

A termelési függvények néhány elméleti kérdése és a mezőgazdaság dinamikus termelési függvénye*

A gazdaságtudományok tárgyában és alkalmazott módszereiben a legutóbbi négy-öt évtizedben jelentős változások történtek. A változások elsődlegesen a kutatás tárgyának kiszélesítésére és matematikai eszközök használatának megerősítésére irányultak. A modern közgazdaságtudomány feladatának tekinti a termelési folyamat egészének elemzését és kiemelkedő jelentőséget tulajdonít a termelési tényezők és a termelési eredmény közötti összefüggések vizsgálatának.

A tanulmány egyrészt foglalkozik a termelési output és inputok kapcsolatának modellezésére alkalmas termelési függvények néhány elméleti kérdésével. A termelési függvények alakjának kiválasztása sohasem matematikai probléma kizárólagosan, mindig implikál közgazdasági feltevéseket is. A választott függvénytípusnak a termelési tényezők közötti helyettesítési folyamatot, a műszaki fejlődés hozadékát is tartalmaznia kell, valamint alkalmasnak kell lennie a skálahozadék kifejezésére. Másrészt a cikkben foglalkozom a mezőgazdasági növekedési folyamat specifikumaival és javaslatot teszek a mezőgazdaság dinamikus termelési függvényére.

1. A termelési függvények néhány elméleti kérdése

A termelés outputja és a termelési tényezők kapcsolatának vizsgálatakor két alapvető lehetőség merül fel:

– Egyrészt: a termelés outputja számos termelési tényezőtől függ, amelyekkel olyan bonyolult kapcsolata van, hogy néhány tényező változására nem vezethető vissza a termelési eredmény változása, az egyes tényezők hatása elkülönülten nem mérhető;

– Másrészt: a termelési tényezők közül kiemelhető néhány, amely ha nem is határozza meg egyértelműen a termelés alakulását, de jelentősen befolyásolja azt és hatásuk egymástól elkülönülten számszerűsíthető.

A termelési függvények ez utóbbi hipotézisből indulnak ki, felteszik, hogy a termelés változása visszavezethető a felhasznált termelési tényezők, ráfordítások változására.

A termelési függvények a kibocsátás volumene és szerkezete, valamint a felhasznált termelési tényezők (inputok) mennyisége és szerkezete közötti összefüggést közgazdaságilag-algebrailag modellezik. Olyan modellek, amelyek a termelési-

* A cikk az OTKA I/6 T 013487 kutatási támogatás segítségével készült.

technológiai jellegű viszonyokat egységes rendszerben jelenítik meg, lehetővé teszik a technológiai lehetőségek, változások egységes rendszerben történő ábrázolását.

A termelési függvények általános algebrai alakja:

$$Y = F(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \quad (1)$$

ahol: F függvény implicite mindazoknak a technológiai lehetőségeknek az összességét foglalja magában, amelyek rendelkezésre állnak az Y termékhalmaz létrehozásához.

Y = az output vektora,

X = az input vektora.

A termelési függvények alapvető feltételezése, hogy egymástól elkülönítve mérhető a különböző ráfordításoknak a termelés változására gyakorolt hatása. Kétségtelen, hogy ez a legerősebb – és egyben legtöbbet vitatott – hipotézise a termelési függvények elméletének.¹ A termeléshez *élő- és holtmunka* együttes és egyidejű alkalmazása szükséges, ezek hatásának a szétválasztása problematikus elvileg és gyakorlatilag is. A termelési függvények azonban nem is tételezik fel, hogy egyetlen termelési tényező elegendő a termeléshez, csak azt, hogy egy termelési tényező változása kiemelkedő jelentőséggel hathat a termelés alakulására, azaz a termelés változása visszavezethető néhány tényező csökkenésére, vagy növekedésére – és ez reálisnak tűnő hipotézis.

