Bibliographie

Alfred Haar, Gesammelte Arbeiten. Im Auftrage der Ungarischen Akademie der Wissenschaften herausgegeben von Béla Szőkefalvi-Nagy, ord. Mitglied der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, 660 S., Budapest, Verlag der Akademie der Wissenschaften, 1959.

Mehr als 25 Jahre sind seit dem frühen Tode des hervorragenden ungarischen Mathematikers Alfred Haar verflossen. In diesen Jahrzehnten haben seine Untersuchungen auf verschiedenen Gebieten der Analysis, in erster Reihe in der Theorie der Orthogonalreihen, der Variationsrechnung und der topologischen Gruppen, aus ihrer Bedeutung nichts verloren; gerade im Gegenteil, die Wirkung seiner Arbeiten, die Wichtigkeit der von ihm eingeführten Begriffe und seiner Entdeckungen, um nur die Beispiele des Haarschen Orthogonalsystems, des Haarschen Lemmas in der Variationsrechnung und des Haarschen Maßes zu erwähnen, wurden durch zahlreiche Untersuchungen seiner Nachfolger immer mehr hervorgehoben, der letzterwähnten Begriff gewann sogar in der Theorie der topologischen Gruppen eine grundlegende und zentrale Rolle.

Unter diesen Umständen sollen die Mathematiker der ganzen Welt Dank der Ungarischen Akademie der Wissenschaften und ihrem Mitglied Béla Szőkefalvi-Nagy wissen für die Ausgabe der gesammelten Arbeiten von Alfred Haar, umso mehr, da dieser vorzügliche Analytiker seine äußerst wertvollen Untersuchungen in Buchform nie veröffentlicht hat, so daß sie bisher in verschiedenen Zeitschriften zerstreut und somit schwer zugänglich waren. Durch den jetzt erschienenen schön ausgestatteten Band wird also das Studium der Werke von Haar bedeutend erleichtert.

Nach einem kurzen Lebenslauf von Alfred Haar und der Liste seiner Arbeiten in der Reihenfolge ihrer Erscheinung, enthält der Band den auf photographischem Wege nachgedruckten Text der Arbeiten selbst, nach Gegenständen folgenderweise gruppiert: Mengentheorie — Orthogonale Funktionenreihen und singuläre Integrale — Analytische Funktionen — Partielle Differentialgleichungen — Variationsrechnung — Approximationen von Funktionen und lineare Ungleichungen — Diskrete Gruppen und Funktionenalgebren — Kontinuierliche Gruppen. Die einzelnen Gruppen werden von einigen Bemerkungen über ihren Inhalt und über die durch sie beeinflußten Arbeiten anderer Verfasser eingeleitet; damit wird die Orientierung des Lesers über die Bedeutung der einzelnen Arbeiten ermöglicht.

Dann folgt in einem ersten Anhang die deutsche Übersetzung von drei, nur auf ungarischer Sprache erschienenen und somit in der internationalen Literatur bisher wenig bekannten Abhandlungen von Haar. Die erste besitzt den Titel „Über ein orthogonales Funktionensystem" und stammt aus dem Jahre 1914, die beiden anderen sind zwei Mitteilungen über die Theorie der Gruppencharaktere und bilden einen Teil der letzten Untersuchungen des Verfassers. Der zweite Anhang enthält Teile aus einem ungarischen Vortrag über die Bedeutung der hyperbolischen Geometrie von Bolyai für die universelle Wissenschaft, gehalten von Haar in 1923 auf der Universität Szeged, bei der Gelegenheit des Zentenariums der Entdeckung von JOHANN BOLYAI. Der dritte Anhang bringt zwei Nachrufe für ALFRED HAAR.

Wir hoffen, daß diese opferwillige Ausgabe der Ungarischen Akademie der Wissenschaften Quelle neuer, von den Werken von ALFRED HAAR veranlaßter Untersuchungen wird.

Á. Császár (Budapest)

C. Carathéodory, Variationsrechnung und partielle Differentialgleichungen erster Ordnung, Band I, **Theorie der partiellen Differentialgleichungen erster Ordnung,** 2. Auflage (herausgegeben von E. HÖLDER), XI+171 Seiten, Leipzig, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1956.

