rectiligne et curviligne. Dans les chapitres suivants, l'auteur montre, comment il est possible de traiter non seulement des mouvements qui sont des cas-limite idéalisés (p. ex. la chute dans le vide) mais aussi des phénomènes ayant lieu dans la réalité. Un chapitre est consacré au mouvement sur la surface de la Terre.

Tome II traite de la dynamique des systèmes matériels. Après la démonstration des théorèmes généraux, on passe à l'étude du mouvement d'un corps solide autour d'une axe et autour d'un point, et cela s'appuyant sur des raisonnements géométriques et analytiques dans la même mesure. Les chapitres suivants sont consacrés au principe des travaux virtuels et aux équations de LAGRANGE et d'HAMILTON. Le théorème de DIRICHLET et les petits mouvements d'un système au voisinage d'une position d'équilibre sont étudiés dans un chapitre particulier. Après la théorie des chocs et des percussions, soigneusement élaborée et pourvue d'exemples, suivent l'hydrostatique et l'hydrodynamique. Le dernier chapitre résume les éléments de la théorie du potentiel.

On peut recommander cet ouvrage très vivement à tous ceux qui désirent s'approfondir dans la théorie classique de la Mécanique.

R. Pauncz.

Hans Hahn—Arthur Rosenthal, Set functions, IX+324 pages, Albuquerque (New Mexico), The University of New Mexico Press, 1948.

When HAHN died in 1934, all mathematicians regretted that the second volume of his book „*Reelle Funktionen*", the first volume of which appeared in 1932, has not been published by him. ROSENTHAL has been asked to write the second volume by making use of HAHN's manuscript. He finished the German manuscript in 1942, but the war hindered him in publishing it. Finally he published a part of his work in English in the present book.

This work gives a very clear and systematic development of the theory of set functions and shows the classical result of this theory as well as the problems of more modern investigations. The domain of the discussions is — like in the book of HAHN — mostly a quite general abstract space which is only specialized as much as needed.

After a short introduction containing the results of the theory of sets used in the book, chapter I discusses — essentially following HAHN's „*Theorie der reellen Funktionen*" (appeared in 1921) — the basic properties of set functions. Some luckily chosen symbols are used here, e. g. the symbol $=_{\varphi}$ for the abbreviation of „equal neglecting a set E with $\varphi(E)=0$". The discussion of regular and singular set functions is facilitated by an axiomatic definition of these notions. — Chapter II develops the theory of measure functions including the classical theory of CARATHÉODORY. Some special theorems concerning euclidean spaces (non-measurable sets etc.) are also mentioned here. — Chapter III follows again the book of HAHN mentioned above, discussing the theory of measurable functions, asymptotical convergence, the theorems of EGOROFF and LUSIN. — Chapter IV begins with the definition of the integral. The author — like HAHN in his paper appeared in the *Anzeiger* of the Vienna Academy 1929, No. 2, — defines first the indefinite integral as a set function satisfying to some formal properties and shows only later that it can be represented as the limit of Lebesgue or Riemann sums. He develops after the fundamental theorem of RADON and NIKODYM the theory of mean convergence and of multiplication of set functions, considering also non-monotone set-functions. At the end of this chapter we find the theorem of FUBINI on iterated integrals. — Chapter V deals with the derivation of set functions. This is the most modern part of the book, collecting the results of recent investigations. Different kinds of derivates are defined with respect tho the system of sets on which the quotient of two set functions is formed (Vitali, paving, tile derivates etc.), discussing at the same time the mutual relations of the different definitions. The density theorems and the theorem on the transformation of integrals are also mentioned at this place. The work finishes with interesting own researches of ROSENTHAL on the extension of interval functions.

The discussions are precise and clear, the bibliography and the references are very detailed. Ref. would mention perhaps as the only fault of the book that it does not discuss some special theories related to euclidean spaces (Burkill theory, Lebesgue-Stieltjes integral) which would still complete this excellent work.

Ákos Császár.

Louis de Broglie, Mécanique ondulatoire du photon et théorie quantique des champs, VI—208 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1949.

M. LOUIS DE BROGLIE reprend dans cet ouvrage les résultats de la mécanique ondulatoire du photon exposés dans ses ouvrages précédents, pour les approfondir et les compléter, de façon à bien mettre en évidence ce qui distingue cette mécanique ondulatoire du photon de la théorie quantique des champs électromagnétiques telle qu'elle est usuellement exposée.