A gazdasági tevékenységet a neoklasszikus növekedési elméletben egy olyan termelési függvény írja le, melynek független tényezői a tőke és a munka. A termelési függvény alapvetően két, lényeges közgazdasági feltételt tartalmaz:

a) A termelési tevékenységre az állandó skáláhozadék érvényes, azaz:

$$Y = F(K, L) \text{ és} \quad (2)$$

$$aY = F(aK, aL) \quad (3)$$

ahol $a > 0$ konstans.

Vagyis a tényezők valamely azonos arányú megváltoztatása az outputban is azonos arányú változást okoz.

b) Az egyes tényezők hozama csökkenő, azaz:

$$b_1 Y > F(b_1 K, L) \text{ és} \quad (4)$$

¹ E feltevés mellett még egyéb hipotézisekre is szükségünk van a termelési függvények alkalmazásához. Ilyenek pl: a termelő tevékenység megismételhető, az erőforrásoknak van felső korlátjuk, az outputok halmaza korlátos stb.

$$b_2 Y > F(K, b_2 L)$$

ahol $b_1, b_2 > 0$ konstansok.

A termelési függvények alakjának kiválasztása sohasem matematikai probléma kizárólagosan, mindig implikál közgazdasági feltevéseket is. Alapvetően három folyamatot kell leírniuk, illetve azok elemzésére kell alkalmasnak lenniük:

- a) a termelési tényezők közötti helyettesítési folyamat,
- b) a műszaki fejlődés hatásának kifejezése,
- c) a volumen és a műszaki fejlődés hozadékának a szétválasztása.

A. A termelési tényezők helyettesítésének kérdése és az egyes függvénytípusok tulajdonságai

A termelési tényezők helyettesítését illetően általánosan elfogadott koncepcióval, termeléselméleti modellel nem rendelkezik a közgazdaságtan. Pillanatnyilag két nézet áll egymással szemben: az egyik nem tételez fel helyettesítést a termelési tényezők között, azaz nem veszi figyelembe a termelési tényezők közötti helyettesítés lehetőségét, a másik elképzelést a helyettesítésen alapuló termelési függvények reprezentálják, amelyek mind *ex ante*, mind *ex post* helyettesítést megengednek.

A zérus helyettesítési elaszticitás, azaz az *ex post* állandó arányok hipotézisének a lényege, hogy az inputok közötti arányváltozás nem lehetséges, egyszer már előállított termelési eszközök meghatározott *egyetlen arányban kombinálhatók* a munkával, ezt az arányt az adott technológia mereven meghatározza; következésképpen megváltoztatására csakis a technológiák cseréje, kombinálása ad lehetőséget. E teória szerint tehát az inputok közötti helyettesítés csakis a technológia változásán keresztül képzelhető el. Erre a hipotézisre épülnek fel Harrod, Domar, Leontief modelljei és a lineáris programozási modellek.²

A helyettesítésen alapuló termelési függvényeknél adott technológián belül is korlátlan a helyettesítés. Legismertebb alakjai a Cobb-Douglas-féle és a CES termelési függvények.

Ex-ante helyettesítésre a technológiai lehetőségek nyújtotta választékon belül van módunk rövid és hosszú távon egyaránt. Rövid távon azonban a technológia változtatásának lehetősége sokkal szűkebb, mint hosszabb időre nézve, hiszen ekkor a meglévő állóalapot tulajdonságai és a munkaerő adott technikai ismeretei a fejlődést korlátozzák.

A termelés tényezőinek arányváltoztatására ex-post már jóval kisebb lehetőség, kevesebb alternatíva áll rendelkezésre, de a helyettesítés bizonyos lehetőségei ekkor is fennállnak. Azoknál a technológiáknál, ahol a termelési tényezők aránya merev, ahol

² Ezeket a modelleket általában nem sorolják a termelési függvények körébe, bár eredmény és ráfordítás közötti viszonyt fejeznek ki.

bizonyos alternatív kombinálásra, illetve a ráfordítások mennyiségnek variálására³ van lehetőség a helyettesítés ex-post is viszonylag nagy lehet.