Dieses Buch ist eine im wesentlichen unveränderte Auflage des ersten Teiles des klassischen Carathéodoryschen Werkes. Einige Druckfehler und Versehen wurden berichtigt, und kurze Erläuterungen und ein Nachtrag von E. HÖLDER sind hinzugefügt worden. Die neue Auflage des zweiten Teiles und ein Ergänzungsband von E. HÖLDER sollen später erscheinen.

K. Tandori (Szeged)

F. Hirzebruch, Neue topologische Methoden in der algebraischen Geometrie (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, neue Folge, Heft 9), VIII+165 Seiten, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1956.

On sait que le théorème de Riemann—Roch est la clef d'un grand nombre de théorèmes concernant la géométrie des courbes algébriques.

L'étude des variétés algébriques de dimension quelconque a posé, naturellement, le problème d'obtenir une généralisation du théorème de Riemann—Roch. Pour le cas des surfaces algébriques, cette généralisation a été obtenu par les géomètres italiens, mais pour le cas des variétés algébriques de dimension 3, telle généralisation n'a été obtenue qu'en 1952 par K. KODAIRA. La généralisation du théorème de Riemann—Roch pour le cas des variétés algébriques de dimension quelconque n'est devenue possible que tout récemment. Elle est due à F. HIRZEBRUCH et la première démonstration complète se trouve dans cette monographie. Pour l'obtenir, l'auteur a utilisé les résultats importants de la topologie algébrique, surtout de la théorie des espaces fibrés, de la théorie des faisceaux et des formes harmoniques. Ce sont les méthodes modernes, utilisées par l'auteur pour étudier diverses questions de géométrie algébrique, questions qui gravitent autour du théorème de Riemann—Roch. L'étude des variétés algébriques est entreprise, comme on voit, du point de vue „transcendant".

Dans le premier chapitre, on introduit la notion de suite multiplicative de polynomes, on expose les propriétés principales des classes de CHERN et de PONTRIAGUINE associées à une structure fibrée sphérique unitaire ou orthogonale et la théorie des faisceaux de J. LERAY sous la forme donnée par H. CARTAN.

Dans le deuxième chapitre est developpée la théorie du „cobordisme" due à ROKHLIN et THOM.

Le troisième chapitre est dédié à l'étude du genre de TODD d'une variété complexe ou presque-complexe.

Le chapitre IV formule le problème de Riemann—Roch et expose les résultats de HODGE et KODAIRA concernant la géométrie des variétés kähleriennes et les résultats de CARTAN, SERRE, DOLBEAULT sur les groupes de cohomologie d'une variété complexe. Dans ce chapitre on trouve enfin la démonstration du théorème de Riemann—Roch pour le cas des variétés algébriques de dimension quelconque, le point culminant du livre.

Le théorème de Riemann—Roch ainsi démontré contient — compte tenu des résultats de DOLBEAULT — le théorème concernant l'égalité entre le genre arithmétique et le genre de TODD d'une variété algébrique.

Il faut dire que tous les chapitres sont écrits avec très grande clarté et que les résultats de ce livre sont rappelés à devenir très rapidement classiques.

I. Bucur (Bucarest)

Adriaan C. Zaanen, An introduction to the theory of integration, IX+254 pages, Amsterdam, North-Holland Publishing Company, 1958.

There already exists a rapidly growing number of textbooks and treatises on modern integration theory, and almost every author uses more or less different methods and aims at different degree of generality. Measure theoretic approach and linear functional approach are the two main trends, but these may be combined in several ways. It is needless to dispute which of these approaches is better, for much — if not all — depends here on one's personal taste and education. So it is not astonishing that in his new book Professor ZAANEN presents an approach to the theory, which, though much influenced by a method indicated by M. H. STONE (1948), has much personal flavour.

