Bibliographie

P. Medgyessy, Decomposition of superpositions of distribution functions, 227 Seiten, Budapest, Verlag der Ungarischen Akademie der Wissenschaften, 1961.

In der Physik, Biologie usw. kommt das folgende Problem oft hervor. Nach gewissen Experimenten ergibt sich eine Kurve, worüber man annehmen kann, daß sie die Superposition von Verteilungsfunktionen bzw. Dichtefunktionen von gewissem Typ ist; aus der Kurve sollen diese Komponenten bestimmt werden.

Das Buch gibt eine systematische, mathematische Behandlung solcher Probleme und umfaßt neben den vorherigen Resultaten auch neue, vom Verfasser selbst erzielte Ergebnisse.

In § I wird das Grundproblem in der folgenden Form formuliert. Es sei $F(x; \alpha, \beta)$ eine nichtentartete und von den Parametern α, β abhängige Verteilungsfunktion. Es sei weiterhin

$$\mathfrak{G}(x)=\sum_{k=1}^{N} p_k F(x; \alpha_k, \beta_k),$$

wo die Parameter $N, p_k, \alpha_k, \beta_k$ $(k=1, \ldots, N)$ unbekannt sind. Auf Grund der Kenntnis von $\mathrm{G}(x)$ sollen diese Unbekannten bestimmt werden. Es wird an einigen Beispielen gezeigt, wie dieses Grundproblem in verschiedenen Wissenschaften aufgeworfen wird. Z. B., in der Spektroskopie soll die Intensitätskurve $g(x)$ in normalen Komponenten zerlegt werden, d. h. in der Formel

$$g(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sum_{k=1}^{N}\frac{p_k}{\beta_k}\exp\left[-\frac{(x-\alpha_k)^2}{2\beta_k^2}\right]$$

die Parameter $N, p_k, \alpha_k, \beta_k$ $(k-1, \ldots, N)$ bestimmt werden. In § II werden allgemeine Lösungsmethoden für das Grundproblem behandelt. In den weiteren Paragraphen werden die allgemeinen Lösungsmethoden in speziellen Fällen, z. B. im Fall von normalen Komponenten, angewendet, die Wirksamkeit der allgemeinen Lösungsmethoden diskutiert und weitere Lösungsmethoden behandelt.

Das Buch wurde in erster Reihe für diejenigen Fachleute geschrieben, die die Lösung von derartigen Problemen in ihrer Praxis benötigen. Darum sind die gebrauchten, weniger einfachen mathematischen Instrumente nicht im Text ausgearbeitet, sondern werden sie am Ende des Buches in 10 Anhängen zusammengefaßt.

Mit diesem Buch bekommen Fachleute von verschiedenen Wissenschaften ein gewiß nützliches Hilfsmittel.

K. Tandori (Szeged)

Lajos Takács, Introduction to the theory of queues (University Texts in the Mathematical Sciences), X+268 pages, New York, Oxford University Press, 1962.

The theory of queues is the fashionable term for the mathematical study of service systems in which either the demand for service or the services given, or both, have a stochastic or probabilistic nature. In telephony, where the subject began at about the turn of the century, it is clear that the times at which calls are made and the lengths of such calls (the holding times of the circuits transmitting the calls) are of such nature, and a great deal of the development of the subject has appeared in this context, as attested by the following roll call: ENGSET, ERLANG, FRY, KOSTEN, MOLINA, PALM, POLLACZEK, VAULOT (and indeed the present author). Lately, similar problems have appeared elsewhere: in air traffic control at airports, in automobile road traffic, in docking of ships, in hospital clinics, in the filling and emptying of water reservoirs, and in a variety of other situations.

