DINAMIKUS MECHANIKAI RENDSZER VIZSGÁLATA ÁLLAPOTVÁLTOZÓK SEGÍTSÉGÉVEL

BALOGH LÁSZLÓ*

1. BEVEZETÉS

Napjainkban egyre gyakrabban felvetődő feladat az, hogy részletes adatokat kapjunk különböző szerkezetek tervezésének korai szakaszában, több környezeti — vagy belső — paraméter nagyszámú kombinációja mellett.

A tervezés jellegéből adódóan, akkor kellene a működést szélsőségesen változó üzemviszonyok mellett tisztázni, amikor a kész rendszerről még nagyon kevés adatunk van.

Hasonlóan nehéz feladat előtt állunk, amikor egy kész, de nehezen megfigyelhető rendszerről szükségesek a működésre vonatkozó kísérleti adatok. Hasonló a helyzet akkor, ha a mérés olyan beavatkozást jelent, amely megváltoztatja a folyamat jellemzőit.

A szimulációs módszerekkel ilyen feltételek mellett is lehetséges a szükséges adatok megszerzése. Ezek közös jellemzője, hogy a nem vagy nehezen megfigyelhető rendszert olyan struktúrára — modellre — képezzük le, amely könnyen vizsgálható. Ilyen rendszerek pl. a hasonlóságelmélet seígtségével létrehozott fizikai modellek, analóg struktúrák vagy digitális gépen szimulált, numerikus módszerrel megoldott matematikai modellek.

Ezen utóbbi csoportba tartozik a dinamikus — esetenként nem lineáris — rendszerekre jól alkalmazható, időtartományban, a kanonikus — vagy állapot — változók segítségével digitális gépre leképzett szimulációs eljárás, melyet összefoglalóan „állapottér módszernek" neveznek.

2. RENDSZERANALITIKAI MÓDSZEREK RÖVID ÁTTEKINTÉSE

Egy vizsgálandó dinamikus rendszer elemzésének első feladataként a rendszer leírására alkalmas összefüggés, pl. differenciálegyenlet rendszer meghatározása jelentkezik. Jól alkalmazható dinamikus mechanikai rendszereknél a Lagrange-féle másodfajú mozgásegyenlet, mely a következő alakú:

$$\frac{d}{dt}\,\frac{\partial T/\dot{q}_i;q_i/}{\partial \dot{q}_i}-\frac{\partial T/\dot{q}_i;q_i/}{\partial q_i}+\frac{\partial D/\dot{q}_i/}{\partial \dot{q}_i}+\frac{\partial V/q_i/}{\partial q_i}=Q_i, \qquad (1)$$

$(i=1, 2, \dots n)$,

* Géptan Tanszék

ahol: $q \quad = q(t)$ általános koordináta,
$\dot{q} \quad = \dot{q}(t)$ általános sebesség,
$D(\dot{q}_i) =$ disszipáció függvény,
$T(q; \dot{q}) =$ kinetikai energia,
$V(q) =$ potenciális energia,
$Q \quad = Q(t)$ általános erő.

A kapott differenciálegyenlet rendszer, mely a fizikai rendszer működését írja le, a következő eljárásokkal vizsgálható:

a/ az analízis kalasszikus módszereivel,
b/ operátortartományban, transzformált alakban (Pl. Laplace-transzformáció segítségével),
c/ modellezett analóg rendszer segívségétel, (pl. analóg számológép),
d/ kanonikus alakra hozott diff. egyenletrendszer, az állapotegyenletek megoldása,
pl. Runge-típusú eljárosokkal.

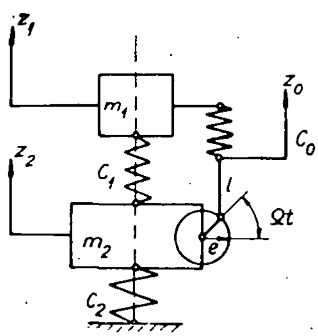
Jelen munkánkban a d/ pontban foglalt módszerrel dolgozunk. Ennek előnye az a/ és b/ ponbtan közölt eljárásokhoz képest a szemléletesség, a c/ pontban közölt modellezéshez képest pedig a nagyfokú pontosság.

3. VIBRÁCIÓS FORGÓKÚPROSTÁS MAGTISZTÍTÓ GERJESZTŐ MECHANIZMUSA MOZGÁS-IDŐFÜGGVÉNYEINEK MEGHATÁROZÁSA

A Gödöllői Agrártudományi Egyetem Mg. Gépek Inntézetében kidolgozott kísérleti vibrációs forgókúprostás megtisztító gép gerjesztő mechanizmusa az 1. ábrán látható.

A szereplő betűk jelentése:

m_1 = a rotor és tisztítandó termény redukált tömege,
m_2 = a függesztőkeret redukált tömege,
c_1 ; c_2 ; c_0 = rugóállandók,
e = excentricitás,
l = a hajtórúd hossza,
Ω = a gerjesztés körfrekvenciája,
z_0, z_1 z_2 = a hajtórúd felső végének, és a tömegek elmozdulása.



