Bibliographie.

N. Bourbaki, Éléments de mathématique. Première partie: **Les structures fondamentales de l'analyse** (Actualités Scientifiques et Industrielles), Paris, Hermann et Cie.

Le programme de BOURBAKI est d'exposer les principales théories mathématiques d'une manière unifiée qui fait bien ressortir les progrès accomplis pendant le dernier demi-siècle, ainsi que les tendances du développement actuel. L'exposé suit la méthode dogmatique et axiomatique; il s'agit de mettre en lumière les rapports liant les diverses théories mathématiques. Pour mener à bien l'unification cherchée, l'auteur a dû faire un choix; un tel choix est toujours discutable, mais celui de BOURBAKI correspond parfaitement au plan qu'il s'est tracé. Outre cette unification des mathématiques, il se propose aussi de donner une base solide et indiscutable à toute la mathématique moderne qui pourrait servir de point de départ aux théories ultérieures. L'axiomatique est un outil indispensable pour un tel fondement, mais elle ne constitue pas le but ultime.

À cause de sa méthode déductive, ce traité n'est pas pour une première introduction, car la voie psychologique d'acquérir de nouvelles connaissances est plutôt celle inverse. Néanmoins, une collection riche et systématique d'exercices et d'exemples instructifs fait bien pour compenser ces difficultés. Pour le lecteur plus avancé la méthode de BOURBAKI présente beaucoup d'avantages et ce traité est un véritable événement aussi pour le chercheur. Sans doute, BOURBAKI fera son école et aura une influence considérable sur le développement des mathématiques.

Le traité paraît en des fascicules séparés. Livre I (dont seulement un fascicule des résultats est à ce jour paru) traite de la théorie des ensembles; Livre II expose les théories algébriques; Livre III est consacré à la topologie générale. On donnera ici un compte rendu des fascicules des Livres II—III parus pendant la période 1940—1949.

B. Sz.-N.

Livre II. **Algèbre.**

Chapitre I. **Structures algébriques** (No. 934; 165 pages, 1942).

Les §§ 1—5 *traitent de la notion la plus générale de structure algébrique.* Pour un ensemble E, on appelle "loi de composition interne" une opération binaire faisant correspondre à certains couples x, y d'éléments de E un élément $x \cdot y$ de E. Une "loi de composition externe" est une opération binaire sur les ensembles Ω ("domaine d'opérateurs") et E, faisant correspondre à certains couples d'éléments $\alpha \in \Omega$, $x \in E$ un élément $\alpha \cdot x \in E$. D'une façon générale, on appelle structure algébrique sur l'ensemble E toute structure déterminée sur E par une ou plusieurs lois de composition internes entre éléments de E, et une ou plusieurs lois de composition externes entre des domaines d'opérateurs et E. Les diverses structures algébriques classiques s'en dérivent si l'on précise convenablement les propriétés des lois de composition et les relations entre elles. Mais l'auteur réussit de définir l'élément neutre, l'élément symétrique, la partie stable d'une structure algébrique, la structure quotient, l'homorphisme et la représentation même pour les structures algébriques du type le plus général et d'établir des théorèmes généraux correspondant au théorème d'homomorphie et aux deux théorèmes d'isomorphie de la théorie des groupes. Notons en particulier l'élégance de la construction d'une portée très générale, appelée par l'auteur "symétrisation d'une structure" qui comprend comme cas particuliers entre autres l'extension d'un semi-groupe commutatif en un groupe et l'extension d'un anneau d'intégrité en un corps.

Les §§ 6—9 traitent des structures algébriques particulières. On introduit les notions fondamentales et on établit les premiers théorèmes de la théorie des groupes et des groupes à opérateurs; le théorème de JORDAN—HÖLDER—SCHREIER est démontré par la voie la plus élégante qu'on connaisse aujourd'hui: par le lemme de ZASSENHAUS. Les groupes de transformations, les fondements de la théorie des anneaux et des corps font l'objet des trois derniers paragraphes. Une Note historique en 9 pages, d'un contenu très riche, termine le chapitre.

Chapitre II. **Algèbre linéaire** (No. 1032; 132 pages, 1947).