A helyettesítés lehetőségei ex-post szűkebbek, mint ex-ante, azaz az ex-post helyettesítés rugalmassága kisebb, mint az ex-ante helyettesítésé.

A jelenleg ismert modellek ezzel a különbséggel nem számolnak (egyszerűsítési okok miatt), mint ex-ante, mind ex-post helyettesítést korlátlan mértékben megengednek.

A legközismertebb helyettesítésen alapuló termelési függvény a Cobb-Douglas-féle termelési függvény, melynek algebrai alakja:

$$Y = AL^\alpha K^\beta \quad (6)$$

ahol: Y = a kibocsátás,
L = a munkaráfordítás,
K = a tőkeállomány,
A = konstans.

$$Y > 0, \alpha > 0, L > 0, \beta > 0, K > 0, A > 0$$

A Cobb-Douglas-féle termelési függvény sajátosságai a következők:

1. A termelés parciális rugalmasságai a függvény kitevő.
2. $(\alpha + \beta)$ -ad fokú homogén függvény, ha $\alpha + \beta = 1$, akkor a függvény első fokú lineárisan homogén.
3. A ráfordítások differenciális termelékenysége a termelési ráfordítások elaszticitásaival és a ráfordítások átlagos termelékenységével arányos.
4. A ráfordítások helyettesíthetők egymással, a helyettesítési elaszticitás 1.
5. A függvény nem alkalmas a műszaki fejlődés hatásának elkülönítésére, hiszen nem választja szét a volumen és a műszaki fejlődés hozadékát. Mivel az adatsorok, az eszközállomány és a felhasznált munka adatai tartalmazzák a technikai fejlődés hatását is, így a hatékonyságot kifejező hatványkitevők a mennyiségi bővítés hatásán kívül a minőségi változások hozadékát is tartalmazzák.

A Cobb-Douglas-féle termelési függvény a változók közötti egységnyi helyettesítési rugalmasságot tételez fel, ezzel szemben a CES-függvény⁴ az egységtől különböző, de konstans helyettesítési rugalmasság hipotézisére épül fel. A CES-függvény:

$$Y = \gamma [\delta K^{-\rho} + (1 - \delta)L^{-\rho}]^{-1/\rho} \quad (7)$$

³A termelés tényezőit két nagy csoportba lehet sorolni: a) az egyikbe tartozó faktorokat csak előre rögzített, merev arányban lehet felhasználni; b) a másik csoportba azokat a tényezőket sorolhatjuk, amelyek felhasználási aránya mereven nem rögzített, bizonyos szélső értékek között bármilyen mértékben alkalmazható. A helyettesítés lehetősége ex-post a második csoportba tartozó tényezők között tehát adott.

⁴Arrow K., Chenery H., Minhas Band, Solow R (1961.): Capital - Labor Substitution and Economic Efficiency Review of Economics and Statistics, vol 28.

ahol: γ = az ún. hatékonysági paraméter, amely az inputok arányában változtatja az outputot,

δ = elosztási paraméter ($0 \leq \delta \leq 1$), amely a jövedelem elosztását mutatja,

ρ = helyettesítési paraméter, függvénye az $\sigma = 1/1+\rho$ összefüggés szerint helyettesítési elaszticitásnak.

A CES-függvény lineáris és homogén, vagyis a skáláhozadéck konstans. A σ értékének megfelelő megválasztása esetén konstans input-output alakra, vagy Cobb-Douglas-féle alakra hozható.

Ha $\rho = 0$, akkor a helyettesítési rugalmasság egységnyi, és a CES-függvény alakja megegyezik a Cobb-Douglas-féle függvény alakjával. Ha $\rho \rightarrow \infty$, akkor a CES-függvény olyan izokvantokkal ábrázolható, amelyek derékszögűek (input-output alak).

