Bibliographie

B. Sz.-Nagy, Introduction to Real Functions and Orthogonal Expansions, XI+447 pages, Budapest — New York, Akadémiai Kiadó — Oxford University Press, 1965.

C'est la version anglaise d'un livre publié en hongrois (Ie éd. en 1954, IIème éd. en 1961).

Les deux premiers chapitres traitent de questions élémentaires concernant la théorie des ensembles, la topologie de l'espace euclidien, les fonctions continues et semi-continues. Notons le soin avec lequel on a exposé le théorème de Weierstrass—Stone. Citons en outre la démonstration du théorème de Tietze et l'étude des fonctions monotones et à variation bornée.

Au 3ème chapitre on étudie la différentiation des fonctions. On donne l'exemple de van der Waerden d'une fonction continue sans dérivée en chaque point; on démontre ensuite, suivant F. Riesz, le théorème de Lebesgue concernant l'ensemble des points de dérivabilité d'une fonction monotone; à cette occasion on discute la notion d'ensemble de mesure nulle (par rapport à la mesure de Lebesgue) sans introduire la notion générale de mesure, on démontre le théorème de Lebesgue concernant l'ensemble des points de densité d'un ensemble linéaire, ainsi que le théorème de Denjoy—Young—Saks concernant les nombres dérivés de fonctions arbitraires.

Le chapitre 4 est dédié aux fonctions d'intervalle et à l'intégrale de Riemann. On définit l'intégrabilité et la differentiabilité au sens de Burkill des fonctions d'intervalle, on expose le théorème de Darboux concernant l'intégrabilité de ces fonctions, enfin on montre que si $\varphi(\alpha, \beta)$ est intégrable sur (a, b) alors $\varphi(\alpha, \beta)$ et son intégrale indéfinie ont les mêmes nombres dérivés presque partout. L'intégrale de Riemann est définie comme un cas particulier de l'intégrale de Burkill. On étudie les opérations avec les fonctions intégrables au sens de Riemann, la notion de la fonction primitive et on donne un exemple d'une fonction bornée qui possède une primitive sans être intégrable au sens de Riemann. On définit ensuite la mesure de Jordan comme l'intégrale de Riemann de la fonction caractéristique correspondante.

Le chapitre finit avec des considérations sur le cas des fonctions de plusieurs variables.

L'intégrale de Lebesgue est introduite au chapitre 5, suivant la méthode de F. Riesz: on part des fonctions en escalier (pour lesquelles l'intégrale se définit de manière évidente), on considère les fonctions limites presque partout de suites monotones de telles fonctions (à intégrales uniformément bornées) et l'on définit l'intégrale par passage à la limite, enfin les fonctions qui sont différences de deux fonctions de ce type. On démontre ensuite les théorèmes de Beppo Levi, Lebesgue, Fatou et on expose en détail les propriétés des fonctions intégrables (continuité absolue, intégration par parties, changement de variables, différents exemples, etc.). On passe ensuite à l'étude des fonctions et des ensembles mesurables (par définition $f(x)$ est mesurable si elle est limite presque partout d'une suite de fonctions en escalier; on démontre l'équivalence avec la définition usuelle). On expose les théorèmes de Lusin et Egoroff ainsi que le théorème de Fubini.

Au 6ème chapitre on expose les intégrales de Stieltjes et de Lebesgue—Stieltjes, ainsi que l'intégrale de Lebesgue sur les espaces abstraits. On y traite de manière détaillée du théorème de Riesz sur la représentation des formes linéaires continues sur l'espace des fonctions continues ainsi que les produits dénombrables d'espaces mesurés.