On introduit d'abord les notions fondamentales de la théorie des modules. Un *module* à gauche est un groupe additif commutatif E avec un anneau A comme domaine d'opérateurs à gauche; le module E est *unitaire* si A possède un élément neutre qui est l'opérateur identique pour E. Si A est un corps, le module unitaire E s'appelle espace vectoriel. Après des théorèmes sur les applications linéaires d'un A-module dans un autre et sur la structure des espaces vectoriels, on introduit la notion importante du *dual* d'un module E: c'est le A-module à droite E^* formé par les formes linéaires (= applications linéaires de E dans A). On démontre: Si E est un espace vectoriel de dimension n et si V est un sous-espace de E de dimension p, le sous-espace V' de E^* formé par es formes linéaires s'annulant sur V est de dimension $n-p$. Ce théorème permet à l'auteur de traiter des systèmes d'équations linéaires d'une façon élégante. Suit l'étude des problèmes concernant les espaces vectoriels dont le corps des scalaires contient un sous-corps distingué. Il y a à noter la belle et remarquable démonstration du théorème fondamental de la théorie de Galois des corps (non commutatifs). Un paragraphe s'occupe des matrices finies; notons en particulier la belle démonstration du théorème affirmant que les rangs par lignes et par colonnes d'une matrice sont égaux. Bien entendu, tout cela se fait sans déterminants, puisque les éléments de la matrice sont tirés d'un anneau dont on ne suppose pas d'être commutatif. Suit un paragraphe sur les algèbres, avec une riche collection de divers types particuliers. Un appendice sur les applications "sémi-linéaires" termine le chapitre.

T. Szele.

Chapitre III. **Algèbre multilinéaire** (No. 1044; 157 pages, 1948).

La notion fondamentale pour tout le chapitre est celle du *produit tensoriel* de n modules unitaires $E_1, E_2, \ldots, E_n$ sur un anneau commutatif A. C'est un A-module G caractérisé à une isomorpie près par les deux propriétés suivantes 1) Il existe une application multilinéaire $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \to g(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ de l'ensemble produit $P = E_1 \times E_2 \times \ldots \times E_n$ dans G telle que l'image de P engendre G; 2) Si $(x_1, x_2, \ldots, x_n) \to f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ est une application multilinéaire de P dans un A-module quelconque F, il existe une application linéaire et une seule $g \to h(g)$ de G dans F telle qu'on ait identiquement $f(x_1, x_2, \ldots, x_n) = h(g(x_1, x_2, \ldots, x_n))$. Un tenseur p-fois covariant et q-fois contrevariant sur un A-module E est alors défini comme un élément du produit tensoriel de $p+q$ facteurs dont p sont égaux à E et q à son dual E^*. La seconde moitié du chapitre s'occupe de l'algèbre extérieure (multiplication extérieure de GRASSMANN); c'est ici que les déterminants s'introduisent de la façon la plus naturelle.

Il y a trois appendices: Produits tensoriels infinis; Produit tensoriel de deux modules sur des anneaux non commutatifs; Sur les applications universelles. Une Note historique intéressante est ajoutée, concernant l'algèbre linéaire et multilinéaire. La bibliographie placée à la fin contient les principales contributions à ce sujet; d'après l'opinion du rapporteur, le Mémoire de H. WHITNEY: Tensor product of abelian groups (*Duke Math. Journal*, 4 (1938)) aurait dû figurer dans cette liste.

O. Varga.

Livre III. Topologie générale.

Chapitre I. **Structures topologiques**; Chapitre II. **Structures uniformes** (No. 858; VIII + 132 pages, 1940).

Ces deux chapitres sont très originaux, par la généralité de l'exposé (aucun axiome de dénombrabilité), l'utilisation systématique de la notion de filtre et la théorie simplifiée des espaces uniformes.

Une topologie sur un ensemble est définie par la famille des parties dites "ouvertes", qui vérifie les axiomes des ensembles ouverts. Notons que l'auteur appelle voisinage d'un point *chaque* ensemble dont l'intérieur contient le point donné. *Inversement: définition d'une topologie par des systèmes de voisinages attachés à chaque point.* Comparaison des diverses topologies définies sur un même ensemble; topologie relative; application continue.

