Bibliographie.

G. Vranceanu, Leçons de géométrie différentielle, Vol. I., 422 pages. Bucarest, 1947.

La théorie des équations différentielles et celle des groupes continus sont à la base des recherches actuelles de la géométrie différentielle. La plupart des livres sur ce sujet ne tiennent pas compte de ce fait en tant qu'ils renvoient le lecteur à des oeuvres spéciales traitant ces problèmes. Ainsi on ne trouve pas de base solide pour la compréhension des théories géométriques essentielles. A cet égard, les *Leçons* de M. VRANCEANU forment une exception remarquable.

Le livre se divise essentiellement en deux parties dont la première comprend l'appareil analytique et la deuxième s'occupe des problèmes géométriques. La première partie se divise en trois chapitres qui contiennent la théorie des formes de PFAFF et les congruences, la théorie des groupes continus et enfin les problèmes d'équivalence et d'invariants. Vu la richesse des matières traitées, ce serait un vain effort d'entrer dans les détails. Nous nous contenterons de quelques détails de principe. Dans les chapitres qui sont consacrés aux formes de PFAFF et à la théorie des groupes continus, l'auteur ne se borne pas à l'exposition des questions indispensables pour la compréhension des applications ultérieures, mais il traite aussi des théorèmes fondamentaux de ces théories, intéressantes en elles-mêmes, et cet ouvrage peut servir aussi comme une introduction dans ces théories. Les problèmes d'équivalence et d'invariants également importants pour la théorie des groupes comme pour celle des espaces de la géométrie différentielle, sont traités de plusieurs points de vue. Ici se trouvent exposées les recherhes intéressantes de l'auteur sur ce sujet. Les questions de ces chapitres sont traitées par la méthode des sytèmes de congruences indépendantes. Cette méthode dont l'importance a été mise en évidence par les remarquables recherches de l'auteur concernant les systèmes anholonomes, contribue beaucoup à faciliter la compréhension des matières traitées.

La partie géométrique s'occupe des espaces à connexion affine, des espaces de RIEMANN et enfin des espaces à connexion projective. Comme dans la première partie, l' auteur a réussi par un choix judicieux à traiter des théorèmes les plus importants dans la théorie de ces espaces. La méthode utilisée est d'une part le calcul absolu de RICCI, de l'autre le calcul des congruences qu'on doit à l'auteur. Cette méthode jette un pont entre le calcul de RICCI et les méthodes bien connues de M. ÉLIE CARTAN. C'est ainsi que le lecteur accède aux méthodes de M. CARTAN sans que celles-ci soient développées.

Le grand mérite de l'ouvrage est de faire connaître au lecteur diverses parties intéressantes de la géométrie et plusieurs méthodes d'une grande importance. La lucidité de l'exposition augmente encore la valeur de l'ouvrage qui vaut certainement un enrichissement considérable à la littérature de géométrie différentielle.

O. Varga.

G. Birkhoff, Lattice theory (American Mathematical Society Colloquium Publications, Volume XXV), revised edition, XIV+286 pages, New York, American Math. Society, 1948.

If somebody asked, some years ago, what the most unifying concepts of mathematics are, the answer was „sets and groups". Today this answer needs a completion with the term „lattices", this being the consequence of the fact that in the last twenty years lattices have turned out to be of fundamental significance for many branches of mathematics.

Historically, the first lattice-theoretical notion is due to BOOLE in 1847 who has defined the algebra of „attributes" in his logic. The concept of a lattice, in its present form, goes back essentially to DEDEKIND (in 1879). He dicovered it in connection with the theory of ideals, but his results have been left out of consideration. The first years of the third decade of this century can be considered as the actual beginning of lattice theory, when several mathematicians from quite different fields of mathematics were led independently and almost simultaneously to lattices; let us mention the names of the author, FR. KLEIN, K. MENGER and E. NOETHER.

This splendid book of G. BIRKHOFF is a revised and a nearly doubled edition of the author's first book on lattice theory published in 1940. The rapid advances in lattice theory within the last ten years made it necessary to enlarge essentially the size of the book in order to give an adequate account of new discoveries on this subject.

