A LINEÁRIS PROGRAMOZÁS ÉS A KOMPUTER NÉHÁNY ALKALMAZÁSA AZ ÉLELMISZERIPARBAN

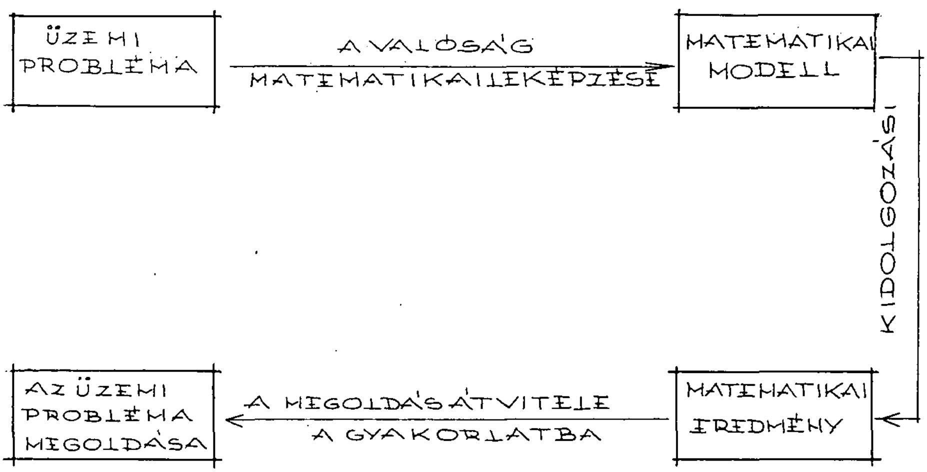
DÉNES ISTVÁNNÉ*

A komputerek alkalmazása a gazdasági élet és a tudomány igen sok területén már általános és hatalmas hasznot, megtakarítást eredményez. Általánosan alkalmazzák a számítógépeket egész gyárak munkájának irányítására is. Az irányítás azonban *döntések* véghezvitelét jelenti. Mondhatjuk tehát, hogy a vezetési munka egyik leglényegesebb összetevője a döntés.

A döntés fázisai:

— a döntés szükségességének felismerése, a probléma megfogalmazása,
— cselekvési lehetőségek, változatok meghatározása,
— a tényleges döntés.

A döntéshez szükséges ismérvek kiválasztásához nagyszámú, különböző hatótényezőt kell figyelembe venni. Ilyen igény fellépése hozta létre és rohamosan fejleszti az *operációkutatást* (Operations Research). Az operációkutatás tehát olyan tudományos módszernek tekinthető, „amely a vállalat vezetőjének olyan mennyiségű



1. ábra. Üzemi probléma megoldásának folyamatábrája

* Matematika Tanszék

alapadatokat ad kézhez, melyeket tájékoztatásul használhat az irányítás alatt álló gazdasági folyamatokkal kapcsolatos döntéseknél." (Morse)

Azoknál a műszaki gazdasági problémáknál — és e problémák nagy része ilyen — ahol a kvantitatív jelleg dominál, a mennyiségi összefüggések matematikai vagy logikai szimbólumokkal kifejezhetők, így jutunk a probléma *matematikai modelljéhez.* Számos, különböző tartalmú problémának lehet hasonló az alakja, vagyis ugyanaz a matematikai modellje. A modell megtöltése a gyakorlat adataival, az előírt műveletek elvégzése a probléma számszerű megoldásához vezet.

Az elmondottakat szemlélteti az 1. ábra.

Az operációkutatási feladatok megoldásánál alkalmazott matematikai modellek egyik jelentős csoportját a lineáris modellek alkotják. Ezek elméleti alapját a lineáris algebra képezi, gyakorlati megoldásuk pedig a lineáris *programozás körébe* tartozik.

A lineáris programozás esetében mindig valamely lineáris kifejezés (célfüggvény) minimumát vagy maximumát keressük, lineáris egyenlőtlenségekkel (és egyenletekkel) megadható korlátozó feltételek mellett.

