# Über lokal linear kompakte Ringe

Von RICHARD WIEGANDT in Budapest

**1. Einleitung.** Die Struktur der linear kompakten bzw. lokal kompakten Ringe ist schon von mehreren Verfassern weitgehend untersucht worden. Es stellt sich die Frage, was sich über die Struktur der lokal linear kompakten Ringe sagen läßt. Für Vektormoduln wurde dieser Begriff schon im Buch [3] von LEFSCHETZ (S. 79) definiert, doch wurden meines Wissens bis jetzt keine Ergebnisse über lokal linear kompakte Ringe veröffentlicht. In dieser Note machen wir einige Schritte in der Untersuchung der lokal linear kompakten Ringen, und zwar beweisen wir, daß jeder halbeinfache lokal linear kompakte Ring ein minimales Linksideal hat. Davon können wir leicht einige Behauptungen über primitive bzw. einfache lokal linear kompakte Ringe ableiten. Ein topologisch einfacher lokal linear kompakter Ring erweist sich als direkte Summe eines linear kompakten Linksideals und eines diskreten Linksideals; ferner beweisen wir, daß ein topologisch einfacher lokal linear kompakter Ring mit gröbster Topologie, oder mit Rechtseinselement stets linear kompakt ist.

**2. Vorbereitungen.** In dieser Arbeit betrachten wir nur *Hausdorffsche Topologien.* Die Terminologie von LEPTIN [4] folgend, bezeichnen wir als *Filter* ein System $\boldsymbol{F}$ von Mengen $F_\mu$ mit der Eigenschaft, daß zu $F_\mu$, $F_\nu$ ein $F_\lambda \in \boldsymbol{F}$ mit $F_\lambda \subset F_\mu \cap F_\nu$ existiert. Ein *Basisfilter* eines topologischen Moduls ist ein Filter, dessen Elemente ein Fundamentalsystem für die Umgebungen von 0 bilden. Ist $\boldsymbol{F}$ ein Filter und $a \in \bigcap_{F \in \boldsymbol{F}} \bar{F} = \downarrow\boldsymbol{F}$, dann sagen wir, $a$ sei ein *Berührungspunkt* von $\boldsymbol{F}$. Ein Filter $\boldsymbol{F}$ *konvergiert* gegen $a$, falls jede Umgebung von $a$ ein $F \in \boldsymbol{F}$ enthält. Aus $\lim \boldsymbol{F} = a$ folgt immer $\downarrow\boldsymbol{F} = a$.

Ein topologischer Linksmodul $M$ über einem Ring $R$ heißt *linear topologisch,* falls $M$ ein Basisfilter aus Untermoduln besitzt. Ein Filter in einem linear topologischen Modul heißt *Cauchyfilter*, wenn er aus Restklassen von Linksidealen eines Basisfilters besteht. Ein linear topologischer Modul wird *vollständig* genannt, falls für jeden Cauchyfilter $\boldsymbol{C}$ $\downarrow\boldsymbol{C}$ nicht die leere Menge ist.

Ein topologischer $R$-Modul $M$ heißt *linear kompakt,* falls $M$ linear topologisch ist und jedes Filter von Restklassen nach abgeschlossenen Untermoduln einen nicht leeren Durchschnitt hat. Ein topologischer Ring $R$ ist linear kompakt, wenn er als $R$-Linksmodul linear kompakt ist. Wir nennen einen topologischen Ring *$R$ lokal linear kompakt,* falls $R$ ein von 0 verschiedenes offenes Linksideal besitzt, welches ein linear kompakter $R$-Modul ist. In dieser Definition haben wir also den trivialen Fall ausgeschlossen.

Sei $L$ ein Linksideal eines topologischen Ringes $R$. Es zeigt sich unmittelbar, daß die Menge

$$A=\{r\in R \mid rL=0\}$$

ein abgeschlossenes Ideal bildet; dieses Ideal $A$ wird *Linksannihilatorideal* von $L$ genannt. Bezeichne $Q$ den Faktorring $R/A$. Man kann jedes Element $q=r+A\in Q$ als einen stetigen Endomorphismus der additiven Gruppe von $L$ auffassen, welche durch

$$q(x)=rx \qquad (x\in L)$$

definiert wird.