The mathematical description of a class of such systems may be made in three parts. First, the traffic input is given by a sequence $\{t_1, t_2, ...\}$ of time epochs where service demands arise. Next, the service times for each demand and each server are given by distribution functions (giving the probability that the service time in question is at most t, say, for every t). Finally, the service arrangements, the number of servers, the assignment of servers to customers, the provision for waiting or not, the order of serving waiting customers, and so on, appear in almost infinite variety. Curiously he "busy signal" systems of telephony, in which demands arising when all servers are busy are dismissed because there is no provision for waiting and hence no queue, are still regarded as belonging to the theory of queues! The simplest traffic input has single demands at demand epochs, which are such that the differences $t_i - t_{i-1}$ have a common exponential distribution; this is called Poisson input, because the number of demands in a finite time interval has the Poisson distribution. When the common distribution is arbitrary, the input is called "recurrent", which, of course, includes the Poisson. Usually all distributions of service time are taken to be alike, and to be independent of each other, as they are in the book under review.

This introduction, by a distinguished Hungarian mathematician, is addressed to mathematical analysts. It is written in clear, simple style with many repetitions of the mathemaical specification, and with main emphasis on the transient (that is, complete) behavior. Of course, the limits (the steady state results) are also noticed. The development for the most part is the author's own and throughout meets his high standard of mathematical elegance; indeed the tyro may despair over the prospect of similar attainment. Over half of the book is devoted to single servers (the very rare case in telephony) but also there are chapters on the many server case, with and without waiting lines (the author calls the latter telephone traffic processes, although, of course, there are many delay systems in telephony), the infinite server case, the machine-repair problem, and (electronic) particle counters. Finally an appendix collects statements of a number of auxiliary theorems. Each chapter is followed by a bibliography, usually very extensive.

While this reviewer would have preferred a somewhat less general treatment, at least occasionally, in favor of greater intuitive simplicity, there is no doubt that the reader in search of mathematical rigor will find his answer in this book. As a combinatorialist, the reviewer must make one small cavil; at the top of page 30 the author says that to obtain a certain formula "we have to use Lagrange's expansion of $[g(w)]^k$." Actualy the definition of $g(w)$ relates $g^2(w)$ and $g(w)$ and may be used to give a recurrence relation for the coefficients of powers of w in the expansion of powers of $g(w)$, which is an easy alternate to Lagrange's expansion.

John Riordan (Murray Hill, N. J., USA)

O. Ore, Theory of graphs (American Mathematical Society, Colloquium Publications, Vol. XXXVIII), IX+270 pages, Providence, R. I., American Mathematical Society, 1962.

The present monograph deals primarily with such branches of the graph theory which had not yet been explained in any book. The author turns his interest with preference for graph-theoretical aspects of notions originating from set theory and algebra, further for questions concerning extreme subgraphs and numerical extreme values. The book has a rich content. However, to the reviewer's opinion, the importance of the selected material is not quite homogeneous and the presentation is sometimes not the most felicitous.

The book consists of 15 chapters, there are more than 200 bibliographical references grouped according to the chapters. It is promised a second volume, containing chiefly practical applications and questions related to topology.

In Chapters 1—2 (Fundamental concepts; Connectedness) the most important initial concepts are introduced. Chapter 3 (Path problems) is devoted to studying Euler paths, Hamilton lines and labyrinth questions. Chapter 4 (Trees) deals not only with trees but also with questions involving general graphs, namely with circuit rank, structural investigation of certain directed graphs, special one-to-one correspondences between vertices and edges. Chapter 5 (Leaves and lobes) discusses some very natural homomorphism concepts for non-directed graphs. In Chapter 6 (The axiom of choice) some maximal principles of set theory are investigated and applied for proving the existence of certain maximal subgraphs of infinite graphs. Chapter 7 (Matching theorems) presents a detailed discussion of maximal subgraphs with degree 1 in bipartite graphs. Chapter 8 (Directed graphs) deals with homomorphisms, embeddability in order relations and basis graphs. Chapter 9 (Acyclic graphs) gives an analogon of the Jordan—Hölder theorem (arising in abstract algebra) and discusses the possibility of certain bipartition of the vertices in a directed graph. Chapters 10—11 (Partial order; Binary relations and Galois correspondences) study some notions, being well-known in other branches of mathematics, in terms of graph theory. The main assertion of Chapter 12 (Connecting paths) is MENGER's theorem on minimal separating vertex sets and maximal families of disjoint connecting arcs. Chapter 13 (Dominating sets, covering sets and independent sets) investigates subgraphs with certain extremal properties. Chapter 14 (Chromatic graphs) is devoted to studying the chromatic number of graphs. In the final chapter (Groups and graphs) it is proved that any finite group appears as the automorphism group of a suitable graph, there is studied how edge isomorphism and circuit isomorphism are related to the isomorphism in customary sense.