Aucun axiome de dénombrabilité n'étant intervenu, la notion de suite convergente est remplacée par celle de filtre, due à H. CARTAN. Un filtre est un ensemble de parties de l'espace, qui vérifie les axiomes: (F_I) Tout ensemble qui contient un ensemble d'un filtre appartient au filtre; (F_{II}) toute intersection finie d'ensembles d'un filtre appartient au filtre; (F_{III}) aucun ensemble d'un filtre n'est vide. [Exemples: toutes les parties d'un ensemble contenant un élément ou un ensemble donné; les complémentaires des sous-ensembles finis d'un ensemble infini; les parties d'un espace de base dénombrable, qui contiennent les complémentaires des parties finies d'une suite convergente (cas particulier du filtre de FRÉCHET), etc.] Dans un espace où un axiome de dénombrabilité est valable, pour qu'une suite converge vers un point x, il faut et il suffit, que le filtre de Fréchet, déterminé par la suite, contienne le filtre des entourages de x. On démontre que ce procédé permet de généraliser une partie importante de la théorie des suites convergentes aux espaces les plus généraux. Notamment le théorème de TYCHONOFF sur le produit des espaces compacts devient d'un énoncé évident. (Compact signifie bicompact au sens d'ALEXANDROFF—HOPF.) La notion de filtre et d'ultrafiltre permet enfin d'exposer d'une façon élégante des questions classiques où les axiomes de dénombrabilité se trouvaient satisfaits, en supprimant, notamment, l'emploi du procédé diagonal.

Structures uniformes. Dans des espaces importants on peut donner un sens à l'expression "deux points sont voisins l'un de l'autre" sans fixer la position de l'un d'eux. A. WEIL a montré que pour préciser cette notion il n'est pas nécessaire de recourir à la métrique. L'exposé de la théorie de WEIL est très simplifié par la notion de filtre. On définit sur un ensemble E une structure uniforme en utilisant un filtre de voisinages de la diagonale de l'espace produit $E \times E$. Fonctions uniformément continues. Espaces complets; complétion d'un espace uniforme.

Chapitre III. **Groupes topologiques (Théorie élémentaire)**; Chapitre IV. **Nombres réels** (No. 916; IV + 158 pages, 1942).

Un groupe topologique G est muni d'une structure double: au sens algébrique il est un groupe, au sens topologique un espace, ces deux structures étant compatibles, c'est à-dire l'application $(x, y) \rightarrow xy^{-1}$ de $G \times G$ dans G est continue. (On ne suppose pas l'axiome de séparation.) Sous-groupe quotient, homomorphisme, espace homogène, produit. Structure uniforme et complétion d'un groupe topologique. Familles sommables dans un groupe abélien. Anneaux et corps topologiques. (Théorie élémentaire avec beaucoup d'exemples concernant les corps p-adiques.)

Le chapitre IV est entièrement consacré à l'étude élémentaire du corps topologique des nombres réels, qui est défini ici comme la complétion du corps des nombres rationnels. Les propriétés de la droite numérique sont facilement établies, en utilisant la théorie générale. Fonctions numériques définies dans un ensemble filtré. Familles sommables et multipliables : séries et produits infinis ; développement relatif à une suite de base, etc.

Chapitre V. **Groupes à un paramètre**; Chapitre VI. **Espaces numériques et espaces projectifs**; Chapitre VII. **Les groupes additifs de $\mathbf{R}^n$**; Chapitre VIII. **Nombres complexes** (No. 1029; 131 pages, 1947).

Le chapitre V est consacré à l'étude des groupes à un paramètre en vu d'applications sur la mesure de grandeurs, exponentielles et logarithmes. L'exponentielle est définie comme un homomorphisme du groupe additif des réels sur le groupe multiplicatif des réels positifs. Caractérisation topologique des groupes additifs des réels et du tore à une dimension.

Les chapitres suivants donnent les bases de la géométrie des espaces numériques et des espaces projectifs. Les sous-groupes du groupe additif de R^n sont énumérés avec soin; comme application un théorème de Kronecker est démontré. Groupes quotients: tores.