Tekintsünk a következőkben néhány olyan élelmiszeripari problémát, melyek matematikai modelljének megoldása a lineáris programozás körébe tartozik. A megoldásra itt nincs mód kitérni, ez már általában komputer feladata, melynek használata különösen akkor kifizetődő, ha többször, különböző adatokkal kell ugyanazt a matematikai modellt megoldani.

Egy konzervgyár vezetője munkája során azzal a problémával találkozik, hogy a gyár édesüzemének optimális termékösszetételét kell meghatározni egy adott időszakra olyan módon, hogy a nyereség maximális legyen.

Az adott időszakban az alábbi termékek gyártására kerülhet sor:

I.	meggybefőtt	5/1 üvegben,
II.	meggyjam	1/1 üvegben,
II.	málnabefőtt	1/1 dobozban,
IV.	málnajam	1/2 üvegben.

A termékek 1000 darabonkénti nyeresége 1000 Ft-ban rendre 6; 1; 2; 1.

Az üzemben levő gépek és berendezések kapacitásai órában kifejezve a következők:

A	szártépőgép	24 óra,
B	dobozzárógép	24 óra,
C	üvegzárógép	73 óra,
D	magozógép	24 óra,
E	sterilizáló kádak	96 óra,
F	duplikátorok	240 óra,
G	evakuálók	120 óra.

Mivel a gyakorlat azt mutatta, hogy az üzem termelési kapacitása szempontjából a duplikátorok és evakuálók soha nem jelentettek szűk keresztmetszetet, azért a modell alkotásánál — alkalmazva az operációkutatás egyik alapelvét, mely szerint a modellek az ábrázolt valóságnak csak a vizsgált cél szempontjából lényeges vonásait tartalmazzák — ezeket a kapacitás adatokat figyelmen kívül hagyjuk.

A feladat megoldásához ismerni kell még, hogy az egyes termékek egy egységének előállításához az egyes erőforrásokból (erőforrás lehet gépi kapacitás, alap- és segédanyag, energiaforrás, munkaerő stb.) hány egység szükséges. Ezek az adatok az egyes termékek *technikai koefficiensei.*

A feladat szempontjából fontosak az alábbi táblázatban összefoglalt adatok:

1. TÁBLÁZAT

Erőforrás	Termékek technikai koefficiensei I.	II.	III.	IV.	Kapacitás
A	8	1	0	0	24
B	0	0	1	0	24
C	3	2	0	1	72
D	0	2	0	0	24
E	4	2	1	1	96
Hozam	6	1	2	1	—

Alkossuk meg a matematikai modellt a gyakorlat adataival. Ez egy lineáris modell lesz.

Jelölje x_1, x_2, x_3, x_4, hogy az egyes termékekből hány ezer db gyártandó naponként. Ezekre igaz, hogy

$$x_1, x_2, x_3, x_4, \geqq 0.$$

Mivel az erőforrások felhasználása arányos a termelés mennyiségével a táblázatbeli feltételek az alábbi egyenlőtlenségekkel fejezhetők ki:

$$\begin{aligned}
8x_1 + x_2 + &\leqq 24,\\
x_3 &\leqq 24,\\
3x_1 + 2x_2 + x_4 &\leqq 72,\\
2x_2 &\leqq 24,\\
4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 &\leqq 96.
\end{aligned}$$

Továbbá az elérhető nyereség arányos az egyes termékekből előállítható mennyiségekkel, így a célfüggvényünk most:

$$z = 6x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 \to \max.$$

A megoldandó feladat most egy ún. *normál feladat.* Bármely lineáris programozási feladat visszavezethető erre az esetre. A megoldás *szimplex módszerrel* történik (itt nem részletezett módon).

Optimális programként nyerjük a következőt:

az 5/l üveges meggybefőttből	3 000 db-ot,
az 1/l üveges meggyjamből	0 db-ot,
az 1/2 dobozos málnabefőttből	24 000 db-ot,
az 1 /2 üveges málnajamből	60 000 db-ot

kell előállítani, hogy a nyereség maximális legyen. A maximális nyereség a célfüggvényből számítható: $z = 126$ ezer Ft.