Au 7ème chapitre on introduit l'espace L^2 des fonctions à carré sommable. On démontre les inégalités de Schwarz, Minkowski, le théorème de Riesz—Fischer, l'inégalité de Bessel, l'égalité de Parseval. On définit la notion générale d'espace de Hilbert et on démontre le théorème de Fréchet—Riesz concernant la représentation des formes linéaires continues dans cet espace. La seconde partie de ce chapitre contient différents exemples importants de systèmes orthogonaux et complets: le système trigonométrique, les polynomes orthogonaux par rapport à une fonction croissante μ (et l'on retrouve, pour différents choix de μ, les polynomes de Legendre, Tchébycheff, Jacobi, Hermite et Laguerre). Un paragraphe est dédié à la suite orthogonale de Haar; on expose ensuite les points fondamentaux de la théorie de la transformation de Fourier y compris le théorème de Plancherel. Enfin on considère les espaces L^p (inégalités de Hölder, Minkowski, théorème de Riesz—Fischer, forme des fonctionnelles linéaires, etc.; le chapitre finit avec la définition et quelques propriétés des espaces de Banach.

Le dernier chapitre est sur la convergence et la sommabilité des séries de Fourier. Un paragraphe introductif donne un aperçu historique ainsi que 3 exemples de problèmes physiques qui conduisent à des développements en séries de Fourier (corde vibrante, problème de Dirichlet pour le cercle, et propagation de la chaleur). Le second paragraphe expose les résultats classiques concernant la convergence des séries de Fourier (lemme de Riemann—Lebesgue, théorème de localisation de Riemann, théorèmes de convergence de Dini—Lipschitz et de Dirichlet—Jordan, exemple de Fejér d'une fonction continue à série de Fourier divergente en un point, théorème de Pringsheim sur la convergence des séries conjuguées, ainsi qu'un théorème de F. Lukács reliant les sauts d'une fonction à la convergence de sa série conjuguée. Après un introduction aux méthodes de sommation des séries numériques, on expose la sommation des séries de Fourier par la méthode des moyennes arithmétiques ainsi que par la méthode d'Abel—Poisson.

Un certain nombre d'exercices et de problèmes intéressants sont éparpilles tout au long du livre. On regrette qu'il n'y en ait pas de plus nombreux.

Ce bref aperçu ne donne qu'une idée incomplète de la qualité du livre. On ne peut conclure, sans s'arrêter pour un instant sur l'esprit dans lequel ce livre a été conçu, et le style avec lequel il a été écrit. Le style: clair, sans économies de raisonnements inutiles, mais aussi sans longueurs inutiles; bref un style prenant vivant, qui oblige le lecteur à réfléchir. L'esprit: plutôt que d'amasser le nombre le plus grand possible de résultats dans un espace donné, c'est d'essayer de dégager les idées, d'expliquer les motifs profonds de l'introduction des notions nouvelles, d'attirer l'attention sur les résultats vraiement importants.

Le livre du professeur Béla Sz.-Nagy pourra donc être utilisé aussi bien dans des cours que pour l'étude individuelle. Celui qui l'aura parcouru attentivement pourra aborder aisément d'autres ouvrages plus concentrés ou plus spécialisés.

G. Gussi (Bucarest)

K. Fladt, Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus. 4. Teil. **Elementargeometrie III. Die elementare nichteuklidische Geometrie,** 128 Seiten, Stuttgart, Ernst Klett Verlag, 1961.

Das Buch ist eine gründlich neubearbeitete und stofflich an vielen Stellen erweiterte Auflage des Buches: M. Simon—K. Fladt, *Nichteuklidische Geometrie in elementarer Behandlung* (Beiheft zur Zeitschr. für math. und naturw. Unterricht, Bd. 10., Leipzig—Berlin, 1925).

Der Verfasser beginnt im I. Abschnitt mit einer ausführlichen, bis auf die Gegenwart fortgeführten geschichtlichen Darstellung. In diesem Abschnitt wird schon einiges Sachliche vorausgenommen und damit das Spätere entlastet. Im II. Abschnitt geschieht — unter Zugrundelegung des Archimedischen Axiomes — die Trennung der euklidischen und der beiden nichteuklidischen Geometrie, nebst der Behandlung der Grundeigenschaften der hyperbolischen Parallelen.