The book begins with a foreword on algebra and topology summarizing the fundamental algebraic and topological ideas needed throughout the work. A partly ordered system is defined in the first chapter as a system with a binary relation $\leqq$ satisfying the law of reflexivity, antisymmetry ($x \geqq y$ and $y \geqq x$ imply $x = y$) and transitivity. The elements 0 and I (satisfying $0 \leqq x \leqq I$ for all x), if exist, play a *distinguished role* in partly ordered sets. Chapter II deals with the definition and main properties of lattices defined as partly odered sets with the property that for any two elements x, y, there exist a greatest lower bound or „meet" and a least upper bound or „join", in symbols $x \cap y$ and $x \cup y$, respectively. Almost every part of mathematics abounds with instances of lattices, one meets them mainly in algebra, set theory, functional analysis, projective geometry, logic and probability theory.

The next chapters are devoted to the most important, more and more restrictive types of lattices. The simplest of them are chains where for any two elements x, y one has either $x \leqq y$ or $y \leqq x$. The chain conditions of abstract algebra are discussed together with several equivalent formulations of the well-ordering axiom. In the following chapter the author is concerned with complete lattices, i. e. lattices in which every subset has a meet and a join, giving at the same time the method of closure operation for constructing complete lattices. It is shown that in a complete lattice it is possible to introduce intrinsic topologies defined in terms of the order relation. The modular or Dedekind axiom is assumed in the subsequent chapter: if $x \leqq z$, then $x \cup (y \cap z) = (x \cup y) \cap z$, satisfied by many important lattices such as normal subgroups of a group, ideals of an integrity domain, etc. The sixth chapter contains applications to algebra, of which the most important are the generalized Jordan-Hölder theorem on principal series and the Kurosh-Ore theorem on the decomposition of elements. Two chapters are devoted to semi-modular and complemented modular lattices (complemented means that each x has a complement x' such that $x \cap x' = O$ and $x \cup x' = I$), including many interesting results on plane and projective geometry, in particular on continuous-dimensional projective geometries discovered by J. von NEUMANN. In Chapter IX the important type of distributive lattice (in which $(x \cup y) \cap z = (x \cap z) \cup (y \cap z)$ for any x, y, z) is developed. Then the author deals with Boolean algebras defined as complemented distributive lattices, and discusses STONE's theorem on the one-one correspondence between Boolean algebras and Boolean rings with unit, the latter being rings whose elements are all idempotent. It is shown that ideals of Boolean algebras are like normal subgroups in group theory, namely, they correspond one-one to the congruence relations. The next two chapters apply lattices to set theory, logic and probability. Chapters XIII—XV contain the theory of lattice-ordered semigroups and groups as well as vector lattices. The book ends with a discussion of ergodic theorems.

Each section in the book closes with numerous — sometimes difficult, but always very interesting — exercises which serve to give the reader an opportunity to test his grasp of the subject and at the same time to state many remarkable theorems, there being no place for a detailed discussion. Many of the results of a large variety of problems contained in this book are the author's own work, some of them being published here for the first time. The book also contains 111 unsolved problems on lattice theory.

At the end of the book there is a bibliography of the most important works on the subject; a complete reference is given in footnotes. The subject- and author-indices make easier the handling of this concisely and clearly written excellent work.

L. Fuchs

Tibor Radó, Length and area (American Mathematical Society Colloquium Publications, Volume XXX), VI+572 pages, New York, American Mathematical Society, 1948.

The chief aim of the book is to present the actual state of the theory of surface aera. This is a difficult task, the moment being not especially apted for such an enterprise, because — as the author himself admits — „there exists at present no unified general theory of surface area". Nevertheless in the past 50 years, starting from the fundamental ideas of LEBESGUE and GEÖCZE and owing to the researches of several authors, and in a great part to the work of RADÓ himself, the principal notions of the theory have been made clear in a great extent, many important results were achieved and a great number of paradox phenomena discussed. We emphasize the role of paradoxes because — as the author puts it — frequently „an apparent paradox turns out to be the source of essentially new insight". For instance the famous example of H. A. SCHWARZ, or the example given by GEÖCZE of a cube filling surface of zero area were really starting points of further progress. In view of the complexity of the subject, a clear survey of our present knowledge, with much emphasis laid on the fundamental difficulties and on the different possible points of depart, as given in the book, may serve as a basis of further progress towards the elucidation of the problem.

