A DIALEKTIKUS MATERIALIZMUS ÉRVÉNYESÍTÉSE A FŐISKOLAI MATEMATIKA OKTATÁSBAN

Írta: BERKES JENŐ—SZÉP JENŐ

A hároméves főiskolai oktatás bevezetése, amely előreláthatóan hosszabb időn át kívánja biztosítani az általános iskola felső négy osztályában tanító tanárok képzését, elkerülhetetlenné teszi, hogy a címben említett problémával foglalkozzunk. Hogy a probléma igen időszerű, azt az is mutatja, hogy 1955. decemberében külön ankét foglalkozott az egyetemi oktatás hasonló feladatával. Jelen dolgozat, minthogy — tudomásunk szerint — első, mely a pedagógiai főiskola vonalán próbálja ezt a kérdést tárgyalni, távolról sem szándékozik ezt a kérdést kimeríteni, hanem a már kidolgozott általános elvekből kiindulva megvizsgálja, hogy azokat a pedagógiai főiskola lehetőségei között hogyan lehet a főiskola már megállapított matematika anyagának keretében érvényesíteni. Itt is csak néhány fontos kérdésben fejtjük ki véleményünket. Az említett általános elveket és megállapításokat javarészt a Magyar Tudományos Akadémia III. osztály közleménye V. kötetében megjelent »Matematika, a Nagy Szovjet Enciklopédia cikke«-ből, továbbá a Természet és Technika 1951. és 1952. kötetének A. D. Alexandrov: »A Lenini Dialektika és a Matematika« és a »A Matematikai Idealizmusról« című cikkekből vettük. Kívánatos lenne, hogy a többi pedagógiai főiskola matematikai tanszékei is gyűjtsék össze ezzel a problémakörrel kapcsolatos tapasztalataikat, hogy a jövőben legalább nagy vonalakban ezen a téren is egységesebbé tehessük oktatásunkat.

Mindenekelőtt le kell szögeznünk, hogy ebben a kérdésben a főiskola és az egyetem helyzete erősen különbözik. Ez a különbség egyrészt abban áll, hogy a főiskola kizárólag tanárokat képez, másrészt, hogy a főiskola matematika anyaga lényegesen kisebb az egyeteménél. A főiskolán a három év anyagából körülbelül másfelet olyan anyaggal kell foglalkoznunk, amely az általános iskolai felső tagozat anyagával áll szoros kapcsolatban. (Aritmetika, elemi számelmélet, az algebra elemei, elemi geometria, térmértan, stb.) Ez mindenesetre sok előnyt is rejt magában, minthogy ez az anyag kiválóan alkalmas a dialektikus gondolkodásmód, és dialektikus materializmus elveinek bemutatására a matematikán belül, a matematikának alapjaiban az anyagi világgal, a természettel való szoros kapcsolatának hangsúlyozására. Nélkülöznünk kell azonban a matematikának olyan fontos fejezeteit, mint például a differenciál- és integrálegyenletek elmélete és különösen a valószínűségszámítás (ezekből csak néhány elemi feladattal tudunk foglalkozni a főiskolán), melyek keretében a matematikának a valósághoz való viszonyával kapcsolatos igen fontos elvi kérdéseket lehet tisztázni. Számunkra azért is bír nagy jelentőséggel, hogy az általános iskola leendő tanárait ezen a vonalon igen jól képezzük ki, mert a tíz-tizennégy éves korú gyermekeknek (akikkel az általános iskolában foglalkozniok kell) világosan és helyesen tanított fogalmak és képzetek hihetetlen szívóssággal tartják magukat egy életen át.

Úgy véljük, az a helyes, ha a főiskola matematika anyagának tárgyalásánál nem támaszkodunk a hallgatók középiskolai matematikai tudására, hanem csak az ennek kapcsán szerzett matematikai (absztraháló) készségére. Ezt annál is inkább helyesnek kell tartanunk, minthogy egy matematika-szakos tanárnak tisztán kell látnia, hogy a matematika egyes elemi fejezetei a valóságból nyerhető milyen alapfogalmakra, és milyen összefüggésekre épülnek fel, márpedig erre a középiskolában természetszerűleg nem kerülhetett sor kellő fokon.