Im III. und IV. Abschnitt wird die von H. Liebmann ohne Benützung der Stetigkeit, allein in der Ebene begründete Zuordnung zwischen Spitzeck und rechtwinkligem Dreieck und die klassische Formel für den Bogen des Grenzkreises, als Grundlage der hyperbolischen Geometrie bzw. Trigonometrie und analytischen Geometrie behandelt, die dann den Stoff der V. und VII. Abschnitte bilden.

Die VIII.—X. Abschnitte sind der Raumgeometrie gewidmet, wobei die Quaternionen und Biquaternionen als Rechenhilfsmittel verwendet werden.

Die Grundtatsachen der sphärischen und elliptischen Geometrie werden in dem III. und VI. Abschnitte besprochen.

Das Buch bringt neben zahlreichen litterarischen Hinweisen die Liste der Abhandlungen von Paul Szász über die hyperbolische Geometrie.

Das in allen Teilen mit didaktischem Gefühl und Sorgfalt geschriebene Büchlein — ebenso, wie seine Vorgänger — gibt eine vortreffliche Einführung in die nichteuklidische Geometrie.

J. Strommer (Budapest)

A. Dinghas, Minkowskische Summen und Integrale, Superadditive Mengenfunktionale, Isoperimetrische Ungleichungen (Mémorial des Sciences Mathématiques, fasc. 149), Paris, Gauthier-Villars, 1961.

Im Jahr 1935 hat LUSTERNIK gezeigt, daß die Gültigkeit des Brunn—Minkowskischen Hauptsatzes der Theorie der konvexen Körper sich auf beliebige meßbare Punktmengen erweitern läßt. Diese Entdeckung setzte grundlegende Untersuchungen von BUSEMAN, DINGHAS, HADWIGER, HENSTOCK, MACBEATH, OHMANN, E. SCHMIDT und vielen anderen im Gang, wodurch die ganze Theorie einen riesigen Aufschwung erfuhr. Durch moderne mengengeometrische Betrachtungen wurden ältere Ergebnisse in Einfachheit der Beweise und in Tragweite weit überholt. Gleichzeitig ergaben sich aber neue Probleme, von denen viele noch nicht befriedigend beantwortet werden konnten.

Eine ausgezeichnete Darstellung dieses Fragenkomplexes ist im Buch von H. HADWIGER, *Vorlesungen über Inhalt, Oberfläche und Isoperimetrie* (Berlin—Göttingen—Heidelberg, 1957) enthalten. Der Verfasser wendet sich einem engeren Leserkreis zu. Vorliegende Monographie ist in einer bündigen, nur dem Fachmann zugänglichen Darstellungsweise gehalten. Dafür bietet sie eine auf dem Begriff eines superadditiven Mengenfunktionals beruhende, systematisch aufgebaute Theorie mit zahlreichen tiefliegenden Ergebnissen.

Das erste Kapitel ist dem Brunn—Minkowskischen Satz, das zweite seiner von LUSTERNIK, HENSTOCK und MACBEATH herrührenden Verallgemeinerungen gewidmet. Im dritten Kapitel wird der Brunn—Minkowski—Lusterniksche Satz mit Hilfe von Symmetrisierungsmethoden von neuem begründet und das isoperimetrische Problem für sehr allgemeine Punktmengen behandelt. Das letzte Kapitel enthält eine vom Verfasser stammende Verallgemeinerung des Brunn—Minkowskischen Satzes, die zu neuen Aspekten führt.

Das Buch ist unentbehrlich jedem, der in diesem anziehenden Problemenkreis weiterforschen will.

L. Fejes Tóth (Budapest)

S. Flügge, Handbuch der Physik (Encyclopedia of Physics, Bd. III/1), **Prinzipien der klassischen Mechanik und Feldtheorie** (in English), VIII+902 pages, Berlin – Göttingen – Heidelberg, Springer-Verlag, 1960.