The theory of arc-length plays only a secondary rôle in the book and serves primarily as an introduction and a source of analogies (which however are sometimes misleading but nevertheless instructive — as it is pointed out by the author) for the theory of surface area. The theory of arc length, which may be regarded as complete compared with the theory of area, as presented by the author, may be summarized as follows: A curve C is defined as an equivalence class (in the sense of FRÉCHET) of continuous transformations of an interval. A curve C admits of different parametic representations by a continuous vector function $v(u) = (x(u), y(u), z(u))$ defined in an interval $\alpha \leqq u \leqq \beta$. The arc length $L(C)$ of C is defined as the Burkill integral over (α, β) of the interval function $F(v, I) = |v(b) - v(a)|$ where $I = (a, b)$. It is proved that if $L(C) < \infty$, the components of $v(u)$ are of bounded variation and, conversely, if the components of a representation of C are of bounded variation then so are the components of any representation of C, furher $L(C)$ is finite and its value does not depend on the choice of the representation. In this case, $v(u)$ being of bounded variation, $v'(u)$ exists almost everywhere, and it is proved that the integral of $|v'(u)|$ over (α, β) does not exceed $L(C)$, and is equal to the latter if and only if $v(u)$ is absolutely continuous. For any curve C with $L(C) < \infty$ an absolutely continuous representation can be given (e. g. if the arc-length is chosen as parameter) but there exists also always a purely singular representation with $v'(u) = 0$ almost everywhere. Finally $L(C)$ when considered as a functional in the space of continuous curves, is lower semicontinuous.

The last mentioned fact is, as it is emphasized by the author, „one of the few clear cut analogies between arc length and surface area" on which the theory of surface, initiated by LEBESGUE and GEÖCZE and developed further by the author, is based. Generally the analogies lie deep, while the discrepancies are conspicuous. Let us mention the most important discrepancies: it is clear that a short curve may be enclosed in a small sphere, but it is easy to see, that by folding properly a very narrow and long rectangle we obtain a surface with area as small as we please which passes within ε of every point of the unit cube and can not be enclosed in a smaller convex domain. An other essential difference concerns the inequality of STEINER. If the vector functions $v_1(u)$ and $v_2(u)$ represent the curves C_1 and C_2 and if C_3 is the curve represented by $v_3(u) = v_1(u) + v_2(u)$, we have $L(C_3) \geqq L(C_1) + L(C_2)$. As it has been remarked by FEJÉR, the same does not hold for surfaces in general. Nevertheless the inequality of STEINER admits of a straightforward generalization to surfaces having a representation $z = f(x, y)$ and this is the reason why the theory of such surfaces may be developed, by the use of the Burkill integral, without any topogical apparatus. In the general case, however, topological difficulties of a high order are inevitable, if the notion of a surface is understood in the generality proposed by the author. A great part of the book is devoted to the study of the topological problems mentioned. Part I furnishes background material in topology and analysis, Part II gives a study of the topological concepts of curve and surface, Part III contains the theory of arc length, while Part IV discusses topological and analytical questions regarding plane transformations. The proper theory of surface area is presented, after these preliminaries, in Part V. The study of area is concentrated around the theory of the Lebesgue area but other alternative approaches, especially different definitions of lower area given by GEÖCZE, RADÓ and REICHELDERFER are also treated in extenso. The concept of a surface is interpreted as a path-surface rather than a point-surface, i. e. a point set may be multiply covered by a surface. The Lebesgue area $A(S)$ is defined as the greatest lower bound of the elementary surfaces of polyhedra, converging in the sense of FRÉCHET to the surface S. An alternative descriptive definition is the following: $A(S)$ is a functional defined in the space of surfaces (i. e. equivalence classes of topological transformations of a 2-cell), nonnegative (eventually infinite), which coincides with the elementary value of the area for polyhedra, is lower semi-continuous and for every S there exists a sequence of polyhedra $P_n \to S$ with $A(P_n) \to A(S)$. The preference given by the author to the Lebesgue area is motivated by the necessities of applications, especially in the calculus of variations, for instance in the problem of PLATEAU. Attention is called on several unsolved problems regarding the equivalence of different definitions of surface area, among which we mention only the so-called Geöcze problem whether the Lebesgue area $A(S)$ concides always with the functional $A(S)$ which is defined in the same way as $A(S)$ by the additional restriction that only inscribed polyhedra are admitted.