1. ábra. Gerjesztő mechanizmus

A $z_1(t)$ függvény jelentette a gerjesztést az ábrán nem feltüntetett szeparáló egység számára.

Részfeladatként jelentkezett a $z_1/t/$; $\dot{z}_1/t/$; $z_2/t/$; $\dot{z}_2/t/$ függvények előállítása.

A feladat szempontjából táblázatos, illetve grafikus megadás volt szükséges. A feladatot a diff. egyenlet megoldásával végeztük el állapotváltozók bevezetése utáni numerikus számításokkal.

Odra 1204 tip. gépen, negyedrendű Runge-Kutta eljárással történt a megoldás, 0 kezdeti feltételek mellett.

A differenciálegyenlet rendszert az említett Lagrange-féle másodfajú mozgásegyenlet segítségével írtuk fel; q; általános koordinátáknak választva z_1-et és z_2-t Így:

$$T(\dot{z}) = \frac{1}{2} m_1 \dot{z}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{z}_2^2,$$

$$V(z) = \frac{1}{2} c_1 (z_1 - z_2)^2 + \frac{1}{2} c_2 z_2^2, \tag{2}$$

A gerjesztő erő jó közelítéssel szinuszos, mert $\frac{e}{l} \approx \infty$.

A diff. egyenletrendszer (1) alapján:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{z}_1 + c_1(z_1 - z_2) &= -c_0(z_1 - z_2 - e \sin \Omega t) \\ m_2 \ddot{z}_2 - c_1(z_1 - z_2) + c_2 z_2 &= c_0(z_1 - z_2 - e \sin \Omega t). \end{aligned} \tag{3}$$

Bevezetve az állapotváltozókat:

$$z_1 = y_1 \quad z_2 = z_3 \qquad \text{így:} \quad \ddot{z}_1 = \dot{y}_2,$$

$$\dot{z}_1 = y_2 \quad \dot{z}_2 = y_4 \qquad \ddot{z}_2 = \dot{y}_4.$$

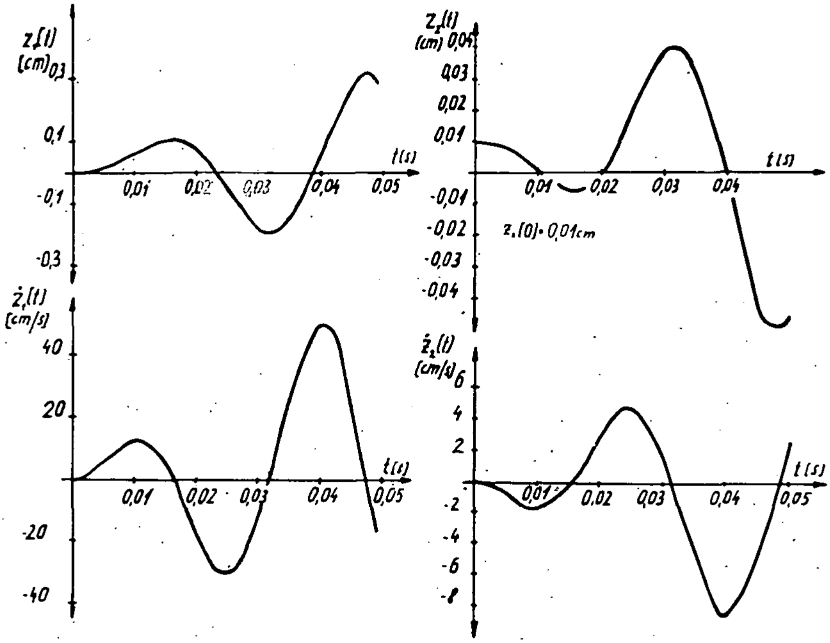
Az állapotváltozók segítségével a két másodrendű egyenletből álló differenciálegyenlet rendszerünk 4 db elsőrendű differenciálegyenletre esik szét, mely mátrix alakban:

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \\ \dot{y}_3 \\ \dot{y}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{c_0+c_1}{m_1} & 0 & \frac{c_0+c_1}{m_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{c_0+c_1}{m_2} & 0 & -\frac{c_0+c_1+c_2}{m_2} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} + e \sin(\Omega t) \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{c_1}{m_1} \\ 0 \\ -\frac{c_0}{m_2} \end{bmatrix} \tag{4}$$

A szereplő konstansok értékei:

$\Omega = 200$ 1/s,	$m_1 = 0{,}194$ kps²/cm,
$e = 0{,}2$ cm,	$m_2 = 1{,}23$ kps²/cm,
$c_1 = 4{,}10^3$ kp/cm,	$c_0 = 2{,}4.10^3$ kp/cm.
$c_2 = 2{,}25.10^3$ kp/cm,	

Fenti paraméterekkel megoldott differenciálegyenlet rendszer $\dot{z}_1/t/$; $z_1/t/$; $\dot{z}_2/t/$; $z_2/t/$ függvényeit láthatjuk a 2. ábrán Az idő 0,001 sec-os diszkrét értékkekel növekszik. A pontosan számított értékeket táblázatos formában is meghatároztuk (1. táblázat). Az elérhető pontosságot szemléltetjük, ezért csak a 0,001—0, 014 sec-os intervallumban eső értékeket közöltük.