Marx és Engels a természet dialektikájáról beszél, tehát a dialektika törvényei a természetben és így az azt helyesen tükröző tudományokban is érvényesülnek és azokat az anyagi világ, a természet alapos tanulmányozása után ismerhetjük fel. Természetesen ezek az eredmények később vezérfonalat is jelentenek a további kutatásokban. Ebből következik, hogy a dialektikus materializmus elveiről csak az egyes szaktudományokba való mélyebb behatolás után tudunk meggyőzően beszélni. Tehát a matematikában is csak az ismereteknek egy bizonyos felhalmozódása után, egyes fejezetek után tisztázhatunk meggyőzően olyan kérdéseket, melyek ebbe a körbe tartoznak. Mindig vigyáznunk kell, hogy a mondottak természetesen kapcsolódjanak az anyaghoz, mert ha túl korán, vagy általában nem a kellő időben és helyesen foglalkozunk a dialektikus materializmus matematikai vonatkozásaival, akkor nem hogy célunkat nem érjük el, de talán még rosszabb, mintha nem mondtunk volna semmit. Természetesen sok mindent megtehetünk célunk érdekében az anyag tárgyalása elején vagy közben is anélkül, hogy a dialektikus materializmus elveiről szót is szólnánk. Például az alapfogalmaknak a természetből nyert absztrakciójáról, az alap-kapcsolatoknak a természetből való nyeréséről, általában a matematika és a valóság viszonyáról.

Amikor a matematikai oktatásban a dialektikus materializmus érvényesítéséről beszélünk, akkor ne csak a matematikai ismeretek nyújtására gondoljunk, hanem a matematika célkitűzésére, helyére és szerepére a valóság megismerésében, más tudományágakkal való kapcsolatára, alkalmazási lehetőségeire és korlátaira egyaránt. Ezek mind az oktatás szerves részét kell hogy képezzék.

Tisztáznunk kell a hallgatók előtt, hogy a matematika nem felépítmény jellegű tudomány, hanem olyan ismeretek és fogalmak rendszere, amelyek objektív tartalma nem függ a társadalmi formától és egy-egy társadalmi formán belül is minden osztálynak hasznára van. A matematika tételei igazak maradnak akkor is, ha azok például egy rabszolgatársadalomban jöttek létre (Euklides geometriája). A tudomány azonban nem egyszerűen azonos objektív tartalmával. A rendszerezése, az összefüggések felfogása, a tudományos ismeretek fejlődési iránya azonban feltétlenül magán hordja a társadalmi ideológia jellegét. (Pl. formalizmus, intuicionizmus.)

Lenin »A Dialektika Kérdéséhez« — című tanulmányát így kezdi: »Az egységesnek kettéhasadása és ellentmondásos részeinek megismerése a dialektikának lényege (lényegeinek egyike, fő sajátságainak vagy vonásainak egyike, ha ugyan nem legfőbbje)... Hogy a dialektika tartalmának ez az oldala helyes, azt a tudomány története alapján kell ellenőrízni. A dialektikának erre az oldalára rendszerint nem fordítanak kellő figyelmet: Az ellentétek azonosságát úgy tárgyalják, mint példák összegét ... nem pedig mint a megismerés törvényét és az objektív világ törvényét.« Majd tovább: »A fejlődés az ellentétek harca.« Ebből világosan kitűnik, hogy az ellentétek egységének és harcának törvényét a tudomány története alapján kell ellenőriznünk. Ezt a főiskolai oktatásban is elég jól tudjuk érvényesíteni. A valóságban egyes tárgyak vannak előttünk kapcsolatukban és egységükben, azaz a felosztott és az egységes, egyes tárgyak és az elszakíthatatlan kapcsolat, olyan ellentétek, melyek csak együtt léteznek és feltételezik egymást. Alexandrov említett dolgozatában így ír: »Ezen ellentétek szélső pólusait a diszkrétség és a folyamatosság jelenti, vagyis a teljes osztottság teljesen önálló elemekre és ellenkezőleg az oszthatatlanság, vagy amint nevezik, a folytonosság. Éppen ezeket a testi tartalomtól elvonatkoztatott ellentéteket vizsgálja a maguk tiszta formájában a matematika, amely ezeknél az ellentéteknél kezdődik.« Majd később: »... az egész szám a tiszta diszkrétség absztrakciója, vagyis általános formában vett diszkrétség ... Az egész számokról szóló tan — az aritmetika — a matematika első fejezete, az első mind történeti keletkezését, mind logikai fejlődését tekintve. Tehát a matematikának első kiinduló pontja a diszkrétség. A másik matematikai tudomány, amelynek keletkezése szintén a távoli évszázadokba nyúlik vissza, a geometria. A geometriai alakzat amint az képzeletünkben él, a tiszta folytonosságnak a képe. Ez a kép a történelem évezredes gyakorlata alapján fokozatosan alakult ki. A legegyszerűbb alakzat — az egyenes vonaldarab — voltaképen reális vonaldarabok, reális tárgyak absztrakciója.«