La mesure des angles et les fonctions trigonométriques sont définies dans le domaine complexe, après avoir remarqué que le groupe multiplicatif des nombres complexes de valeur absolue 1 est isomorphe au tore à une dimension. On peut ainsi définir l'angle de deux demi-droites et l'addition des angles. Espaces projectifs complexes.

Chapitre IX. **Utilisation des nombres réels en topologie générale** (No. 1045; 101 pages, 1948).

Cette théorie porte sur les questions suivantes: Génération d'une structure uniforme par une famille d'écarts. Espaces uniformisables. Espaces métriques. Espaces métrisables. Groupes métrisables; corps valués; espaces et algèbres normés. Espaces normaux. Espaces de Baire. Dans un appendice l'auteur traite des produits infinis dans les algèbres normés.

Chapitre X. **Espaces fonctionnels. Dictionnaire** (No. 1084; 101 pages, 1949).

Les différents espaces fonctionnels jouent un grand rôle et dans l'analyse moderne et dans la topologie générale ou algébrique. Ici les structures topologiques de ces espaces (questions délicates et fondamentales) sont étudiées. Structures uniformes sur les espaces fonctionnels. Espaces de fonctions continues, ensembles de fonctions équicontinues (cette théorie peut servir comme fondement pour la théorie des groupes de transformations). Approximations des fonctions numériques.

Dans le dictionnaire on a réuni les termes allemands, anglais et les termes courants français d'une part, et la terminologie de Bourbaki d'autre part. Ce dictionnaire est bien utile pour ceux qui veulent étudier séparément les différents chapitres de ce traité.

I. Fáry.

Morris Marden, The geometry of the zeros of a polynomial in a complex variable (Mathematical Surveys, number III), X+183 pages, New York, American Mathematical Society, 1949.

Dies ist das erste zusammenfassende Lehrbuch über die Geometrie der Polynome. Während das in 1939 erschienene Mémorialheft von J. Dieudonné: *La théorie analytique des polynomes d'une variable (à coefficients quelconques)* über 116 Arbeiten von 68 Verfassern berichtet, umfaßt das Literaturverzeichnis der Monographie von Marden 440 Arbeiten von 225 Verfassern.

Kap. I beschäftigt sich mit den Nullstellen der Derivierten eines Polynoms und mit ihren physikalischen, geometrischen und funktionentheoretischen Interpretationen. In der physikalischen Interpretation sind die Nullstellen der Derivierten Gleichgewichtsstellen eines materiellen Punktes, auf welchen die Nullstellen des Polynoms dem Abstand umgekehrt proportionale abstoßende Kräfte ausüben. Leider haben die Sätze über Schwerpunkt, Trägheitsachsen und Trägheitsellipse der Nullstellen des Polynoms und seiner Derivierten in der Monographie keinen Platz gefunden. Die geometrische Interpretation faßt die Nullstellen der Derivierten eines Polynoms n-ten Grades als Brennpunkte einer algebraischen Kurve $(n-1)$-ter Klasse auf, die von den Verbindungsstrecken je zweier Nullstellen des Polynoms in den Halbierungspunkten berührt werden. Die funktionentheoretische Interpretation untersucht die durch das Polynom vermittelte konforme Abbildung der z-Ebene. Die Punkte der z-Ebene, in denen der absolute Betrag eines Polynoms derselbe ist, liegen auf allgemeinen Lemniskaten.

Kap. II enthält den Gauß-Lucasschen Satz und seine Verallgemeinerungen, ferner den Jensenschen Satz. Hier befindet sich der allgemeine Mittelwertssatz der Polynome von Marden. Der letzte Paragraph dieses Kapitels enhält Verallgemeinerungen auf die Polynomlösungen der Laméschen Differentialgleichung.

Kap. III ist dem Laguerreschen Polarpunkt, Polargleichungen und ihren Verallgemeinerungen gewidmet. Der Gracesche Satz über apolare Gleichungen, seine Folgerungen und die Lage der Nullstellen der linearen Verknüpfungen von Polynomen oder eines Polynoms und seiner Derivierten bilden den Gegenstand von Kap. IV. Kap. V beschäftigt sich mit der Lage der Derivierten einer rationalen Funktion und mit ähnlichen Sätzen über rationale Funktionen. Kap. VI enthält die Verallgemeinerungen des Rolleschen Satzes und des Mittelwertsatzes für komplexe Polynome: den Grace-Heawoodschen Satz und Sätze von Fekete, Marden, Kakeya und Biernacki.