Wie üblich, wird ein Ring *halbeinfach* genannt, falls sein Jacobsonsches Radikal verschwindet. Ein Ring $R$, der einen treuen [1]) irreduziblen $R$-Linksmodul besitzt, heißt *primitiv*. Wir nennen einen Ring *einfach*, wenn $R$ kein Radikalring ist und kein echtes abgeschlossenes Ideal enthält. Gemäß dieser Definition ist ein einfacher Ring stets primitiv und ein primitiver Ring ist halbeinfach. Ist $R$ radikalfrei, und besitzt kein echtes abgeschlossenes Ideal, dann wird $R$ *topologisch einfach* genannt.

Bezüglich des Jacobsonschen Radikals und weiterer algebraischer Begriffe verweisen wir auf [2] und [7].

**3. Ergebnisse.** Das Hauptresultat dieser Arbeit ist der folgende

Satz 1. *Ist $R$ ein halbeinfacher lokal linear kompakter Ring, so enthält $R$ ein minimales Linksideal.*

Beweis. Sei $L\neq 0$ ein offenes linear kompaktes Linksideal in $R$ und bezeichne $A$ das Linksannihilatorideal von $L$. Da der Durchschnitt $A\cap L$ ein Linksideal ist mit $(A\cap L)^2=0$, ist $A\cap L$ im Radikal von $R$ enthalten. Infolge der Halbeinfachheit muß $A\cap L=0$ bestehen. Bezeichne $\varphi$ den natürlichen Homomorphismus von $R$ auf $Q=R/A$, und $\tau$ die induzierte Topologie in $Q$. Wegen $A\cap L=0$ ist $L'=\varphi(L)$ als $Q$-Modul zu $L$ im algebraischen und topologischen Sinne isomorph. Folglich ist $L'$ ein linear kompakter $Q$-Modul.

Wir nehmen an, daß die Elemente von $Q$ Endomorphismen der additiven Gruppe von $L$ sind. Seien $x_1, \ldots, x_n\in L$ endlich viele Elemente und $U\subset L$ ein offenes Linksideal. Die Menge

$$U^*(x_1, \ldots, x_n;\ U)=\{q\in Q \mid qx_1, \ldots, qx_n\in U\}$$

ist offenbar ein Linksideal von $Q$ und sämtliche $U^*(x_1, \ldots, x_n;\ U)$ bilden ein Filter $\mathfrak{U}^*$. Wir wählen $\mathfrak{U}^*$ als Basisfilter einer neuen Topologie $\tau^*$ in $Q$. Es zeigt sich, daß die Topologie $\tau^*$ größer als $\tau$ ist. Sei nämlich $U^*=U^*(x_1, \ldots, x_n;\ U)$ ein Linksideal aus $\mathfrak{U}^*$, und $V$ ein offenes Linksideal in $R$ mit $V\cup Vx_1\cup\ldots\cup Vx_n\subset U$. $V$ bestimmt das offene Linksideal $V'=\varphi(V)$ in $Q$, und für $V'$ gilt $V'\subset U^*$. Daraus folgt $\tau\leqq\tau^*$.

Bezeichne nun $\tilde{Q}$ die Komplettierung von $Q$ bezüglich der Topologie $\tau^*$. Wir beweisen, daß $\tilde{Q}$ linear kompakt ist. Nach ZELINSKY [8], Theorem 3', läßt sich $\tilde{Q}$ als inverser Limes der diskreten Faktormoduln $Q/U^*$ $(U^*\in\mathfrak{U}^*)$ darstellen. Für die lineare Kompaktheit von $\tilde{Q}$ genügt es zu beweisen, daß jeder diskrete Faktormodul $Q/U^*$ linear kompakt ist. Sei $U^*=U^*(x_1, \ldots, x_n;\ U)$ ein $\tau^*$-offenes

[1]) Bekanntlich nennt man einen $R$-Modul $L$ treu, falls das Linksannihilatorideal von $L$ Null ist.

Linksideal und bezeichne $M$ die direkte Summe von $n$ Exemplaren des Faktormoduls $L/U$. $M$ ist offenbar diskret und linear kompakt. Die Abbildung

$$\varphi(q)=(qx_1+U, \ldots, qx_n+U) \qquad (q\in Q)$$

ist ein Homomorphismus des $Q$-Moduls $Q$ in $M$. Da $\varphi(q)=0$ gleichbedeutend ist mit $qx_1, \ldots, qx_n\in U$, ist $\operatorname{Ker}\varphi=U^*(x_1, \ldots, x_n;\ U)$. Folglich ist $Q/U^*$ als $Q$-Modul zu einem Untermodul $M'$ von $M$ isomorph, ferner sind $Q/U^*$ und $M'$ diskret und $M'$ linear kompakt.