Az elmondottakból világos, hogy a dialektikus materializmus oktatásának szellemében járunk el, ha a főiskolai matematikai oktatást is az említett két fejezettel kezdjük. Az ellentétek harcának bemutatásához — véleményünk szerint — igen fontos, hogy a kiindulópontot képező két fejezet, az aritmetika és az elemi geometria az oktatásban szétváljanak. *Hogy összefüggésekre rá tudjunk mutatni, ahhoz a dolgokat előbb szét kell választanunk.* Természetesen erre nem azért van szükségünk, mintha azt akarnók vele megmutatni, hogy a matematika eme fejezetei minden kapcsolat nélkül állanak (hiszen például alapjaiban a természet kapcsolja össze őket, felsőbb fokon pedig a geometriai és algebrai problémák, eredmények gyakran összefolynak és nehezen választhatók el egymástól), hanem azért, hogy a hallgatók előtt tisztán álljon, hogy mind az aritmetikában, mind a geometriában milyen alapfogalmakat és alapkapcsolatokat nyertünk természetből absztrakció útján, melyekre az említett két fejezet épül. Ugyanígy hangsúlyoznunk kell, hogy az említett alapfogalmak és kapcsolatok a valóságot tükrözik, és az ezekből a logika törvényeivel (amely törvényeket szintén a tapasztalatból, a gondolkodás területén szerzett tapasztalatokból absztrahálta az emberiség és amelyeket a mindennapi tapasztalat évezredek óta igazolt) nyert eredmények is szükségképen a valóságot tükrözik. Természetesen ez a megállapítás nem vonatkozik pl. egy olyan ugyancsak a logika törvényeivel felépített rendszerré, amely rendszer alapfogalmai és alapkapcsolatai nem a valóságból nőttek ki (ha ilyen egyáltalán létezik).