A. Ádám (Szeged)

J. Favard, Cours d'Analyse de l'Ecole Polytechnique, tome I, VIII+675 pages; tome II, 578 pages; tome III, fasc. I, 294 pages; fasc. II, 542 pages (Cahiers Scientifiques publiés sous la direction de Gaston Julia), Paris, Gauthier—Villars, 1960—62.

Les trois volumes traitent d'une matière étendue aussi bien en largeur qu'en profondeur; pour s'en rendre compte, il est indiqué, d'abord, de jeter un coup d'oeil sur le contenu.

Tome I. (Introduction. Opération.) — Ensembles, éléments d'algèbre et de topologie, introduction à la théorie des espaces fonctionnels, séries et produits infinis, fonctions à variation bornée, fonctions convexes. Dérivées, différentielles, fonctions implicites, déterminants fonctionnels, éléments de géométrie différentielle, points singuliers. Mesure de Jordan, intégrale de Cauchy—Riemann, quadrature mécanique, intégrales curvilignes, intégrale de Stieltjes, fonctionnelles, analyse vectorielle, intégrale de Lebesgue et ses extensions, dérivabilité et recherche des primitives, théorème de Riesz—Fischer, représentation des fonctionnelles linéaires, convergence faible et forte, espace produit, théorème de Fubini. — La notion de fonction y est introduite comme application d'un espace métrique sur un autre espace métrique. Les espaces vectoriels normés jouent, naturellement, un rôle important dans cette manière d'exposer la matière introductoire. Or ce point de vue général est conservé dans l'ouvrage entier, ce qui permet au lecteur de se familiariser avec les notions modernes, souvent nécessaires même pour ceux qui s'intéressent aux mathématiques du point de vue des applications. Le point de vue général n'est quitté que lorsque la nature du sujet traité l'exige nécessairement (p. ex. au cas des fonctions monotones ou des théorèmes spéciaux de dérivabilité, etc.)

Tome II. (Représentations. Fonctions analytiques.) — Fonction Γ, principes de convergence dans les espaces de Banach, théorème d'approximation de Weierstrass, représentations dans L^2. Séries trigonométriques, convergence, sommation, intégrale de Fourier, polynômes orthogonaux, interpolation, éléments de la théorie des distributions. Fonctions à une variable complexe, fonctions monogènes, transformations, théorème de Cauchy, théorèmes d'unicité, théorème de Liouville, points singuliers isolés, fonctions méromorphes, zéros et pôles. Transformations conformes, lemme de Schwarz, théorème de Bloch, espaces de fonctions holomorphes et méromorphes, familles normales, représentations conformes par fonctions univalentes, théorème de Picard. Séries entières, séries de Laurent, théorème de Mittag—Leffler, produits infinis, fonctions entières, transformations de Laplace, représentations diverses. Fonctions elliptiques. Prolongement analytique, surfaces de Riemann, théorème de monodromie, théorème de Weyl sur le caractère topologique des surfaces de Riemann. Fonctions analytiques à plusieures variables. Fonctions algébriques, théorème de Nöther, intégrales abéliennes, théorème de Riemann—Roch et d'Abel, fonctions thétas. Généralisation de la notion de fonction holomorphe, fonctions vectorielles analytiques d'une variable scalaire et vectorielle.