Es zeigt sich, daß man auch $\tilde{Q}$ als ein Endomorphismenring von $L$ auffassen kann. Ist nämlich $\tilde{q}\in\tilde{Q}$, so ist $\tilde{q}=\lim \boldsymbol{C}$, wo $\boldsymbol{C}=\{q+U^*(x_1, \ldots, x_n;\ U)\}$ ein Cauchyfilter von $Q$ in der Topologie $\tau^*$ ist. $\boldsymbol{C}_z=\{q+U^*(z, x_1, \ldots, x_n;\ U)\}$ bildet auch ein Cauchyfilter, und es gilt $\tilde{q}=\lim \boldsymbol{C}_z$. Zu jedem $q+U^*(z, x_1, \ldots, x_n;\ U)$ gehört ein Cauchyfilter $\boldsymbol{D}_z=\{qz+U\}$ von $L$. Da $L$ linear kompakt ist, ist $\downarrow\boldsymbol{D}_z$ nicht leer. Sei $\tilde{q}(z)=\downarrow\boldsymbol{D}_z$: damit haben wir eine Abbildung von $L$ in sich definiert. Wir zeigen, daß diese Abbildung ein Endomorphismus ist. Da

$$U^*(x, y;\ U)\subset U^*(x;\ U)\cap U^*(y;\ U)\subset U^*(x+y;\ U)$$

gültig ist, so gilt auch für die entsprechenden Restklassen aus $\boldsymbol{C}$:

$$q+U^*(x, y;\ U)\subset(q_1+U^*(x;\ U))\cap(q_2+U^*(y;\ U))\subset q_3+U^*(x+y;\ U).$$

Daraus folgt

$$qx+U=q_1x+U, \quad qy+U=q_2y+U, \quad q(x+y)+U=q_3(x+y)+U,$$

und so ergibt sich

$$q_3(x+y)+U=q(x+y)+U=qx+qy+U=q_1x+U+q_2y+U.$$

Dementsprechend bekommen wir

$$\tilde{q}(x+y)=\downarrow\{q(x+y)+U\}\subset\downarrow\{qx+U\}+\downarrow\{qy+U\}=\tilde{q}(x)+\tilde{q}(y),$$

$\tilde{q}$ ist also ein Endomorphismus der additiven Gruppe von $L$.

Ist $B$ ein abgeschlossener $R$-Untermodul von $L$, so enthält jede Umgebung von $\tilde{q}(b)$ ($\tilde{q}\in Q$, $b\in B$) ein Produkt $qb$ ($q\in Q$), ferner ist $qb\in B$. Da $B$ abgeschlossen ist, so muß $\tilde{q}(b)\in B$ bestehen. Das bedeutet, daß jeder abgeschlossene $R$-Untermodul von $L$ zugleich ein $\tilde{Q}$-Untermodul ist.

Es zeigt sich, daß $L'=\varphi(L)$ ein abgeschlossenes Linksideal von $\tilde{Q}$ ist. Bezeichne $\bar{L}'$ die abgeschlossene Hülle von $L'$ in $\tilde{Q}$ und sei $l\in\bar{L}'$, $l=\lim \boldsymbol{C}$, wo $\boldsymbol{C}=\{l_\alpha+U_\alpha^*\}$ ($l_\alpha\in L'$) ein Cauchyfilter von $Q$ in der Topologie $\tau^*$ ist. $\boldsymbol{C}_0=\{(l_\alpha+U_\alpha^*)\cap L'\}=$ $=\{l_\alpha+U_\alpha^*\cap L'\}$ bildet offenbar auch ein Filter, und zwar gilt $l=\lim \boldsymbol{C}_0$. Wegen $\tau\leqq\tau^*$ besteht $\boldsymbol{C}_0$ aus Restklassen nach $\tau$-abgeschlossenen $Q$-Untermoduln von $L'$. Da $L'$ als $Q$-Modul linear kompakt ist, gilt $l=\lim \boldsymbol{C}_0=\downarrow\boldsymbol{C}_0\in L'$. $L'$ ist also abgeschlossen.

Ist $q\in\tilde{Q}$ und $l\in L'$, so gibt es zu jeder Umgebung $U_{ql}^*$ von $ql$ eine Umgebung $V_q^*$ von $q$ mit $V_q^* l\subset U_{ql}^*$. Da $Q$ in $\tilde{Q}$ dicht ist, enthält $V_q^*$ ein Element $r\in Q$. Folglich gilt $rl\in U_{ql}^*\cap L'$. Das bedeutet eben $ql\in\bar{L}'=L$. Damit ist bewiesen, daß $L'$ ein abgeschlossenes Linksideal von $\tilde{Q}$ ist.