Kap. VII und VIII geben obere Schranken für die absoluten Beträge der Nullstellen eines Polynoms n-ten Grades und seiner p $(p \leqq n)$ Nullstellen, wenn sämtliche bzw. $p+1$ Koeffizienten des Polynoms gegeben sind. Die letzten zwei Kapiteln beschäftigen sich mit der Bestimmung der Anzahl der Nullstellen eines Polynoms in einer Halbebene bzw. in einem Kreis.

Am Ende der einzelnen Kapitel stehen gut gewählte speziellere Sätze, die den Gegenstand des Kapitels lebendig machen.

Ein Lehrbuch über die Geometrie der Polynoms ließe sich natürlich auch etwas anders ausarbeiten. Es könnte z. B. auch Paragraphen über die Polynome mit lauter reellen Nullstellen und mit lauter reellen Koeffizienten enthalten, Gegenstände, die hier außer Acht geblieben sind. Die Auswahl des Stoffes ist aber wohl eine Geschmacksache. Die Monographie von Marden gibt eine gute Einsicht in das große Gebiet der Geometrie der Polynome und wird Studierenden und Forschern gewiß gute Dienste leisten.

Gy. Sz.-N.

Nathan Jacobson, The theory of rings (Mathematical Surveys, number II), VI + 152 pages, New York, American Math. Society, 1943.

This excellent book gives a complete account on the theory of rings, including structure and representation theory and multiplicative ideal theory as the major themes of the subject. Although historically ring problems at first arose in DEDEKIND's ideal theory of algebraic number fields, actually the ring theory, in the modern abstract sense, may be regarded as beginning with NOETHER's fundamental works on representation moduli and axiomatic foundation of commutative ideal theory as well as ARTIN's generalization of WEDDERBURN's structure theorems on algebras to rings with finiteness assumptions. The influence which these ideas exercised on the development of modern algebra is well known to every mathematician. The ring theory occupied a central position in algebra, so that it is not at all surprising that in the last decades a great progress was made towards a thorough simplification and considerable extension of the original theory. The author has accumulated an immense material (the bibliography at the end of the book contains the titles of nearly three hundred original papers) and presented it in an elegant and interesting form.

The subject matter is treated from a modern and new point of view due to the author. This view is that of considering a ring as a subring of the full endomorphism ring of its additive group. Therefore in the first chapter the reader is made familiar with the fundamental concept of endomorphism ring of abelian groups. For the sake of completeness, even a brief account on groups of operators is given in a very simple form, containing the JORDAN—HÖLDER—SCHREIER theorem, FITTING's lemma and the KRULL—SCHMIDT theorem stating the uniqueness of direct decompositions. These provide the background needed in later discussions.

The next chapter is devoted to a short discussion of vector spaces, while Chapter 3 deals with the properties of principal ideal domains. Inter alia the significant theorem of JACOBSON—TEICHMÜLLER on elementary divisors and NAKAYAMA's theorem related to it are proved. Also, some geometrical applications are added. Chapter 4 provides a systematic treatment of the structure theory for rings, containing the classical WEDDERBURN—ARTIN theorem of semisimple rings. As an application the author presents his own Galois theory for division rings. The next chapter is primarily concerned with the theory of simple algebras including WEDDERBURN's structure theorem of simple rings and many other topics related to this question.

In the last chapter the ideal theory of noncommutative rings is developed. It is proved that under the usual conditions the two-sided ideals of an order are uniquely factorable into prime ideals which are commutable. In order to obtain a factorization even for one-sided ideals, the author considers normal ideals and BRANDT's groupoids and shows that the normal ideals form a groupoid under multiplication; the units are the maximal orders and groupoid-inverses are the inverse ideals. The theorem of ASANO as well as the factorization theorem for integral ideals are also discussed at length.

The book is a masterpiece of exposition; the author's style is concise and clear. This book will certainly exert a deep influence upon the future development on this field, as it has already been proved during the years past since its appearance.