The exposition begins with the theory of measure: given a σ-additive, non-negative function on a semi-ring Γ of subsets of an abstract set, it is shown how to extend it — via the exterior measure which it generates — to a measure on the least σ-ring containing Γ (the terminology is that of HALMOS's *Measure Theory*). This method of extension is then used to define the Daniell integral of functions on an abstract set X, starting from a linear function $I(f)$ on some linear set L of functions $f(x)$ on X (containing with $f(x)$ always $|f(x)|$ too), so that (a) $I(f) \geqq 0$ for $f(x) \geqq 0$, (b) $I(f_n) \downarrow 0$ for $f_n(x) \downarrow 0$. The key observation is that this initial functional can be considered as a σ-additive, non-negative function on the semi-ring $\overline{\Gamma}$ formed by the ordinate sets $\{x, y: f(x) < y \leqq g(x),\ x \in X\}$ with $f,\ g \in L,\ 0 \leqq f(x) \leqq g(x)$. A somewhat odd feature of this method is that the proof of the linearity of the resulting integral requires a fairly long additional reasoning (Theorem 10). The Lebesgue integral and its generalized forms (Stieltjes-Lebesgue, etc.) appear then as special cases of the Daniell integral where the initial class L contains with $f(x)$ also $\min\{f(x), 1\}$.

There follows a thorough study of FUBINI's theorem and of the theorem of RADON and NIKODYM; the latter is proved by VON NEUMANN's method using the canonical representation of linear functionals in the function space L^2. The fundamental properties of Hilbert and Banach spaces, in particular of the function spaces L^p, are treated in a separate chapter. Then follows a neat expostion of the basic facts on the differentiation of σ-additive set functions in abstract sets (introduced by R. DE POSSEL, 1935) and in euclidean space (LEBESGUE's theorem); instead of Vitali coverings the device of conjugate nets (due to DE LA VALLÉE POUSSIN, 1915) is used. The rule of change of variables in a Lebesgue integral (in one or more dimensional euclidean space) is proved by the method of J. SCHWARTZ (1954). Signed and complex measures, and the Banach spaces which they form are treated in another chapter. The three concluding chapters of the book deal with the linear functionals on the standard Banach function spaces, Fourier transforms, and ergodic theory. The exposition of each of these topics is fairly complete, at least in the frame of an "introductory" book.

At the end of almost every section one finds several "exercises" which are mostly statements, and brief hints of proof, of topics which are in close connection with those treated in the main text, but for some reason could not be treated there in a detailed manner. For example, the Cartesian product of infinitely many measures is treated as an "exercise" attached to the chapter on FUBINI's theorem. (By the way, the bibliographical references given here are not correct; the history of the Cartesian product of infinitely many integrals goes back at least to a paper of DANIELL in 1918.)

Within the frame of the methods and generality chosen by the author, the book succeeds in presenting a considerable amount of information, in a polished and well readable manner. It will be a useful lecture for students and lecturers, including those who, like the reviewer, prefer some other approach to modern integration theory.

Béla Sz.-Nagy (Szeged)

H. G. Eggleston, Problems in Euclidian Space, Application of Convexity, VIII+165 pages, London—New York—Paris—Los Angeles, Pergamon Press, 1957.

The present book is a collection of different works of the author published previously. The problems proposed and solved in it relate to Euclidian 2- and 3-space. The author illustrates by these problems the importance of convexity in different braches of mathematics.

The book divides into four chapters. The problems of Chapter 1 are of general character. These problems connect either by analogy or by the arguments to the notion of convexity. The 4th problem constituting Chapter 2 can be reduced to a problem on convex sets. Chapter 3 contains problems on convex sets, whilst Chapter 4 concerns special convex domains.

From Chapter 1 we emphasize the 2nd problem raised by S. ULAM. The discussion of this problem concludes in the result that all homeomorphisms of the plane can be approximated pointwise by a special one, but this assertion does not hold for uniform approximation. Chapter 2 contains the proof in 3-space of a famous conjecture of K. BORSUK according to which any point-set of n-space, of diameter 1, can be decomposed into $n+1$ subsets of diameter $\leqq 1$. The same result was obtained by GRÜNBAUM and HEPPES in an essentially simpler way. The author prefers his method because "it is possible that this method extends to higher dimensional spaces".

The following problem goes back to DOWKER who proved that the least "area-deviation" of a closed convex curve from an inscribed or circumscribed n-gon is a convex function of n. The question was proposed by L. FEJES TÓTH wether this remains true for arbitrary polygons and for the "perimeter-" and "distance-deviation" too. This problem is solved with a positive answer for the area- and perimeter-deviation and with a negative answer for the distance-deviation. The author proceeds to establish different interesting extremum properties of the triangle not yet treated in books.