Kényes kérdés szokott lenni az, hogy az irracionális szám hogyan tükrözi a valóságot, midőn a természetben olyan mérés nem fordulhat elő, melynek eredménye egy végtelen tizedestört. »Matematika, a Nagy Szovjet Enciklopédia cikke«-ben ezt olvassuk: »Az irracionális szám azon bonyolultabb matematikai absztrakciók közé tartozik, amelyek a természetes számmal kapcsolatos fogalmaktól eltérőleg nem gyökereznek szilárdan a tudományos fokot még el nem érő általános emberi tapasztalatban.« Ezt a megállapítást alátámasztja az a tapasztalat, hogy hallgatóink nagy része előtt nehezen tisztázódik ez a fogalom. De nem is kell az irracionális számig elmenni, már a természetes számoknál is találunk olyan jelenséget, melyre vonatkozik a fenti megállapítás. Ugyanis mint mondjuk, a természetes számokat az ember a természetben található halmazokból vonatkoztatja el, amely állításunk nyilván csak a viszonylag kevés elemet tartalmazó halmazokra vonatkozhatik. Hiszen például olyan halmazt, amelyben az elemek száma 10^{100}, még senki sem tapasztalhatott. Ez a nagy szám egy kellő tudományos fokot el nem érő ember számára semmivel sem mond többet, mint hogy »nagyon sok«. Ebből látható, hogy már a természetes szám fogalmának megértése többet kíván, mint pusztán annak felismerését, hogy a természetben előforduló halmazoknak valamilyen közös sajátságát fejezi ki a természetes szám. Mindamellett senki nem kételkedik abban hogy az említett nagy szám éppúgy a valóságot tükrözi, mint például a nyolcas szám. Hogy ez valóban így van, arra elegendő felhozni azt, hogy milyen nevetségesen hangzana, ha azt mondanók, hogy a természetes számok eddig és eddig a valóságot tükrözik, azontúl nem. Az irracionális szám esetében le kell szögeznünk a következőket: Az egyenes a valóságot tükrözi. Egy egyenes darabon egy másik egyenes darabbal való mérés végzése ugyancsak a valóságot tükrözi. (Hiszen a gyakorlatban is végzünk méréseket.) Ezen mérési eljárásnak a gyakorlatban véghezvihető mérési eljárásoktól az a lényeges eltérése, hogy a gyakorlatban véghezvihető mérési processzus a mérőeszközök pontatlansága, de végső fokon az anyag molekuláris szerkezete miatt véges-számú lépésben vége szakad, addig az absztrakt geometriai egyenesen ez nem szükségképen történik így. (Például ha a derékszögű egyenlőszárú háromszög átfogóját mérjük a befogóval.) Ennek oka a geometriai egyenes »folytonosság«-ában keresendő. Természetesen ettől függetlenül az absztrakt geometriai egyenesen is kénytelenek vagyunk a mérési processzust abbahagyni, de ezt abban a tudatban tesszük, hogy bármeddig folytatni lehetne és kellene, ennek az egyenes »szerkezete« nem vetne gátat. Alexandrov említett cikkében a folytonosságról ezt írja: »A folytonosság fogalma bonyolultabb az egész számról alkotott fogalomnál, éppen úgy, mint a dolgok kapcsolatáról való képzet bonyolultabb az egyes dolgokról alkotott képzetnél.« Minthogy az említett példában éppen az egyenes folytonossága az oka a végtelen mérési processzus lehetőségének, továbbá, minthogy az egyenes és a mérési eljárás a valóságot tükrözi, így az irracionális szám nem kevésbé tükrözi a valóságot, mint az egyenes azt, amiből őt absztrahálással nyertük.

Az elemi geometria oktatásában nem gondolunk a szigorúan vett axiomatikus tárgyalásra (mint például D. Hilbert: Grundlagen der Geometrie című könyvében). Igen fontos azonban a párhuzamossági axioma szerepének tisztázása. Bolyai és Lobacsevszkij vizsgálatai óta az a helyes eljárás, ha előbb letárgyaljuk az elemi geometria azon alapvető tételeit, melyekhez nem szükséges a párhuzamossági axioma (például a háromszög egybevágósági eseteit) és csak azután térünk rá a párhuzamossági axiomára és ennek következményeire. Ezen a területen kényes kérdés szokott lenni a geometriáknak (Euklides-féle, Bolyai—Lobacsevszkij-féle és Riemann-féle) a valósághoz való viszonya. Felmerül ugyanis a hallgatókban a kérdés, melyik tükrözi a valóságot és akkor mi a jelentősége a többinek. Ma már tisztázott dolog, hogy önmagában logikailag mindhárom geometria egyenlő értékű. Ha azt akarjuk eldönteni, hogy melyik tükrözi a természetet, akkor ehhez pontosan meg kell adnunk, hogy a természetben mit fogunk egyenesen érteni, a természetben az egyenest hogyan állítjuk elő, (a geometriában ugyanis épp az axiomák [(a párhuzamossági axiomával együtt)] kívánnánk implicite az egyenest definiálni). A legtermészetesebb, hogy a fénysugár útját (bizonyos körülmények között) fogjuk egyenesnek választani, de ezzel máris elköteleztük magunkat valamelyik geometria mellett. A kérdés most már tehát csak az, hogy a fénysugár útját választva egyenesnek, ez melyik geometria egyenesének felel meg. Ezzel kapcsolatban történtek már mérések, de eredmény nélkül. Már maga Lobacsovszkij is megkísérelte, hogy egy csillagászati háromszög szögösszegét kimérje. A mérőeszközök pontatlansága és egyéb fizikai okoknál fogva még nem sikerült kimutatni, hogy a természetben a háromszög szögösszege nagyobb, kisebb, vagy éppen egyenlő 180°-kal. Földi méretekben a 180°-tól való eltérés (még ha van is) annyira jelentéktelen, hogy gyakorlatilag szóba sem jön, és így észszerűtlen lenne nem az euklidesi geometriát, mint számunkra a legegyszerűbbet használni.