Nun beweisen wir, daß $L$ und $L'$ als $\tilde{Q}$-Moduln operatorisomorph sind. Dazu müssen wir die Gültigkeit von

$$\varphi(ql) = q\varphi(l) \qquad (q \in \tilde{Q},\ l \in L)$$

zeigen. Sei

$$U^*(x;\ U_\alpha) = \{q \in \tilde{Q} \mid qx \in U_\alpha\} \qquad (x \in L,\ U_\alpha \subset L)$$

ein offenes Linksideal von $\tilde{Q}$. Zu $U^*(x;\ U_\alpha)$ wählen wir ein offenes Linksideal $V_{x,\alpha}$ von $R$ mit $V_{x,\alpha}x \subset U_\alpha$. Zur Umgebung $ql + V_{x,\alpha}$ von $ql$ gibt es eine Umgebung $q + W^*_{x,\alpha}$ von $q$ so, daß $W^*_{x,\alpha}l \subset V_{x,\alpha}$ und $W^*_{x,\alpha}\varphi(l) \subset U^*(x;\ U_\alpha)$ erfüllt ist. Da $Q$ in $\tilde{Q}$ dicht ist, existiert ein Element $r_{x,\alpha} \in (q + W^*_{x,\alpha}) \cap Q$. So ergibt sich

$$q + W^*_{x,\alpha} = r_{x,\alpha} + W^*_{x,\alpha} \quad \text{und} \quad ql + V_{x,\alpha} = r_{x,\alpha}l + W^*_{x,\alpha}.$$

Wegen $ql = \bigcap_{x,\alpha} (r_{x,\alpha}l + V_{x,\alpha})$ ergibt sich

$$\varphi(ql) = \bigcap_{x,\alpha} (\varphi(r_{x,\alpha}l) + \varphi(V_{x,\alpha})) \subset \bigcap_{x,\alpha} (r_{x,\alpha}\varphi(l) + U^*(x;\ U_\alpha)).$$

Infolge $q = \bigcap_{x,\alpha} (r_{x,\alpha} + W^*_{x,\alpha})$ gilt andererseits

$$q\varphi(l) = \bigcap_{x,\alpha} (r_{x,\alpha}\varphi(l) + W^*_{x,\alpha}\varphi(l)) \subset \bigcap_{x,\alpha} (r_{x,\alpha}\varphi(l) + U^*(x;\ U_\alpha)).$$

Daraus folgt $\varphi(ql) = q\varphi(l)$. $L$ und $L'$ sind also als $\tilde{Q}$-Moduln operatorisomorph.

Jetzt zeigen wir, daß $\tilde{Q}$ halbeinfach ist. Bezeichne $J$ das Radikal von $\tilde{Q}$. Da $L$ und $L'$ operatorisomorph sind, so ist $\varphi^{-1}(JL')$ ein quasireguläres Linksideal von $R$ in $L$. Infolge der Halbeinfachheit von $R$ muß aber $JL' = 0$ bestehen. Wegen der Operatorisomorphie von $L$ und $L'$ ergibt sich

$$JL \cdot L = \varphi(JL)L = JL' \cdot L = 0$$

folglich besteht $JL \subset A \cap L = 0$. Da die Elemente von $J$ Endomorphismen von $L$ sind, ist $J = 0$.

Nach Leptin [4], Satz 13, enthält der linear kompakte halbeinfache Ring $\tilde{Q}$ ein Einselement. Da $L$ und $L'$ als $\tilde{Q}$-Moduln operatorisomorph sind, erweist sich $L$ als ein unitärer $\tilde{Q}$-Modul, d.h. das Einselement $e \in \tilde{Q}$ erfüllt die Bedingung $ex = x$ $(x \in L)$. Da ein Endomorphismus $q (\in \tilde{Q})$ jeden abgeschlossenes Untermodul von $L$ in sich abbildet, und $L$ bezüglich $Q$ linear kompakt ist, deshalb ist $L$ auch als $\tilde{Q}$-Modul linear kompakt. Nach Leptin [5], Satz 2, ist $L$ eine direkte Summe minimaler $\tilde{Q}$-Untermoduln. Bezeichne $K$ einen minimalen $\tilde{Q}$-Untermodul von $L$, und sei $K_1 \neq 0$ ein Linksideal von $R$ in $K$. Wäre $L'K_1 = 0$, so wäre auch

$$K_1^2 \subset LK = L'K = 0,$$

und das Radikal von $R$ enthielte $K_1 \neq 0$, was unmöglich ist. Es ist also $L'K_1 \neq 0$, ferner gilt

$$K = QL'K_1 \subset L'K_1 = LK_1 \subset K_1.$$

$K$ ist also ein minimales Linksideal von $R$. Damit ist der Beweis vollendet.