In view of the complexity of the subject, a section, entitled „General Comments" is added at the end of each part of the book, containing a survey of results obtained and important methodical and critical comments, which facilitates oversight; nevertheless the book remains rather difficult to read. It is to be regretted that the theory of arc length is mixed up — as regards the preparatory chapters — with the theory of surface area, and thus it is difficult for a reader interested only in the first subject to gather the material needed, especially as topological concepts are developed more deeply as necessary for the applications in differential geometry, in the calculus of variations, where the concept of a surface does not present itself in its full generality, and in a second advanced part for specialists. From the point of view of specialists, however, the book contains a rich material, presented in a systematic manner and in a clear and concise style, and surely it will greatly contribute to the success of further researches in the subject.

A. Rényi.

Einar Hille, Functional Analysis and Semi-Groups (American Math. Society Colloquium Publications, Volume XXXI), XI + 528 pages, New York, 1948.

An abstract semi-group is a system of elements in which an associative multiplication is defined. Such systems were first studied by DE SÉGUIER (1904) and L. E. DICKSON (1905): they assumed also the law of cancellation: if either $ab = ac$ or $ba = ca$, then $b = c$. Some sporadic papers on the algebraic theory of semi-groups followed. However, the main importance of the semi-group concept does not seem to lie in the algebraic field, but rather in the applications to Analysis where topological semi groups and in particular one-parameter semi-groups of linear transformations of a function space to itself come up in the most diversified connections. For such semi-groups, topological and analytical methods are available and a much richer theory results. In these connections, the law of cancellation is never supposed; on the other hand, commutativity is frequently assumed.

The author has great merits in having laid the foundations of, and developed with much success, this new mathematical discipline. He presents now the first monography on this subject. The high competence of the author, his enthousiasm in the subject and his clear style produced a work of unusual value not only for its rich content but also for its impressive and suggestive effect.

He has taken up his task in its most comprehensive sense. Guided by the desire to offer a practically self-contained presentation of the theory, he has incorporated in his book an elaborate introduction to modern functional analysis with special emphasis on function theory in Banach spaces and Banach algebras. This occupies Part One and Appendix; these can be read separately from the rest and present a valuable continuation of the original monography of BANACH. One finds there a very detailed discussion of the different extensions of the Lebesgue integral, and of the differentiability and analyticity, to functions of real or complex variables having their range in a Banach space, or to functions having both domain and range in a Banach space or in a Banach algebra. By a Banach algebra there is meant a Banach space in which an associative multiplication of the elements is defined such that $||xy|| \leqq ||x|| \, ||y||$. Since the fundamental papers of I. GELFAND in the *Mat. Sbornik* (1941) who called them „normed rings," Banach algebras were intensively studied in particular by Soviet and American mathematicians and it is very likely that this field will stand in one of the centers of mathematical interest in the next future. The Appendix of the book presents some very recent results on algebraic properties of Banach algebras.

The major part of the book, Parts Two and Three are devoted to the analytical theory of semi-groups and to special semi-groups. The main problem is the study of bounded transformations $T(\alpha)$ of a Banach space, satisfying $T(\alpha)\,T(\beta) = T(\alpha+\beta)$ for all values α, β of the paramenter in an open semi-module of real or complex numbers having $\alpha = 0$ as a limit point. When $\alpha \longrightarrow 0$, two entirely different cases arise according as $T(\alpha)$ tends to the identity in the uniform or in the strong sense. Particular interest lies in the study of the infinitesimal generator of the semi-group, $A = \lim\,[T(\alpha) - I]/\alpha$ $(\alpha \longrightarrow 0)$, its resolvent is the Laplace transform of $T(\alpha)$. The converse problem of constructing a semi-group with given infinitesimal generator is also investigated. The important case of analytic semi-groups deserves particular interest. Ergodic theory may be regarded as a question of the behavior of such a $T(\alpha)$ when $\alpha \to 0$ or ∞; this theory is shown to be closely related to a Tauberian theory of Laplace integrals, applied to the resolvent of the infinitesimal generator.

The part on special semi-groups consists of six chapters: Translations and Powers; Trigonometric Semi-Groups; Semi-Groups in $L_p(-\infty, \infty)$; Semi-Groups in Hilbert-Space; Semi-Groups and Partial Differential Equations; and Summability, Stochastic Processes, Fractional Integration. This part is by the great variety of its contents and by the unity of the underlying ideas, perhaps the most instructive part of the book.