Mint már említettük — véleményünk szerint —, célunknak az felel meg jól, ha az aritmetikát és geometriát teljesen elválasztva, önállóan vezetjük be. Nem volna helyes tehát e két fejezet olyan oktatása, amely minden egyes aritmetikai megállapítás mellé azonnal geometriai interpretációt fűz, azt gondolván, hogy ezzel a matematika egységét hangsúlyozza. Ez a dolgok összezavarásához és az ellentétek harca nagyszerű példájának elhomályosításához vezetne. A hallgatóknak az aritmetika eredményeit geometria nélkül, a geometria eredményeit aritmetika nélkül kell tudnia megérteni, ellenkező esetben ugyanis nem áll tisztán a hallgatók előtt, hogy az aritmetika (ill. geometria) tételeinek indokolásához szükség van-e geometriai (ill. aritmetikai) meggondolásokra. Ez pedig könnyen éppen e két fejezet felépítésének elködösítéséhez vezetne. Mindezektől eltekintve a tanárképzés szempontjából — véleményünk szerint — fontos, hogy a hallgatók egy-egy fejezet axiomatikus, vagy legalább is megközelítően axiomatikus felpítését is lássák. Már pedig erre a célra éppen az elemi geometria és az aritmetika jöhet leginkább szóba.

Szólanunk kell még a dialektika mennyiségnek — minőségbe való átcsapásának törvényéről. Véleményünk szerint ennek a törvénynek a matematikában való alkalmazásánál óvatosnak kell lenni. Ugyanis némely esetben eléggé világosan látszik, hogy a mennyiségi változások bizonyos határnál minőségi változásokat hoznak létre. Sok esetben azonban a kérdés nem olyan egyszerű. Például egy esetben megkérdezték tőlünk, hogy a négyzet és a téglalap minőségileg mások-e? A kör és az elipszis minőségileg mások-e? A nehézség oka abban keresendő, hogy míg a társadalomtudományokban a minőségről való jelenlegi fogalmunk elegendőnek bizonyult adott esetben a kérdés eldöntéséhez, addig a matematikában ezt a fogalmat sokkal jobban meg kellene határoznunk. Minden esetre óvakodjunk az erőszakolt példáktól, ezek nem vezetnek célhoz.

Az ellentétek egységének elvére már az elemi geometrián belül is több helyen fel tudjuk hívni a figyelmet. Például mikor bizonyítani akarjuk, hogy a háromszög súlypontjai egy ponton mennek keresztül, akkor ezt egyetlen háromszögön bizonyítjuk. Ha most könnyen átlátható, hogy semmit sem használunk ki, ami a felrajzolt háromszög egyedi tulajdonsága, akkor a bizonyítás általános érvényű. (Különösen ügyelni kell arra, hogy tompaszögű háromszögre általában mások az ábra viszonyai.) Természetesen az axiomatikus módszernél ilyen problémák nem állanak elő, de ez a főiskolai oktatásban nem vihető teljesen keresztül. Több példát itt nem akarunk megemlíteni, mert különösen algebrai példákat Alexits—Fenyő: »Matematika és Dialektikus Materializmus« című könyvében bőven találunk. Hangsúlyoznunk kell azonban, hogy ne képezze célunkat a dialektika egyes kiragadott törvényeivel kapcsolatban minél több matematikai példa bemutatása. *Nekünk a dialektikus gondolkodásmódot kell érvényesítenünk és erre is kell nevelnünk.*