The remaining problems are of rather special character. We stress the following theorem: if Γ is a convex set of width d and θ is a central convex set of perimeter $\leqq 2d$, then Γ may be translated until it covers entirely θ. This theorem involves the solution of the plank problem of TARSKI.

The tendence in the arrangement of the problems, to descend gradually from the general to the special, constitutes only a loose bond to join the single problems treated. Of course there exist many simpler and more characteristic problems and proofs which would illustrate as well the significance of convexity. However the reader will find in studying the special problems treated in this book many valuable suggestions.

Margaret Imre (Budapest)

P. Lorenzen, Formale Logik (Sammlung Göschen, Bd. 1176/1176a), 165 Seiten, Berlin, Walter de Gruyter & Co., 1958.

This book is a concise summary of the ideas exposed by the author in various papers and in his book, *Einführung in die operative Logik und Mathematik* (Springer-Verlag, 1955). These ideas, though not shared by the most part of the logicians, may exert a fertilizing influence on the development of logic. This influence would possibly be greater without the difficulties caused by the author's symbolism and terminology, very much different from any other now usual in the literature.

The book seems to have been written in a hurry and makes the impression of a first draft. On p. 16, e. g., the author writes after having given a preliminary definition of the syllogistic cases a and e: „Als dritte Möglichkeit bleibt, daß Q einigen, aber nicht allen P zukommt. Die Behauptung, daß diese dritte Möglichkeit vorliegt, läßt sich also in die beiden Teilbehauptungen (i) und (o) aufspalten" — as if a, e, i, and o were possibilities excluding each other. This contradicts, however, not only the usual definitions of these relations, but also p. 24 (2.21) and other places of the book itself. Errors of this and other kinds are not infrequent in this book. Many of them are misprints, like B instead of $\bar{B}$ on p. 45 (5.2); $\mathfrak{b}_2$ instead of $\bar{\mathfrak{b}}_2$ on p. 46, line -11; $\sqcap$ instead of $\sqcup$, p. 49, last line; q instead of b on p. 51, line -7; others are due to inaccuracy on the part of the author, like § 7 instead of § 3 on p. 64, line 11.

The lack of a modern formal logic in the Göschen series does not seem to have been perfectly ceased by the edition of the present book. Another title for the book — perhaps "Operative Logik" — would have been more appropriate.

T. Varga (Budapest)

Karl Strubecker, Differentialgeometrie. II und III, Theorie der Flächenmetrik und Theorie der Flächenkrümmung (Sammlung Göschen, Bd. 1179/1179a und 1180/1180a), 195 und 254 Seiten, Berlin, Walter de Gruyter & Co., 1958.

Die zwei Bändchen enthalten die klassische Flächentheorie, die im vergangegenen Jahrhundert entstanden ist und die auch heutzutage die Grundlagen der differentialgeometrischen Studien bildet. Trotz dem kleinen Umfang wurde die Flächentheorie sehr ausführlich und mit präziser Formulierung entwickelt, und durch zahlreiche Beispiele und anschauliche Figuren erläutert. Neben den reellen Flächen erweitert der Verf. öfters die einzelnen Theorien auch auf die komplexen analytischen Flächen.

Band II beschäftigt sich mit der inneren Geometrie der Flächen. Die vier Kapitel von Band II sind die folgenden: A) Flächenmetrik, B) Vektoranalysis auf Flächen, C) Theorie der Abbildung von Flächen, D) Geodätische Krümmung. Geodätische Linien. Absoluter Parallelismus. Besonders hervorzuheben sind die konformen und die flächentreuen Abbildungen der Kugel, die in der Kartographie eine wichtige Rolle spielen.