We are convinced that this work will influence and stimulate in a considerable extent the future development of Functional Analysis, especially what regards its algebraic aspects.

B. Sz.-N.

Paul Lévy, Processus stochastiques et mouvement brownien. Suivi d'une Note de M. LOÈVE (Monographies des Probabilités, Fascicule VI), 365 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1948.

Parmi les progrès récents du calcul des probabilités, c'est la théorie des fonctions aléatoires qui n'a pas encore reçu une exposition monographique. Le présent important ouvrage de M. LÉVY comble cette lacune.

Précédée par une étude générale des processus stochastiques et en particulier ceux stationnaires la majeure partie du travail est un exposé d'ensemble des résultats obtenus par l'auteur de 1934 à 1939 sur les processus additives et sur le mouvement brownien. La retardation de la publication a permis à l'auteur d'y incorporer aussi quelques résultats plus récents de KHINTCHINE, CRAMÉR, LOÈVE, KAMPÉ de FÉRIET, BLANC-LAPIERRE et FORTET sur les processus stationnaires. En une note extensive terminant le livre M LOÈVE donne un résumé clair de la théorie des fonctions aléatoires du second ordre, c'est-à-dire avec covariance finie.

C'est impossible de donner ici une image satisfaisante du contenu riche de l'ouvrage. Nous nous contentons d'une esquisse à grands traits.

Après un bref rappel de quelques définitions et des résultats fondamentaux du calcul des probabilités et de deux exemples simples de processus stochastiques, le chapitre II a pour objet la définition générale des processus stochastiques, les différentes modes de continuité et les différentes sortes de dérivées des fonctions aléatoires ainsi qu'une condition suffisante pour qu'une équation différentielle stochastique conduise à une telle fonction. La définition donnée d'après SLUTSKY est sans doute seulement intuitive, mais on connait les difficultés d'une définition fondée sur la théorie de la mesure. — Le chapitre III est consacré aux processus de MARKOFF, c'est-à-dire non heréditaires. Il montre le rôle de l'équation intégrale de CHAPMAN-KOLMOGOROFF et celui des équations aux dérivées partielles de la diffusion de la probabilité de KOLMOGOROFF dans le cas des fonctions presque sûrement continues. Dans le cas du mouvement brownien, l'équation correspondante est celle de la chaleur — Le chapitre IV expose la théorie des processus stationnaires commençant avec le théorème classique de KHINTCHINE et terminant avec les travaux plus récents indiqués. On trouve ici une application de la remarquable nouvelle théorie des operateurs de L. SCHWARTZ. — La plus grande partie du chapitre V est consacrée à la théorie des processus additifs d'après le livre connu de l'auteur. Les chapitres VI, VII, VIII sont exclusivement consacrés au mouvement brownien de rotation resp. à celui dans un, deux et plusieurs dimensions, de propriétés très différentes et surprenantes. On trouve ici non seulement la loi du logarithme itéré de KHINTCHINE avec indication aux recherches de FELLER, mais aussi les résultats de l'auteur publiés en 1939 et 1940 dans la *Compositio Math.* et dans l'*American Journal of Math.*

Sans doute le livre de M. LÉVY fera son mieux pour populariser cette belle et importante théorie.

T. Szentmártony.

Hermann Athen, Ebene und sphärische Trigonometrie (Bücher der Mathematik und Naturwissenschaften), 112 S., Wolfenbüttel und Hannover, Wolfenbütteler Verlagsanstalt, 1948.

Dieses Lehrbuch enthält alles aus der Trigonometrie, was theoretisch oder für die praktischen Anwendungen in der Mathematischen Geographie und in der Astronomie von Wichtigkeit ist. Die Darstellung strebt sich nicht möglichst einfach zu sein. Die vektorielle Darstellung der Grundformen scheint uns nicht einfacher, als die übliche. Wir glauben, dass der Halbwinkelsatz für die Tangenten in einem Dreieck sich aus den Radien der Berührungskreise einfacher ableiten lässt, als aus dem Cosinussatz. Mit der Methode der Berührungskreise würde sich auch eine Anzahl von trigonometrischen Formeln, z. B. für den Flächeninhalt, Umfang, für die Radien der verschiedenen Kreise eines Dreiecks leicht ergeben. Dieselbe Methode liesse sich auch in der sphärischen Trigonometrie mit Erfolg anwenden.