Az aritmetika és az elemi geometria után egyre több új fogalommal és ezek közötti relációval imerkednek meg a hallgatók. Ezek a fogalmak már nem mind közvetlenül a természetből kerültek be a matematikába absztrakció útján, hanem a korábbi fogalmakra és eredményekre épültek. Általában a matematika keretein belül, ahogy az az utóbbi száz év alatt erősen kibontokozott, már a legabsztraktabb fogalmakkal dolgoznak, anélkül, hogy a tapasztalat közvetlen segítségére támaszkodnának. Így tehát ezeknek az eredményeknek a gyakorlattal való kapcsolata erősen közvetett. Minthogy már a matematika alapfogalmai sem azonosak a valósággal, hanem azt csak bizonyos absztrakt értelemben tükrözik, így az újabb és újabb fogalomalkotások és az ezek közötti relációk a valóságtól való egyre nagyobb távolodás veszélyét rejtik magukban abban az értelemben, hogy az eredményeket nem tudjuk a valóságra visszavetíteni. És éppen itt kell, hogy a szocialista társadalom ideológiája betöltse fontos szerepét. Magunkévá kell tennünk Leninnek a megismerés útjára vonatkozó tételét: »A konkrét szemlélettől az elvont gondolkodásig és innen a gyakorlatig ez az igazság megkeresésének az objektív valóság megismerésének dialektikus útja.« Ez azt jelenti számunkra, hogy az oktatásban is időről időre meg kell mutatnunk, hogy eredményeink hol és hogyan tükrözik a valóságot. Az oktatásban gyakran kiemelhetjük a Hankel-féle nagyjelentőségű elvet, mely biztosítja, bár a célja nem ez, hogy az általánosítások esetében, legalább is hirtelen nem szakadhatunk el a valóságtól. A matematika egész oktatása során, ahol csak lehet, rá kell mutatnunk, hogy a matematika mekkora szerepet játszik a fizika tudományában, sőt ezen túlmenően lényegében matematikai módszerekkel fizikai eredményeket is nyerhetünk, természetesen ezeket kísérletekkel minden esetben ellenőrízni kell, mert a matematikai konstrukciók bizonyos esetekben kivezetnek a (fizikai) fogalomkörből, melyből elindultunk. Ez már igen elemi példákon is bemutatható. (Például: mikor egy másodfokú egyenletnek csak az egyik gyöke adja a probléma megoldását, mit jelent akkor a másik?) Rámutathatunk, hogy a fizika előrehaladásával egyre több és több szerepe lesz a matematikának, sőt a quantumfizikában már nyomasztó is kissé a matematikai apparátus szerepe. Vannak matematikai konstrukciók, melyeknek pillanatnyilag semmi gyakorlati alkalmazásuk nincs. Vajon ezek mind teljesen meddők lennének?

V. I. Lenin: »Materializmus és Empiriokriticizmus« című művéből idézünk itt: »Nem szabad elfelejteni, hogy a gyakorlat kritériuma a dolog lényegénél fogva sohasem erősíthet vagy cáfolhat meg teljesen semmiféle emberi képzeletet. Ez a kritérium is eléggé határozatlan ahhoz, hogy megakadályozza az ember tudásának abszolutummá való átalakulását, de ugyanakkor eléggé határozott ahhoz, hogy könyörtelen harcot folytathassunk az idealizmus és agnoszticizmus minden vállfaja ellen.« majd Alexandrov említett cikkében: »...nem lehet megkövetelni, hogy valamely elméletnek minden egyes tétele közvetlen gyakorlati alkalmazásra találjon. Az elméletet általában mint egészet vizsgáljuk és az egyes tételeknek azon elmélet rendszerében kell igazolást találniok, amelybe azok tartoznak.« Gyakran éppen valamely közvetlenül a valóság megismerését célzó matematikai elmélet kiépítéséhez kell előkészületül olyan fogalmak rendszerével foglalkozni, vagy ilyeneket kiépíteni, melyeknek a valósághoz való viszonya nem, vagy csak alig ismerhető fel. Joos híres megállapítása szerint: A ma fizikája a holnap technikája. Ehhez hozzátehetjük, hogy a ma matematikája a holnap fizikájának válhat részévé. Talán néhány példa jobban megvilágíthatja a kérdést: A mátrixszámítás régen megvolt, mikor a quantumtechnikára jól alkalmazhatóvá vált, vagy: a matematikai logikával már régen foglalkoztak, mikor ez a számológépeknél felhasználásra került, vagy: a matematikán belül a halmazelméletben már igen komoly eredményeket értek el, mikor ez a valószínűségszámításban Kolmogorov által igen fontos szerephez jutott. Természetesen a mondottak fordítva is állanak. A gyakorlat sokszor ad problémát a fizikának, a fizika pedig a matematikának. Erre számtalan példa ismeretes. Mindezek fényesen hirdetik a dialektikus materializmus igazságát, nevezetesen az elmélet és a gyakorlat millió és millió szállal átszőtt kapcsolatát. El kell ítélni minden olyan nézetet, mely e kettő merev szétválasztását célozza.