Mivel az optimális programban az x_2 termék (a meggyjam) nem szerepelt, holott a vásárlók azt is igénylik, ugyanakkor biztosítani akarjuk, hogy a kedvelt málnajamből (x_4) továbbra is legalább 30 000 db készüljön naponta, tegyük az alábbi korlátozó kikötéseket a fenti feltételek kiegészítéseként

$$x_2 = 10,$$

$$x_4 \geqq 30,$$

ahol az $x_2 = 10$ feltétel azt fejezi ki, hogy meggyjamből naponta pontosan 10 000 db készüljön.

Az így kiegészült feladat egy *általánosított normál feladat*, szintén szimplex módszerrel oldható meg.

Most az optimális program:

$$x_1 = \frac{7}{4}, \quad x_2 = 10, \quad x_3 = 24, \quad x_4 = 45, \quad z = 113{,}5.$$

A módosított feltételek mellett elérhető maximális napi nyereség 113 500 Ft, tehát 12 500 Ft-al alacsonyab,b mint az előző esetben volt. Ennyibe került a vállalatnak a külön korlátozó feltételek teljesítése.

Az optimális termékösszetétel kiválasztásánál nem minden esetben a maximális vállalati nyereség a döntő szempont.

További szempontok lehetnek a termékösszetétel meghatározásánál a fenti esetben:

— a termelés mennyiségének maximalizálása,
— a termelés értékének maximalizálása,
— a termelékenység maximalizálása,
— maximális értéket képviselő gyümölcs nyersanyag feldolgozása,
— a felhasznált gyümölcs mennyiségének maximalizálása,
— a vállalati önköltség minimalizálása stb.

A következőkben állítsuk fel az alábbi húsipari probléma matematikai modelljét.

Egy húsüzem kenőmájas, virsli, főzőkolbász és nyári szalámi előállítására alkalmas „automata vonal”-akkal rendelkezik (mosó-, válogató-, főző-, adagoló-, vágó-, keverő-, töltő-, főző-, hűtőegységek vonala). Az egyes termékek 1 kg-jának nyersanyagigénye az alábbi:

2. TÁBLÁZAT

	Kenőmájas	Virsli	Főzőkolbász	Szalámi
Sertéshús	0,3	0,5	0,4	0,7
Máj	0,5	0	0	0
Marhahús	0	0,4	0,5	0
Szalonna	0,4	0,2	0,3	0,6

Az egyes vonalak napi kapacitása sorrendben 5000 kg, 2000 kg, 8000 kg és 15 000 kg (*a*). A nyersanyagok napi ellátmánya a vágóhídról korlátozott. Kaphatunk 12 t sertéshúst, 2500 kg májat, 14 t marhahúst és 20 q szalonnát (*b*). A kereskedelem napi igénye a késztermékekből, bizonyos határok között adott: kenőmájasból 2—5 tonna, virsliből 1,5—2 tonna, főzőkolbászból 4—6 tonna és szalámiból 10—20 tonna (*c*).

Határozzuk meg azt a gyártási programot, mely az adott feltételek mellett maximális súlyú késztermék kibocsátást biztosít.

Jelölje x_1, x_2, x_3, x_4 az egyes gyártandó termékek mennyiségét kg-ban. Akkor (*a*) és (*c*) feltételek miatt:

$$2\,000 \leqq x_1 \leqq 5\,000,$$
$$1\,500 \leqq x_2 \leqq 2\,000,$$
$$4\,000 \leqq x_3 \leqq 6\,000,$$
$$10\,000 \leqq x_4 \leqq 15\,000.$$