L. Fuchs.

Emil Artin, Galois theory. Edited and supplemented by **Arthur N. Milgram** (Notre Dame Mathematical Lectures, no. 2), 2nd edition, 82 pages, Notre Dame, Indiana, 1948.

This little book discusses in a self-contained fashion the basic properties of fields and their consequences leading to the fundamental theorem of Galois theory, together with several applications. The reader is expected to have a knowledge only of classical algebra and the basic concepts of group theory, while the nontrivial facts needed for groups are proved in details.

First, as preparation for the comprehensive treatment of field theory, a short study is made of vector spaces, linear equations, all of which are considered in skew-fields. The rudiments of field theory are carefully explained. A new idea is that of first considering the Galois group as a finite group of automorphisms and then defining the base field as the fixed field for these automorphisms. In view of this idea, the author first proves that the degree of a field E over a field F is not less than n, if F is the fixed field for a set of n automorphisms of E, and then he proves that if this set of automorphisms forms a group, the degree is just n. Both proofs are based on considering the automorphisms as group characters in E as well as on the fact that a system of r homogeneous linear equations with $n>r$ unknowns has a nontrivial solution. While of the two cited theorems the latter one is the main tool in proving the fundamental theorem, the first one has already a number of interesting consequences, for example, it yields a generalization of the main theorem of symmetric functions to the effect that each polynomial in $x_1, \dots, x_n$ is a linear combination of terms of the form $x_1^{\nu_1} \dots x_n^{\nu_n}$ with $\nu_i \leq i-1$ whose coefficients are polynomials in the elementary symmetric functions of the x_i. The former discussions enable the author to give a short proof for the fundamental theorem.

The next sections are concerned with finite fields, roots of unity, Noether equations, Kummer fields, the existence of a normal basis, etc. Applications of the theory are made by A. N. Milgram to the solution of equations by radicals, arriving at a proof of Abel's theorem on the impossibility of solving a general equation of degree >4 by radicals. The book ends with the problem of geometrical constructions by ruler and compass.

L. Fuchs.

Otto Haupt, Differential- und Integralrechnung. Unter Mitarbeit von **Georg Aumann.** Zweite, völlig neubearbeitete Auflage unter Mitwirkung von **Christian Pauc, Bd. I: Einführung in die reelle Analysis** (Göschens Lehrbücherei, Bd. 24), VIII+218 S., Berlin, Walter de Gruyter & Co., 1948.

Der Inhalt des ersten Bandes der in 1938 erschienenen ersten Auflage wurde unter Mitwirkung von Chr. Pauc wesentlich erweitert. Statt der sich dort befindenden knappen Einführung der reellen Zahlen als unendliche Dezimalbrüche wird hier eine Analyse der Axiomen, die die grundlegenden Eig nschaften der reellen Zahlen enthalten, gegeben, und nachher das mit Hilfe der rationalen Zahlen für dieses Axiomensystem aufgebauten Modell in kurzen Umrißen besprochen. Ein anderer wichtiger Unterschied gegenüber der ersten Auflage ist, daß unter dem Titel „Allgemeine Grenzwerttheorie" ein systematischer Aufbau der Theorie der Umgebungsräume und gleichzeitig der der gerichteten Systeme gegeben wird, der ziemlich weit in die Theorie der topologischen Räume führt. Dagegen werden sich die Grenzwertverteilungssätze, die in der ersten Auflage der erste Band enthielt, jetzt im zweiten Bande befinden. Außer diesen größeren Unterschieden findet man in fast allen Teilen kleinere Verbesserungen und Erweiterungen, die den Wert und die Brauchbarkeit dieses schon in seiner ersten Fassung wertvollen Lehrbuches der modernen Analysis noch mehr erhöhen.

Ákos Császár.

André Bloch et Gustave Guillaumin, La géométrie intégrale du contour gauche, VI+141 pages, Paris, Gauthier Villars, 1949.