Korollar 1. *Jeder primitive lokal linear kompakte Ring besitzt ein minimales Linksideal.*

Da die primitiven Ringe stets halbeinfach sind, folgt die Behauptung unmittelbar aus Satz 1. Korollar 1 zeigt, daß die primitiven lokal linear kompakten Ringe genau die primitiven Ringe mit minimalen Linksidealen sind. Diese Ringe sind in dem Buch [2] von JACOBSON weitgehend untersucht (Kapitel IV, vgl. insbesondere: Structure Theorem auf Seite 75).

Die einfachen lokal linear kompakten Ringe sind durch den Litoffschen Satz gekennzeichnet, es gilt nämlich

Korollar 2. *Jeder einfache lokal linear kompakte Ring $R$ ist lokal ein Matrixring über einem Schiefkörper $S$, d.h. jede endliche Teilmenge von $R$ läßt sich in einen Unterring $M$ so einbetten, daß $M$ zu einem vollen Matrixring über $S$ isomorph ist.*

Nach Satz 1 hat $R$ ein minimales Linksideal, die Behauptung folgt also unmittelbar aus dem Litoffschen Satz (vgl. JACOBSON [2], S. 90, oder FAITH—UTUMI [1]).

Korollar 3. *Ist $R$ ein einfacher lokal linear kompakter Ring mit Rechtseinselement, dann ist $R$ ein Matrixring endlichen Grades über einem Schiefkörper.*

Aus Satz 1 folgt, daß $R$ ein minimales Linksideal enthält. Bekanntlich ist der durch alle minimalen Linksideale erzeugte Unterring, der sogenannte *Sockel*, ein zweiseitiges Ideal in $R$. Wegen der Einfachheit ist $R$ durch minimale Linksideale erzeugt. Ist $e$ das Rechtseinselement von $R$, dann ist $e=e_1+\ldots+e_n$, wo die Komponenten $e_i$ in minimalen Linksidealen $L_i$ liegen. Daraus folgt, daß $R$ durch endlich viele minimale Linksideale erzeugt ist, also erweist sich als direkte Summe endlich vieler minimaler Linksideale. Der wohlbekannte Satz von E. NOETHER über halbeinfache Ringe bestätigt unsere Behauptung.

Es ist merkwürdig, wie einfach die Struktur der einfachen lokal linear kompakten Ringe ist. Dagegen sind die Verhältnisse unter lokal kompakten Ringen ganz anders. Neulich hat SKORNJAKOV in seiner Arbeit [6] einfache, nicht diskrete, lokal kompakte Ringe mit Einselement konstruiert, die keine Matrixringe sind.

Der folgende Satz beschreibt die Struktur der topologisch einfachen lokal linear kompakten Ringe.

Satz 2. *Ist $R$ ein topologisch einfacher lokal linear kompakter Ring und $L\neq 0$ ein linear kompaktes offenes Linksideal von $R$, dann ist $L$ ein direkter Summand von $R$ im algebraischen und topologischen Sinne. In der Zerlegung $R=L\oplus K$ ist $K$ ein durch minimale Linksideale erzeugtes diskretes Linksideal.*

Beweis. Nach Satz 1 enthält $R$ ein minimales Linksideal, folglich ist der Sockel $B$ in $R$ von Null verschieden, ferner ist $B$ in $R$ dicht.