2. ábra. Mozgás időfüggvények

1. TÁBLÁZAT

A differenciálegyenletrendszer megoldása:

t sec	z_1 cm	$\dot{z}_1$ cm/sec	z_2 cm	$\dot{z}_2$ cm/sec
.00000	.0000	.0000	.0000	.0000
.00100	.0100	.0100	.0100	.0100
.00200	.0103	.7570	.0099	−.1227
.00300	.0117	1.9407	.0097	−.3231
.00400	.0143	3.4667	.0093	−.5731
.00500	.0187	5.2109	.0086	−.8561
.00600	.0248	7.0267	.0076	−1.1480
.00700	.0327	8.7541	.0063	−1.4234
.00800	.0422	10.2291	.0047	−1.6567
.00900	.0530	11.2943	.0030	−1.8230
.010000	.0646	11.8084	.0011	−1.9004
.01100	.0764	11.6564	−.0008	−1.8710
.01200	.0877	10.7569	−.0026	−1.7223
.01300	.0977	9.696	−.0042	−1.4487
.01400	.1056	6.5991	−.0054	−1.0514
.01500	.1106	3.3977	−.0062	−.5395

Látható a módszer egyszerűsége. Ha rendelkezésünkre áll egy numerikus diff. egyenletmegoldó szubrutin, a diff. egyenlet paraméterei ismeretében rendkívül könnyen kapjuk a megoldás függvényeket.

Igen könnyen figyelembe vehetjük a külső hatásokat is. Pl. ha $m_1 = m_1/t/$, numerikus úton igy sem okoz problémát a számítás. Emellett a különféle szerkezeti elemek — pl. rugók — paraméterek változása csak adatszalag módosítást jelent, amely módosítás után kaphatjuk az újabb függvényeket.

4. ÖSSZEFOGLALÁS

Állapotváltozók segítségével a közönséges differenciálegyenletekre vezető rendszereket igen könnyen lehet vizsgálni. Pontos eredményeket szemléletes formában kapunk. Egyszerűen megoldható a paraméter változtatás. A differenciálegyenlet rendszereket könnyen felírhatjuk a Lagrange-féle másodfajú mozgásegyenletek segítségével. Egyébként nehezen kivitelezhető kísérleteket is helyettesíthetünk ezzel a szimulációs módszerrel.

A módszer alkalmazása esetén annál több információt azonban nem kaphatunk, mint amennyit a differenciálegyenlet rendszerek magukban hordoznak.

IRODALOM

1. *Bishop:* The matrix analysis of vibration. Cambrigde Univ. Press London, 1966.
2. *Csáki:* Fejezetek a szabályozástechnikából. Állapotegyenletek. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1973.
3. *Koltay:* Függőleges tengelyű vibrációs forgókúprostával végzett magtisztítás elméleti és gyakorlati kérdései. Doktori értekezés, Gödöllő, 1972.
4. *Shigley:* Theory of machines Mc McGraw-Hill Book Company INC. New York, Toronto, London, 1967.
5. *Balogh:* Beszámoló jelentés a gyorsított vizsgálatok számítógépes módszereiről MGI. Gödöllő, 1974.

INVESTIGATION OF A DYNAMICAL MECHANICAL SYSTEM BY MEANS OF STATE VARIABLES

L. Balogh

By means of state variables, systems leading to the common differential equations can be investigated very easily. As a result of simulation, exact data may be obtained in a very illustrative form. Experiments whihc are difficult to perform may also be substituted by htis simulation method. After determination of the equations of motion for the drive mechanism of the vibrational rotatory cone-screen seed cleaner, these equations are solved by the state-field method.

UNTERSUCHUNG EINES DYNAMISCH—MECHANISCHEN SYSTEMS MIT HILFE VON ZUSTANDSVERANDERLICHEN

L. Balogh

Mit Hilfe von Zustandveränderlichen lassen sich die zu gewöhnlichen Differentialgleichungen führenden Systeme sehr leicht untersuchen. Als Ergebnis der Simulation können genaue Daten in höchst anschaulicher Form erhalten werden. Auch schwer durchführbare Versuche können mit diser Simulationsmethode substituiert werden. In der Arbeit erfolgt nach der Bestimmung der Bewegungsgleichungen des Induktionsnmechanismus des Vibrations-Rotationskegelrost — Kernreinigers die Lösung dieser Gleichungen mit der Zustandsraummethode.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ МЕХАНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ С ПОМОЩЬЮ ПЕРЕМЕННЫХ СОСТОЯНИЯ

Л. Балог

Применение переменных хохтояния очень упрощает анализ систем, ведущих к обычным дифференцированным уравнениям. В результате симуляции можно получить точные данные в очень наглядной форме. Метод симуляции применим и вместо трудно осуществимых опытов. В работе после определения уравнений движения для механизма привода конусовых вибрационных сит для очистки семян производится решение этих уравнений методом пространственного состояния.