Étant donné un contour gauche C, les auteurs entendent par géométrie intégrale du n-ième ordre l'étude des intégrales $\int_C x^\alpha y^\beta z^\gamma (\lambda\, dx + \mu\, dy + \nu\, dz)$ où $\alpha+\beta+\gamma \leqq n$. Chapitre I donne un aperçu des matières traitées. Les chapitres II—III développent les propriétés affines des intégrales du premier ordre. On y trouve déjà les rapports importants entre les bivecteurs et vecteurs qui trouvent leur expression dans les relations entre des intégrales simples et doubles. Chapitre IV a pour objet l'étude du volume d'un cône dont la directrice est le contour C. Chapitre V traite de la théorie cinétique du contour C. On y trouve le théorème de Pappus—Guldin et ses généralisations données par G. Koenigs. Chapitre VI a pour objet la théorie quadratique affine du contour gauche. C'est la théorie des propriétés quadratiques de la "congruence de gravité" constituée par l'ensemble des axes de gravité liés d'une manière intrinsèque au contour gauche C. Chapitre VII s'occupe des rapports entre le calcul tensoriel et la géométrie des intégrales du contour gauche C. Il y a de nombreuses applications à l'électromagnétisme, à l'hydrodynamique et à l'aérodynamique. Dans le chapitre VIII certains résultats des chapitres antérieurs sont généralisés au cas de la géométrie non-euclidienne. Un appendice indique des généralisations à n dimensions.

O. Varga.

Henri Lebesgue, Leçons sur les constructions géométriques, VI+304 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1950.

Das vorliegende Lehrbuch ist aus den letzten Vorlesungen hervorgegangen, die der im Jahre 1941 verstorbene berühmte Verfasser im Collège de France gehalten hat. Das Buch verteilt sich in der Teile: I. Ausführung von Konstruktionen. II. Algebraische und geometrische Probleme der Konstruierbarkeit III. Kurven, die punktweise mit dem Lineal konstruierbar sind.

Der erste Teil besteht aus 5 Kapiteln: 1. Lösung der Fundamentalaufgaben: Trisektion, Delisches Problem. 2. Lineal und Zirkel. Zirkel allein. 3. Lineal und Rechtwinkelbrett. 4. Benützung der Konstruktionsmittel. 5. Gelenksysteme. Der zweite Teil besteht ebenso aus 5 Kapiteln: 1. Mit Lineal konstruierbare algebraische Probleme. 2. Mit Zirkel und Lineal konstruierbare algebraische Probleme. Reguläre Vielecke. 3 Das allgemeine algebraische Problem der Konstruierbarkeit mit Zirkel und Lineal. 4. Konstruktion in einem nichtnormalen Rationalitätsbereich. Trisektrizen und n-Sektrizen des Dreiecks. 5. Transzendenz von e und π. Der dritte Teil besteht nur aus drei Kapiteln: 1. Kurven, die aus beliebigen ihrer Punkten konstruierbar sind. 2. Kurven, die aus diskreten Punkten konstruierbar sind. 3. Untersuchung der Geraden.

In diesem schönen Buch sind aber — leider — gewisse Konstruktionsprobleme außer Acht geblieben. Z. B.: Konstruktionen von Smith und Kortum mittels eines gezeichneten (vom Kreis verschiedenen) Kegelschnittes, Beweis der Notwendigkeit des Mittelpunktes im Poncelet-Steinerschen Kreise bei metrischen Konstruktionen, Ersatz dieses durch einen Teilbogen, Konstruktionen im beschränkten Raum und mit beschränkten Hilfsmitteln, quadrierbare Lunulae, Methoden der geometrischen Konstruktionen, Geometrographie.

Der Gegenstand des dritten Teiles wurde bisher in keinem anderen Lehrbuch über die geometrischen Konstruktionen behandelt. Die ersten zwei Kapitel des dritten Teils hängen mit einem Diophantischen Problem eng zusammen. Dies ist die Konstruktion rationaler Punkte auf einer algebraischen Kurve C vom Geschlecht Null oder Eins aus einem rationalen Punkt von C, wenn die Gleichung von C rationale Koeffizienten besitzt.

Gy. Sz.-N.

Georges Reboul et Jean-Antoine Reboul, Un axiome universel. Ses applications aux sciences expérimentales (Monographies des Probabilités, Fascicule VII), XX + 148 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1950.

Toutes les lois différentiables de la nature peuvent se mettre sous la forme $dU/U = \Sigma\beta_i dU_i/U_i$. On peut alors les interpréter comme une combinaison de „probabilités" ponderées. C'est en langage mathématique „l'axiome universel" pris pour la base du livre présent. Mais les interprétations données à un grand nombre de lois de la physique, chimie et biologie paraissent être peu convaincantes ou créatives.