The present volume contains the monographs "Classical Dynamics" by J. L. SYNGE and "The Classical Field Theories" by C. TRUESDELL and R. A. TOUPIN, with an appendix on "Tensor Fields" by J. L. ERICKSEN. The first monograph deals with the kinematics and dynamics of a particle, of systems of particles, and of rigid bodies; with the general transformation theory of mechanics, and finally with relativistic dynamics. Particularly interesting and modern is the treatement of the general transformation theory, the geometrical representations of dynamics in the space of events, the energy-momentum space, the space of states and energy, and the general theory of phase space. The second monograph deals with the field viewpoint in classical physics, the general theory of continuous media, singular surfaces and waves, the concept of stress, energy and entropy of systems, conservation of charge, energy and momentum, finally the constitutive equations of kinematics, energy, general mechanical and thermo-mechanical systems, the constitutive equations of electromagnetic and electromechanical systems. The appendix about tensor fields contains rather the general than the geometrical concepts of these fields. The latter two-third part of the volume is devoted to a peculiar survey of the idea of classical field theories, hardly to be found elsewhere, with detailed references on earlier work done, but less complete as regards the literature of recent years.

J. I. Horváth (Szeged)

Nicolae Dinculeanu, Intégration sur les espaces localement compacts, 592 pages, Bucarest, Editions de l'Académie, 1965.

Ce livre est consacré à l'étude détaillée et unitaire de l'intégration, par rapport à une mesure à valeurs opérateurs d'un espace de Banach E dans un autre F, des fonctions définies sur l'espace localement compact T à valeurs dans E. Son contenu est divisé en 7 chapitres: I. Mesures sur des espaces localement compacts. — II. Les espaces L^p. Fonctions intégrables. — III. Fonctions mesurables. L'espace L^∞. — IV. Mesures définies par des densités. — V. Sommes de mesures. Images.

des mesures. — VI. Mesures sur des groupes localement compacts. — VII. Espaces des champs de vecteurs.

Dans le premier chapitre on étudie les propriétés élémentaires des mesures de Radon vectorielles. Telle mesure est, d'après l'auteur, une application linéaire de l'espace des fonctions continues $f: T \to E$, à support compact, dans F, satisfaisant la condition habituelle de continuité.

Le chapitre II concerne surtout la théorie de l'intégration par rapport à une mesure numérique, mais se termine par l'intégration des fonctions vectorielles par rapport aux mesures opératorielles. L'extension de la mesure de Radon, bien qu'elle suive la voie de Bourbaki, diffère de celle-ci par le fait que l'auteur développe toute la théorie à partir de ce que Bourbaki appelle l'intégrale supérieure essentielle. Cela permet de donner une grande unité aux maints énoncés dans les chapitre IV et V. La mesurabilité (définie comme chez Bourbaki par le théorème de Lusin) est étudiée dans le chapitre III où on trouve aussi l'étude au relèvement dans L^∞-vectoriel.

Dans les chapitres IV, V et VI bien qu'on trouve tous les résultats habituels liés aux problèmes indiqués par leurs titres, une grande prépondérance est donnée au cas vectoriel ou opératoriel.

Par exemple le chapitre IV est consacré à l'étude des mesures opératorielles $n=g\cdot m$ où m est une mesure opératorielle et g une fonction vectorielle. De même dans le chapitre VI l'auteur étudie la convolution $n*m$ des mesures vectorielle n et opératorielle m définies sur le groupe G. Tout cela constitue un des côtés originels de cette excellente monographie qui peut être utile aussi bien au debutant qu'au spécialiste.

Le livre finit par l'étude des espaces L^p ou de ceux d'Orlicz formés par des champs de vecteurs.

Vu l'importance croissante que les mesures vectorielles semblent avoir dans plusieures branches des mathématiques d'aujourd'hui, ce livre sera de grande utilité.

C. Foiaş (Bucarest)