Band III behandelt in fünf Kapiteln die äußere Flächentheorie. Die einzelnen Kapitel sind die folgenden: A) Streifentheorie, B) Elementare Theorie der Flächenkrümmung, C) Gaußsche Theorie der Flächenkrümmung, D) Ableitungsgleichungen und Fundamentalsätze der Flächen, E) Minimalflächen. Eine der interessantesten Teile dieses Bandes ist die Entwicklung der Grundzüge der hyperbolischen Geometrie und der projektiven Metrik von der allgemeinen Theorie der Flächen mit der festen Gaußschen Krümmung $K=-1$. Es zeigt sich, daß von der Seite der Differentialgeometrie die vollständige Theorie der hyperbolischen Ebene von dem Bogenelementquadrat der reellen pseudosphärischen Fläche ableitbar ist.

A. Moór (Szeged)

Fumitomo Maeda, Kontinuierliche Geometrien (Die Grundlehren der Mathemaschen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Bd. XCV), X+244 Seiten, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1958.

Das vorliegende Buch ist eine — im wesentlichen unveränderte — Übersetzung des 1950 geschriebenen japanischen Originals, und es enthält alle wichtigen Ergebnisse, die in der Theorie der kontinuierlichen Geometrien in jener Zeit bekannt waren. In seinen ersten drei Kapiteln befindet sich eine Zusammenstellung aller Begriffe und Ergebnisse der Theorie der Verbände (insbesondere, der modularen Verbände) und der projektiven Räume, die in den weiteren Kapiteln gebraucht werden. Kap. IV und V beschäftigen sich mit der Dimensionstheorie der stetigen komplementären modularen Verbände, die für den irreduziblen Fall von J. von Neumann und für den reduziblen von T. Iwamura, Y. Kawada, K. Higuchi und Y. Matsushima ausgearbeitet wurde. In Kap. VI werden — zur Vorbereitung des nachfolgenden — gewisse ringtheoretische Grundbegriffe und die wichtigsten Eigenschaften der regulären Ringe erörtert; insbesondere wird der Satz bewiesen, daß der Hauptrechtsidealverband eines regulären Ringes immer ein komplementärer modularer Verband ist. Es folgen (Kap. VII) die Ergebnisse des Verfassers bezüglich der Dimensionstheorie und der subdirekten Zerlegungen stetiger regulärer Ringe. Die folgenden vier Kapitel behandeln — mit der Methode von K. Kodaira und S. Furuya — die Neumannsche Darstellungstheorie der komplementären modularen Verbände, deren Hauptresultat ist, daß zu jedem solchen Verband mit einer Ordnung größer als 3 ein regulärer Ring — der sog. Hilfsring — bestimmt werden kann, dessen Hauptrechtsidealverband dem vorgegebenen Verband isomorph ist. Endlich handelt es sich in Kap. XII um die Darstellungstheorie der orthokomplementären modularen Verbände; das Hauptresultat dieses Kapitels ist die Maedasche Verallgemeinerung des Birkhoff—Neumannschen Darstellungssatzes.

Die Theorie der kontinuierlichen Geometrien ist bekanntlich ein schweres Studium. Doch legt uns der Verf. eine übersichtliche und verhältnismäßig leichte Behandlung dieser Theorie; alle Einzelheiten sind ausführlich und sorgfältig ausgearbeitet. Es wäre aber vorteilhaft gewesen, wenn die wichtigsten Sätze nicht nur in Worten, sondern auch typographisch betont worden wären.

G. Szász (Szeged)

M. Miller, Variationsrechnung, (Mathematisch-Naturwissenschaftliche Bibliothek, Bd. 24), Leipzig, B. G. Teubner Verlagsgesellschaft, 1959.

Dies ist ein gutes Lehrbuch zur ersten Einführung in die Variationsrechnung. Die Grundtatsachen bzw. die Grundprobleme der Variationsrechnung, z. B. die Eulersche Differentialgleichung, natürliche Randbedingung, Transversalität, Legendresche Bedingung bzw. die inverse Aufgabe der Variationsrechnung, Variationsprobleme in Parameterdarstellung, isoperimetrische Probleme werden in einfachsten Fällen betrachtet. Die direkten Methoden der Variationsrechnung, und zwar die Methoden von Euler, Ritz, Fourier und die Frage der Zurückführung von Rand- und Eigenwertproblemen auf Variationsprobleme werden kurz erwähnt. Die theoretischen Erörterungen werden durch zahlreiche, vollständig durchgerechnete, klassische Beispiele ergänzt.

K. Tandori (Szeged)