Ist $L=R$, dann ist die Behauptung trivial. Im Fall $L\neq R$ betrachten wir die Menge sämtlicher Linksideale $K_1, \ldots, K_\alpha, \ldots$ die durch minimale Linksideale erzeugt sind, und $K_\alpha \cap L=0$ genügen. Wegen $L\neq R$ und $\bar{B}=R$ ist diese Menge nicht leer. Ist $K_{\alpha_1}\subset K_{\alpha_2}\subset\ldots$ eine aufsteigende Kette solcher Linksideale und $K_0=\bigcup_{\alpha_i} K_{\alpha_i}$, dann ist $K_0$ ein Linksideal. Da aus $a\in K_0$ folgt $a\in K_{\alpha_i}$ für einen Index $\alpha_i$, deshalb ist $a$ in der Summe endlich vieler minimaler Linksideale enthalten. Folglich ist $K_0$ durch minimale Linksideale erzeugt. Ist $b\in K_0\cap L$, dann gilt für irgendeinen Index $\alpha_j$: $b\in K_{\alpha_j}\cap L=0$, d.h. $K_0\cap L=0$. Wegen des Kuratowski—Zornschen Lemmas gibt es ein durch minimale Linksideale erzeugtes Linksideal $K$, welches maximal bezüglich der Bedingung $K\cap L=0$ ist.

Die Summe $L+K$ enthält den Sockel von $R$. Sonst gibt es nämlich ein minimales Linksideal $N$ mit $N\cap(L+K)=0$; wegen der Maximalität von $K$ ist $(N+K)\cap \cap L\neq 0$, also gilt eine Gleichung $l=n+k\neq 0$ $(l\in L,\ n\in N,\ k\in K)$, d.h. $n=l-k\neq 0$. Folglich ist $N\subset L+K$ gültig, was ein Wiederspruch ist.

Deshalb ergibt sich

$$R=\bar{B}\subset\overline{L+K}=L+K$$

$R$ ist also die algebraische direkte Summe von $L$ und $K$. Da $L$ in $R$ offen ist, so ist diese direkte Summe auch topologisch.

Korollar 4. *Läßt sich in den topologisch einfachen lokal linear kompakten Ring $R$ keine gröbere Hausdorffsche Topologie einführen, dann ist $R$ in dieser Topologie linear kompakt.*

Nach Satz 2 gibt es eine Zerlegung $R=L\oplus K$. Da in $R$ und so auch in $K$ die Topologie die gröbste ist, muß $K$ die Summe endlich vieler Linksideale sein. Somit ist $K$ und auch $R$ linear kompakt.

Korollar 5. *Besitzt der topologisch einfache lokal linear kompakte Ring $R$ ein Rechtseinselement, dann ist $R$ linear kompakt.*

Wegen $R=L\oplus K$ gilt für das Rechtseinselement $e\in R$ eine Zerlegung $e=l+ +e_1+\ldots+e_n$, wo $l\in L$ ist und die Komponenten $e_1, \ldots, e_n$ in den minimalen Linksidealen $K_1,\ldots, K_n$ liegen. $e_1+\ldots+e_n$ ist ein Rechtseinselement von $K$, folglich ist $K$ durch $K_1, \ldots, K_n$ erzeugt. Damit ist $K$ und auch $R$ linear kompakt.

Nach Leptin [4], Satz 12, ist ein topologisch einfacher linear kompakter Ring voller Endomorphismenring eines Vektormoduls über einem Schiefkörper. Deshalb lassen sich die letzten zweien Ergebnisse folgenderweise fassen:

Satz 3. *Ist in dem topologisch einfachen lokal linear kompakten Ring $R$ die Topologie die gröbste, oder besitzt $R$ ein Rechtseinselement, dann ist $R$ zu einem vollen Endomorphismenring eines Vektormoduls über einem Schiefkörper isomorph.*

MATHEMATISCHES FORSCHUNGSINSTITUT,
UNGARISCHE AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN,
BUDAPEST

## Literaturverzeichnis

[1] C. Faith—Y. Utumi, On a new proof of Litoff's theorem, *Acta Math. Acad. Sci. Hung.*, **14** (1963), 369—371.
[2] N. Jacobson, *Structure of Rings* (Providence, 1956).
[3] S. Lefschetz, *Algebraic Topology* (New York, 1942).
[4] H. Leptin, Linear kompakte Moduln und Ringe, *Math. Zeitschr.*, **62** (1955), 241—267.
[5] H. Leptin, Linear kompakte Moduln und Ringe. II, *Math. Zeitschr.*, **66** (1957), 289—327.
[6] L. A. Skornjakov, Einfache lokal bikompakte Ringe, *Math. Zeitschr.*, **87** (1965), 241—251.
[7] B. L. van der Waerden, *Algebra.* II (Berlin—Göttingen—Heidelberg, 1959).
[8] D. Zelinsky, Rings with ideal nuclei, *Duke Math. J.*, **18** (1951), 431—442.

*(Eingegangen am 6. Juni 1965, in ergänzter Form am 7. Mai 1966)*