Das Lehrbuch enthält eine reiche Sammlung von glücklich gewählten praktischen Aufgaben.

Gy. Sz.-N.

L. Locher-Ernst, Differential und Integralrechnung im Hinblick auf ihre Anwendungen, 595 Seiten, Basel, Verlag Birkhäuser, 1948.

Das vorligende Buch gibt eine Einführung in die Differentialrechnung, die Integralrechnung und in die analytische Geometrie mit besonderer Berücksichtigung ihrer Anwendungen und in Verbindung mit einem umfassenden Übungsmaterial, das über 1000 geschickt gewählten Übungen mit Lösungen umfasst. Graphische und numerische Verfahren werden besonders berücksichtigt.

Verfasser betritt die pädagogische Ansicht, dass es dem Anfänger unmöglich ist umfassende Begriffe sich mit einer einzigen Anstrengung anzueigen und dass also solche Begriffe so dargebacht werden müssen, dass sie erst in der Folge der Entwicklungen ihre strenge Konturierung erhalten. Demgemäss werden z. B. Differentialquotient und bestimmtes Integral zuerst anschaulich an einfachen Beispielen erläutert. Im Hinblick auf die Anwendungen in der Physik und Technik wird durchwegs mit Differentialen gearbeitet. Abweichend von der üblichen strengen Definition wird das Differential als „eine werdende Null", d. h. „eine variable Grösse, die unbegrenzt dem Werte Null zustrebt" definiert.

Wenn auch die konsequente Durchführung dieser pädagogischen Gesichtspunkte manchmal etwas übertrieben erscheint, muss man zugeben, dass diese Gesichtspunkte berechtigt sind, besonders wo es um Anfänger handelt, die die höhere Mathematik nur als ein Werkzeug in der Physik, Technik usw. studieren wollen. Damit wollen wir aber keineswegs sagen dass der gleiche Cesichtspunkt im Falle der Kandidaten der Mathematik unrichtig wäre. Gewiss ist er auch dann berechtigt nur muss man besonders darauf achten, dass die „anschauliche" Einführung der Begriffe die „strenge" nicht ersetzen, sondern diese vorzubereiten und ihre Notwendigkeit erkennen lassen soll.

Das Buch wird sich gewiss, und mit gutem Grund, eine grosse Anerkennung von Lehrern und Studierenden erwerben.

B. Sz.-N.

Pierre Humbert et Serge Colombo, Introduction mathématique à l'étude des théories électromagnétiques. Fascicule I: Analyse vectorielle. Transformation conforme. Théorie du potentiel, IV + 149 pages, Paris, Gauthier—Villars, 1949.

L'ouvrage est destiné principalement aux ingénieurs et aux physiciens qui éprouvent le besoin de préciser et d'étendre leurs connaissances en analyse afin de pouvoir lire sans trop de difficulté les traités spécialisés et les mémoires originaux relatifs à l'électromagnétisme. Ils ont besoin notamment de l'analyse vectorielle, des éléments de la théorie des fonctions analytiques (séries de Taylor et de Laurent, calcul des résidus), des transformations conformes, de quelques fonctions spéciales (polynomes de Legendre et d'Hermite, fonctions de Bessel et de Mathieu, fonctions ellitiques), de la théorie du potentiel et de la théorie des équations différentielles, en particulier de l'équation de Laplace, des équations des ondes et de la chaleur, et de l'équation des télégraphistes.

Les auteurs présentent une introduction à ces domaines qui peut servir de répertoire bien maniable aussi pour le mathématicien. Des exercises, des notices historiques et une bibliographie augmentent la valeur de l'ouvrage.

B. Sz.-N.

Kurze Mathematiker-Biographien. Jakob Steiner par Louis Kollros. **Leonhard Euler** von Rudolf Fueter. **Ludwig Schläfli** von J. J. Burckhardt. **Jost Bürgi und die Logarithmen** von E. Voellmy. Beihefte Nr. 2—5 zur Zeitschrift „Elemente der Mathematik", Basel, Birkhäuser, 1947—48.

Jede Kurzbiographie enthält ein Porträt, ein Facsimile, die Angaben der wichtigsten Daten, die Charakteristik der Persönlichkeit und einige Beispielen aus den mathematischen Werken des betreffenden Mathematikers und hat den Umfang von 24 Seiten. Das Heft über Steiner ist französisch, die übrigen aber sind deutsch geschrieben.