Tome III. (Théorie des équations.) — Equations différentielles dans le champ réel, théorèmes d'existence et d'unicité, méthode de Cauchy, théorème de Peano, stabilité et instabilité, systèmes d'équations différentielles, théorème de Frobenius, équation de Sturm—Liouville, systèmes stationnaires dans l'espace euclidien, systèmes définis sur les variétés. Equations différentielles dans le champ analytique, existence et unicité, singularités, théorème de Painlevé, équations de Fuchs, équations de fonctions hypergéométriques, fonctions de Legendre et de Bessel, développements asymptotiques, méthode de Laplace. — Equations aux dérivées partielles, problème de Cauchy, systèmes d'équations, théorème d'existence de Cauchy—Kovalevskaya, problèmes d'unicité et de stabilité, équations du second ordre, équations hyperboliques, équations des télégraphistes, des ondes, de la corde et des plaques vibrantes, opérateurs de Heaviside, méthodes numériques d'intégration approchée, équations elliptiques, fonctions harmoniques et sous-harmoniques, problème de Dirichlet, potentiel de volume, méthode numérique pour la solution approchée du problème de Dirichlet, équations paraboliques, fonctions caloriques et sous-caloriques, problèmes aux limites. — Equations intégrales, équations de Fredholm et de Volterra, étude des types de noyaux, applications aux équations différentielles. — Calcul des variations, fonctionnelles semi-continues, équation d'Euler, condition de Weierstrass, Legendre et de Jacobi, existence de l'extremum, méthode directe et solution du problème de Dirichlet, problème de Plateau.

Cette matière vaste est encore complétée et approfondie par de nombreux exercises et compléments à la fin de chaque chapitre. Les compléments conduisent souvent jusqu'à des problèmes profonds. Pour en donner une idée relevons, à titre d'exemple, le théorème de compactification d'Alexandroff, l'homéomorphie d'un complexe $K^{(n)}$ avec un polyèdre du $R^{(2n+1)}$, le théorème de point fixe de Brouwer, dans le chapitre introductoire de topologie; ou bien, dans la partie traitant des fonctions analytiques, le théorème de Phragmén—Lindelöf, quelques théorèmes de Stoïlow concernant les transformations internes, recherche de la périodicité des intégrales hyperelliptiques, éléments de la fonction $\zeta(s)$ de Riemann, etc. Ainsi, il est visible que ces trois volumes contiennent, outre la théorie classique, une grande quantité de méthodes et de résultats modernes.

On peut se demander si, par l'agglomération de tant de faits, on ne risque pas de composer une sorte d'encyclopédie qui, évidemment, ne peut pas être assez profonde pour le spécialiste, mais qui est trop large pour un technicien, même créateur? Oui, ce problème subsiste, mais il n'est pas le problème de cet ouvrage, mais celui de notre temps comme conséquence du fait que les idées mathématiques utilisées par le technicien créateur deviennent de jour en jour plus abstraites et plus compliquées. Les temps sont passés, où on a pu se contenter d'une suite de recettes, comme la „Cuisine de Tante Marie"; aujourd'hui, il faut initier les futures cadres supérieurs de la technique à la pensée mathématique moderne, puisque les jeunes élèves de l'Ecole Polytechnique d'aujourd'hui seront les techniciens dirigeants à la veille du XXI. siècle, quand le constructeur technique sera, probablement, comblé de problèmes mathématiques, s'il veut tenir au courant du développement de sa spécialité.

L'auteur a rendu un grand service à l'enseignement supérieur des mathématiques — d'ailleurs toujours en crise — en composant les trois volumes de son Cours d'Analyse, car il n'a pas perdu de vue ni l'exigence moderne de généralité ni celle du technicien, car il a voulu que la matière présentée soit applicable directement aux problèmes de physique et de technique. C'est un ouvrage qu'on peut consulter avec fruit; il est profitable tant pour le technicien avancé que pour le jeune mathématicien cherchant une initiation à l'Analyse moderne. La présentation des idées est toujours aussi simple que le sujet traité le permet, et le texte peut être bien suivi par un lecteur intéressé. Nous croyons que ce Cours d'Analyse restera pour longtemps un ouvrage recherché par tous ceux qui désirent approfondir leurs connaissances antérieures et se faire une image des méthodes de l'Analyse moderne.

G. Alexits (Budapest)