Dans la théorie non superquantifiée il souligne l'importance du fait que les équations de propagation étant du premier ordre par rapport au temps rentrent seules dans le schéma quantique général. Contrairement aux vues de certains auteurs, des particules neutres doivent être représentées également par des fonctions d'onde complexes, l'existence d'un quadrivecteur densité-flux n'entraînant pas celle des densités de charge et de courant électrique dans le cas d'une particule de charge nulle. Il expose la théorie de la particule de spin maximum 1, avec une fonction d'onde à 16 composantes, théorie développée par l'auteur depuis 1934 comme macanique ondulatoire du photon. Les équations de la théorie sont généralement acceptées comme équations des mésons des forces nucléaires, celles du type maxwellien décrivant un méson pseudo-scalaire de spin 0. Pour le photon avec une masse propre $\mu = 0$ on retrouve les équations classiques de Maxwell, tandis que pour un photon de masse extrêmement petite ($\mu < 10^{-45}$ gramme) mais non rigoureusement nulle on a une théorie reposant sur des équations essentiellement différentes. L'auteur donne une analyse détaillée des objections contre l'hypothèse $\mu = 0$ et de ses avantages.

En passant de la théorie d'une seule particule à la théorie superquantifiée par la méthode de la seconde quantification, on peut faire voir plus clairement le sens physique du formalisme de la théorie quantique des champs.

L'ouvrage se divise en trois parties, traitant des théories non superquantifiées, les théories superquantifiées et les interactions entre matière et rayonnement.

J. G Valatin

Hermann Athen, Vektorrechnung (Bücher der Mathematik und Naturwissenschaften), 90 S., Wolfenbüttel und Hannover, Wolfenbütteler Verlagsanstalt, 1948.

Dieses gut geschriebene Lehrbuch ist eine Einführung für Anfänger, ein Nachschlagebuch für Fortgeschrittene und ein Handwerkszeug für Anwendungen in der Mathematik, Physik und Technik. Es enthält je ein knappes Kapitel über Vektoralgebra, Vektorfelder und Differentialoperatoren, Aufbau von Vektorfeldern mit Beziehungen zur Potenzialtheorie, Tensoren. Gut gewählte Beispiele und Aufgaben mit ihren Lösungen ergänzen das Buch.

Gy. Sz. N.

International Congress of Mathematicians.

An International Congress of Mathematicians will be held in Cambridge, Massachusetts, from August 30 to September 6, 1950, under the auspices of the American Mathematical Society. It is the sincere hope of the American Mathematical Society that this gathering will be a truly international one, with all countries well represented. The Council of the American Mathematical Society has voted unanimously to hold a Congress which will be open to mathematicians of all national and geographical groups.

The Congress will include Conferences in several fields. Following established custom, there will also be a number of invited hour addresses by outstanding mathematicians. In addition, sectional meetings for the presentation of contributed papers not included in conference programs will be held in the following fields: I, Algebra and Theory of Numbers; II, Analysis; III, Geometry and Topology; IV, Probability and Statistics, Actuarial Science, Economics; V, Mathematical Physics and Applied Mathematics; VI, Logic and Philosophy; VII, History and Education.

The official languages will be English, French, German, Italian and Russian.

The plans for the Congress are under the supervision of an Organizing Committee which was elected by the Council of the American Mathematical Society in February, 1948. The Chairman is Professor Garrett Birkhoff of Harvard University and the Vice Chairman is Professor W. T. Martin of Massachusetts Institute of Technology. Professor J. R. Kline of the University of Pennsylvania has been named Secretary of the Congress.

Harvard University has offered the use of its dormitories and dining rooms for mathematicians and their guests for the period of the Congress. The Organizing Committee hopes that it will be possible to furnish board and room without charge to all mathematicians from outside the North American continent who are members of the Congress. Congress membership fees will be announced well in advance of the opening of the Congress. Every effort will be made to facilitate the travel at reasonable cost of foreign participants while in the United States.

Detailed information will be sent in due course to mathematical societies and academies for communication to their membership. Individuals interested in receiving information may file their names in the office of the American Mathematical Society. Communications should be addressed to the American Mathematical Society, 531 West 116th Street, New York City 27, U. S. A.

The Organizing Committee.