Von jedem Hefte können wir nur anerkennende Worte sagen. Die Zusammenstellung der riesigen Arbeitsamkeit von Euler und der reichen Tätigkeit von Steiner ist ausgezeichnet. Auch die Biographien der weniger bekannten Mathematiker Schläfli und Bürgi sind gut gelungen.

In Vorbereitung befindet sich eine Kurzbiographie von Johann und Jacob Bernoulli. Nach einer brieflichen Mitteilung vom Redaktor wird diese Sammlung auch Kurzbiographien nichtschweizerischer Mathematiker enthalten, wie Abel, Gauss, Fermat, Galois, Monge, Bolyai usw.

Gy. Sz.-N.

Wilhelm Blaschke, Projektive Geometrie (Bücher der Mathematik und Naturwissenschaften), 160 S, 61 Abbildunden, Wolfenbütteler Verlagsanstalt, Wolfenbüttel und Hannover, 1947.

Nach dem Vorwort des ausgezeichneten Verfassers soll dieses Büchlein den Studierenden der Anfangssemester mit den wesentlichen Gedanken und Figuren des Gegenstandes vertraut machen. Dieses Lehrbuch liefert aber auch den Fachleuten Neues ebenso im Inhalt, wie auch in der Zusammenstellung. Die wichtigsten

Kapiteln behandeln Kegelschnitte, Quadriken, Liniengeometrie, nichteuklidische Geometrie und Möbiussche Vierflachpaare. Auch die geschichtlichen Daten vergrössern die Lebendigkeit des Gegenstandes.

Der Verfasser bestrebt sich die Begriffe und Lehrsätze möglichst kurz einzuführen bzw. zu bewiesen. Demgemäss ist die angewandte Methode bald syntetisch bald analytisch. Nur auf diesem Wege gelang es dem Verfasser einen sehr reichen Stoff in bloss 146 Steiten (abgerechnet das Vorwort und den Namen- und Sachweiser) übersichtlich, leicht verständlich und originell darzustellen.

Gy. Sz.-N.

Wolfgang Gröbner—Nikolaus Hofreiter, Integraltafel. Erster Teil. Unbestimmte Integrale, VIII + 166 Seiten, Wien und Innsbruck, Springer-Verlag, 1949.

„Der Zweck dieser Integraltafel ist, den Mathematikern, Physikern und Ingenieuren zeitraubende Ausrechnungen von Integraformeln nach Möglichkeit zu ersparen; sie soll auch einen Überblick über alle in den einzelnen Fällen brauchbaren Methoden geben."

Die Verfasser haben auch diejenigen Formeln, die aus älteren Formelsammlungen übernommen sind, vollständig neu gerechnet und überprüft; allen Formeln sind genaue Angaben über ihren Geltungsbereich hinzugefügt. Die Einteilung der Integrale erfolgt nach den Integranden; die drei Hauptabschnitte der rationalen, algebraisch irrationalen und transzendenten Integranden sind lexikographisch unterteilt.

Wir begrüssen diese nützliche, schön ausgestattete und handhabliche Tafel, und hoffen, dass der zweite Teil, der die bestimmten Integrale enthalten soll, auch in Kürze erscheinen wird.

B. Sz.-N.

N. W. McLachlan et Pierre Humbert, Formulaire pour le calcul symbolique (Mémorial des Sciences Math., Fascicule 100), 67 pages, Paris, Gauthier—Villars, 1941.

Le calcul operatoire d'Heaviside fait usage des transformées de Laplace

$$\varphi(p) = p \int_0^\infty e^{-pt} f(t)\, dt,$$

Pour qu'on puisse manier ce calcul, il est donc absolument nécessaire qu'on possède un „dictionnaire" indiquant autant de fonctions correspondantes $f(t)$, $\varphi(p)$ que possible. On trouve ici près de 700 formules de calcul symbolique, soit règles opératoires ou correspondances, ces dernières classées d'après la nature de la fonction originale.

B. Sz.-N.

Lous de Broglie, La mécanique ondulatoire des systèmes de corpuscules (Collection de Physique Math., fascicule V), deuxième édition, VI + 223 pages, Paris, Gauthier—Villars, 1950.

Réédition avec des mineurs changements de la première édition, parue en 1939 et analysée dans *ces Acta*, 11 (1946), p. 126—127.

B. Sz.-N.