T. Szentmártony.

Émile Picard, Leçons sur quelques équations fonctionnelles avec des applications à divers problèmes d'analyse et de physique mathématique, rédigées par **Eugène Blanc** (Cahiers Scientifiques, Fascicule III), VI + 187 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1950.

Le présent nouveau tirage de la première édition parue en 1928 était rendu nécessaire par la position unique de ce livre comme traité de la théorie des équations fonctionnelles et ses applications importante à la mécanique, à la théorie du potentiel et à la géométrie non-euclidienne, par la discussion vive et captivante des problèmes d'itération, des équations aux différences finies et des transcendantes définies par des équations fonctionnelles, et par le grand nombre de problèmes importants et intéressants résolus et non-résolus.

J. Aczél.

Émile Borel, Leçons sur la théorie des fonctions (Principes de la théorie des ensembles en vue des applications à la théorie des fonctions) (Collection Borel), quatrième édition, XIII + 295 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1950.

La troisième édition, parue en 1928, a été augmentée par une nouvelle préface, par quelques remarques et notes au bas des pages, et par un appendice sur "L'axiome de choix et les définitions asymptotiques".

Ernest Duporcq, Premiers principes de géométrie moderne. Troisième édition par **Raoul Bricard,** I + 174 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1949.

Nouveau tirage de l'édition de 1938.

S. Lefschetz, L'analysis situs et la géométrie algébrique (Collection Borel), VI + 154 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1950.

Nouveau tirage par reproduction photomécanique de l'ouvrage publié en 1924.

Émile Picard, Leçons sur quelques types simples d'équations aux dérivées partielles avec des applications à la physique mathématique (Cahiers scientifiques, fasc. 1), IV + 214 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1950.

Nouveau tirage par reproduction photomécanique de l'ouvrage publié de 1917.

W. Sierpiński, Leçons sur les nombres transfinis (Collection Borel), VI + 240 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1950.

Nouveau tirage par reproduction photomécanique de l'ouvrage publié en 1928.

Mémorial des sciences mathématiques, fascicules 101—115, Paris, Gauthier-Villars, 1941—1950.

101 et 102. **Maurice Janet,** Équations integrales et applications à certains problèmes de la physique mathématique, I + 151 pages, 1941.

103. **Olivier Costa de Beauregard,** La Relativité restreinte et la première Mécanique Broglienne, 71 pages, 1944.

104. **Bertrand Gambier,** Cycles paratactiques, 92 pages, 1944.

105. **Pierre Humbert et Serge Colombo,** Le calcul symbolique et ses applications à la physique mathématique, 52 pages, 1947.

106. **Stefan Bergmann,** Sur les fonctions orthogonales de plusieurs variables complexes avec les applications à la théorie des fonctions analytiques, 61 pages, 1947.

107. **A. Guillet et M. Aubert,** Propriétés des polynomes électrosphériques, 56 pages, 1948.

108. **Stefan Bergmann,** Sur la fonction-noyau d'un domaine et ses applications dans la théorie des transformations pseudo-conformes, 80 pages, 1948.

109. **C. Gattegno et A. Ostrowski,** Représentation conforme à la frontière; domaines généraux, 60 pages, 1949.

110. **C. Gattegno et A. Ostrowski,** Représentation conforme à la frontière; domaines particuliers, 56 pages, 1949.

111. **Lucien Godeaux,** Correspondances entre deux courbes algébriques, 64 pages, 1949.

112. **W. Sierpiński,** Les ensembles projectifs et analytiques, 80 pages, 1950.

113. **N. W. Mc Lachlan, P. Humbert et L. Poli,** Supplément au formulaire pour le Calcul symbolique, 61 pages, 1950.

114. **Ky Fan,** Les fonctions définies-positives et les fonctions complètement monotones. Leurs applications au calcul des probabilités et à la théorie des espaces distanciés, 48 pages, 1950.

115. **André Charrueau,** Sur des congruences de droites ou de courbes et sur une transformation de contact liée à ces congruences, 72 pages, 1950.