A nyersanyag korlátozottsága miatt (*b*) pedig:

$$\begin{aligned}
0{,}3x_1+0{,}5x_2+0{,}4x_3+0{,}7x_4 &\leqq 12\,000,\\
0{,}5x_1 \qquad\qquad\qquad\qquad &\leqq 25\,000.\\
0{,}4x_2+0{,}5x_3 \qquad\quad &\leqq 14\,000,\\
0{,}4x_1+0{,}2x_2+0{,}3x_3+0{,}6x_4 &\leqq 2\,000.
\end{aligned}$$

egyenlőtlenségeknek kell teljesülni úgy, hogy

$$z = x_1+x_2+x_3+x_4 \to \text{max legyen.}$$

A megoldás a kétoldali korlátokra vonatkozók figyelembevétele után itt is szimplex módszerrel történhet.

Szintén a lineáris programozás körébe tartoznak az ún. *szállítási feladatok.* Ezek esetében bizonyos mennyiségű homogén termékkel rendelkező *telephelyekről* ($T_1, T_2, \ldots$) kell a terméket bizonyos igényű *felvevőhelyekre* ($F_1, F_2, \ldots$) szállítani, úgy, hogy a szállítási összköltség vagy a tonna-kilométerek száma minimális legyen.

A megfelelő matematikai modell megoldása történhet szimplex módszerrel vagy az egyszerűbb *disztribúciós módszerrel,* melynek lényege, hogy megadunk egy lehetséges megoldást pl. a mátrix minimuma vagy a Vogel—Korda-módszerrel és azt javítjuk, míg eljutunk az optimálishoz.

A könnyebb áttekinthetőség miatt tekintsük az alábbi egyszerű szállítási problémát.

Ha két gazdaságban napi 50 és 30 t zöldborsót szednek, melyet három konzervgyár vásárol fel napi 20, 20 és 40 tonnás feldolgozóképességének megfelelően, hogyan kell a borsó gépkocsival való szállítását megszervezni, hogy a szállítási összköltség minimális legyen, ha a szállítási távolságok km-ben:

3. TÁBLÁZAT

Telephelyek \ Felvevőhelyek	F_1	F_2	F_3
T_1	50	20	40
T_2	10	80	60

és a szállítási tarifa 10 Ft tonnánként és kilométerenként (azaz 10 Ft/tkm).

Ha x_{ij} jelöli az i-edik telephelyről a j-edik felvevőhelyre szállított zöldborsó mennyiségét, ehhez az optimalizálási feladathoz tartozó matematikai modell a következő:

$$x_{ij} \geqq 0 \quad i=1,2 \quad j=1,2,3,$$

$$x_{11}+x_{12}+x_{13} = 50,$$

$$x_{21}+x_{22}+x_{23} = 30,$$

$$x_{11}+x_{21} = 20,$$

$$x_{12}+x_{22} = 20,$$

$$x_{13}+x_{23} = 40,$$

$$z = 500x_{11}+200x_{12}+400x_{13}+100x_{21}+800x_{22}+600x_{23} \rightarrow \min,$$

ahol 500, 200, ... a költségelemek.

A feladat disztribúciós táblája az optimális megoldással:

4. TÁBLÁZAT

	20	20	40
50	500	200 20	400 30
30	100 20	800	600 10

Ellenőrizhető, hogy ennél a szállításnál lesz minimális a szállítási költség:

$$200 \cdot 20+400 \cdot 30+100 \cdot 20+600 \cdot 10 = 24\,000 \text{ Ft}.$$

A fenti disztribúciós tábla felírásánál lényeges volt, hogy a telephelyek összes termékmennyisége megegyezett a felvevőhelyek együttes igényével, azaz

$$50+30 = 20+20+40 = 80.$$

Ha ez az egyenlőség nem teljesül a táblázatba *fiktív telephelyet* ill. *fiktív felvevőhelyet* kell beiktatni és mivel az ide vagy innen való szállítások pénzbe nem kerülhetnek, nulla költségelemekkel. Pl. ha a felvevők igénye mindössze 20, 20 és 10 tonna lenne, a disztribúciós tábla:

5. TÁBLÁZAT

	20	20	10	30
50	300	200	400	0
30	100	800	600	0

A szállítási feladatoknál gyakran fordul elő olyan probléma, hogy valamely feladó valamely megrendelőnek nem szállíthat (természeti-, műszaki stb. akadályok). Ilyenkor a megfelelő viszonylatok szállítási költségét végtelen nagynak tekintjük és M-el jelöljük (tiltótarifák).