Ennél a pontnál nem hagyhatjuk szó nélkül a gyakorlati feladatok kérdését sem. A feladatok között lehet és legyen is sok, mely konkrét gyakorlati problémából indul ki. Természetesen begyakorlásul sok más a gyakorlattól távolabb álló, kizárólag a matematikai készséget fejlesztő feladatokat is kell megoldanunk, mert elegendő számú és fajtájú, a gyakorlattal szorosan összefüggő feladat sajnos nem minden területen áll rendelkezésünkre. Ügyeljünk azonban arra, hogy az előadott anyag egyetlen fejezete se álljon úgy a hallgató előtt, mintha annak a gyakorlattal semmi kapcsolata sem lenne.

A harmadik évfolyam második félévében több hetet tudunk fordítani a halmazelmélet elemeinek ismertetésére, továbbá a matematikának a főiskola anyagával kapcsolatos fejezeteinek történetére. A halmazelmélet elemeiben foglalkoznunk kell a matematikának a század elején mutatkozó »válságával«, melynek közvetlen okai azok az elméleti nehézségek voltak, amelyek a messzemenő absztrakció keletkezésével kapcsolatban különösen a végtelen halmazok elméletének terén léptek fel és amelynek következtében a matematikusok között mélyreható nézeteltérés keletkezett a matematikai következtetések értelmére és jelentésére nézve. A főiskolán a két és féléves oktatási anyag ismeretében már lehetőség nyílik arra, hogy a Hilbertre hivatkozó formalizmus és a Brouwer-féle intuicionizmus nevezetű burzsoá matematikai irányokkal foglalkozzunk. Alexandrovnak említett cikke alapján világosan bemutathatjuk, hogy ezek az irányok mennyire nem felelnek meg a szocialista tudománnyal szemben támasztott követelményeknek és hogy az ilyen irányú törekvések mennyire zsákutcába vezetnék a matematikát. A matematika történetével foglalkozó anyag keretében jól bemutathatjuk a tanult főiskolai anyagon keresztül például az ellentétek harcának végigvonulását, speciálisan a már említett diszkrétség és folytonosság ellentétét. Úgy véljük, hogy ezekkel a kérdésekkel átfogóan és behatóbban kizárólag a főiskolai hároméves képzés eme utolsó félévében foglalkozhatunk, minthogy ebben az időszakban gyűlt már össze annyi anyag, amelyen a »természet dialektikája«-nak egy oldalát bemutathatjuk. Az említett halmazelméleti problémával kapcsolatban, továbbá a matematika történetével kapcsolatban a dialektikus materializmus megállapításai matematikai alkalmazásainak tárgyalása természetesen áll elő.

Az elmondottakban röviden és általánosan, de a főiskolai oktatásra vonatkoztatva mutattunk rá azokra a lehetőségekre, melyekben a dialektikus materializmus elveinek matematikai alkalmazásait ismertethetjük. Nem volt és nem is lehetett célunk, hogy ezt a kérdést kimerítően tárgyaljuk, hiszen ez a dolgozat főiskolai vonatkozásban úttörő jellegű és a főiskolák több éves tapasztalatára lesz még szükség, hogy célunkat jól megközelíthessük.

Mint már említettük, kívánatos lenne, ha a többi főiskola matematikai tanszékei is bekapcsolódnának ebbe a munkába, cikkekben foglalkoznának ezekkel a kérdésekkel, megírnák tapasztalataikat. Befejezésül megemlítünk néhány problémát, amelyeknek kidolgozása elősegítené munkánkat.

1. A matematika története néhány fontosabb fejezetének feldolgozása marxista szempontból.

2. A számfogalom és a valóság viszonya (természetes szám, negatív szám, törtszám, irracionális szám, komplex szám).

3. Marx és Engels matematikai vonatkozású gondolatai.

4. A függvényfogalom fejlődése a történelem folyamán és az oktatásban (az általános iskolától az egyetemig).

5. A térfogalom kialakulása a tapasztalatból (a történelem folyamán és az ember élete folyamán).