Kétfokozatú szállítási problémáról akkor beszélünk, ha a telephelyekről először adott kapacitású raktárakba, majd onnan a felvevőhelyekre történik a szállítás.

A fenti példák is mutatják, hogy a programozás és a komputerek legmegfelelőbb és jelenleg legreálisabb élelmiszeripari alkalmazása a termelés—és piactervezésben rejlik. A megfelelően elkészített — a mennyiséget és a választékot tartalmazó — termelési terv lehetővé teszi az üzemek termelési kapacitásának jobb kihasználását, a szezonjelleg hatásainak csökkentését, a raktárfelület, az energiafajták egységnyi késztermékre jutó felhasználásának redukálását.

A programozás és a komputerek alkalmazása az élelmiszeripari termelés- és a minőségellenőrzésében kevésbé célszerű. E célból először a minőségi jellemzők folyamatos műszeres mérését kell kifejleszteni, valamint pontosan meg kell ismerni a technológiai folyamatok és a késztermék minőségi jellemzői közötti összefüggéseket, és csak akkor válik lehetővé az élelmiszeirparban is magának a termelési folyamatoknak a számítógépes ellenőrzése.

IRODALOM

1. *Balthazár I.—Kindler J.:* A matematikai programozás lehetőségei az élelmiszeriparban. Kézirat (Bp., 1963.)
2. *Varga J.:* Gyakorlati programozás, Tankönyvkiadó, Bp., 1972.
3. A gyakorlati gazdaságmatematika. Élelmiszeripari Ipargazdasági és Üzemszervezési Intézet (Bp. 1964.)
4. *Piotr, P. L.:* Maszyny matematyczne w technologii żywności Przemyse Spożywczy 9. 25. Warsawa (1971.)

SOME APPLICATIONS OF LINEAR PROGRAMMING AND THE COMPUTER IN THE FOOD INDSUTRY

G. Dénes

Industrial decisions are promoted by operational research and, in technical economic problems of a quantitative nature, by a mathematical description of reality: the mathematical model.

The application of linear programming and the computer in the food industry is seen via one conserve and meat industry production-planning and one delivery optimization, which at the same time shows the most frequent area of application in the food industry.

Application in food industry production and quality control has not yet been solved.

DIE LINEARE PROGRAMMIERUNG UND EINIGE ANWENDUNGEN DES KOMPUTERS IN DER LEBENSMITTELINDUSTRIE

G. Dénes

Die Entscheidung des Unternehmens wird gefördert durch die Operationsforschungen und bei quantitativ-technisch-wirtschaftlichen Problemen durch die mathematische Abbildung der Wirklichkeit, das mathematische Modell.

Die lebensmittelindustrielle Anwendung der linearen Programmierung und der Komputer wird anhand einer Konserven- und Fleischwarenindustriellen Produktionsplanung und der Optimalisierung eines Transports vorgeführt, welche gleichzeitig auch das häufigste Anwendungsgebiet in der Lebensmittelindustrie darstellen.

In der lebensmittelindustriellen Produktions- und Qualitätskontrolle ist die Anwendung noch nicht gelöst.

ПРИМЕНЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ КОМПЬЮТЕРА В ПИЩЕВОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ

И. Динеш

При исследовании операций и решении технических экономических проблем квантативного характера на помощь производственным решениям приходит математическое копирование действительности: математическая модель.

Применение линейного программирования и копмьютеров в пищевой промышленности демонстрируется на примере планирования продукции консервной и мясной промышленности, являющихся их наиболее применимой областью в пищевой промышленности.

Применение линейного программиирования и компьютера в области производства и качественного контроля в пищевой промышленности пока ещё не решено.