A CES-függvény általánosabbá tehető úgy, hogy a volumen hozadékát is kifejezzük:

(8)

$$Y = \gamma [\delta K^{-\rho} + (1-\delta) L^{-\rho}]^{-\nu/\rho}$$

ahol: $\nu > 0$ a volumen hozadékát kifejező konstans. Ha $\nu > 1$, a volumen hozadéka nő, ha $\nu < 1$, a hozadék csökken.

B. A technikai változás kifejezése a termelési függvényekben

A Cobb-Douglas-típusú és a CES termelési függvény eredeti alakjában nem alkalmas a műszaki fejlődés hozadékának az elkülönítésére és így csak olyan kérdések elemzésére alkalmasak, amelyek egy adott technikai színvonalhoz kapcsolódnak, azaz a függvénytípusok statikus jelenségek leírására képesek.

Az időben lezajló folyamatok elemzése és tervezése szükségessé teszi a termelési tényezők helyettesítésén felépülő termelési függvényeknél a technikai haladás hatásának a bekapcsolását.

A *technikai fejlődés* a termelési függvények irodalmában mindazokat a termelés folyamatában, az idő függvényében bekövetkező *változásokat* foglalja magában, amelyek:

B1. azonos (vagy értékesebb) mennyiségű termelési tényező felhasználásával több (vagy értékesebb) terméket,

B2. azonos mennyiségű (vagy értékesebb) termékeket kevesebb termelési tényező felhasználásával hoznak létre.

A termelési függvény alakjának a megválasztása bizonyos értelemben megszübhja a technikai fejlődés specifikációját is, illetve egyes típusait már eleve kizárja a modelltől.

A modellek osztályozását a bennük kifejezett technikai fejlődés típusa szerint két szempont szerint lehet elvégezni:

B1. Aszerint, hogy a műszaki ismeretek tárgyiasultak-e vagy sem, megkülönböztetünk megtestesült és/vagy nem testesült műszaki fejlődést kifejező modelleket.

B2. Ha a technikai haladást a modellben kifejezésre jutó jelenségek által, vagy a rendszertől függetlenül meghatározottnak tekintjük, endogén és exogén változójú dinamikus termelési függvényeket különböztethetünk meg.

Nem megtestesült technikai fejlődésnek definiálnak minden olyan, a termelési függvényekben bekövetkező eltolódást, amely nem érinti a helyettesítési határárányt.⁵ Ez a fejlődés a tőkeakkumuláció nagyságától és ütemétől független, nem ölt tárgyi formát a tőke struktúrájában vagy/és egyes elemeinek minőségi változásában. Alapja a termelési tényezők működésének tökéletesedése, a termelési eszközök használatával kapcsolatos ismeretek gyarapodása.

Matematikailag egy időbeli eltolódást kifejező vektor segítségével fejezhető ki:

$$Y(t) = A(t) f(K, L) \quad (9)$$

Leggyakrabban $A(t)$ -t exponenciális függvényvel közelítjük:

$$Y(t) = B e^{\lambda t} f(K, L) \quad (10)$$

A megtestesült műszaki fejlődés koncepciója azon az alapvető feltételezésen alapul, hogy a műszaki újítások jelentős része új állóalapokban testesül meg, hogy a műszaki fejlődés általában megváltoztatja a termelési tényezők helyettesítési arányait, azaz nem hagyja változatlanul a termelési elaszticitást.

A technikai haladás exogén változókénti felfogása az idő függvényében ábrázolja a műszaki fejlődést abból a feltevésből kiindulva, hogy az invenció folyamata a tapasztalat "hosszának" a függvénye.

A technikai fejlődés exogén változókénti kezelése maga után vonja annak semlegeskénti felfogását, hiszen a semleges technikai haladás lényege az időelemzés.

A modellben kifejezésre jutó jelentések magyarázzák a műszaki haladást, ha *endogén változóként* fogjuk fel. A technikai fejlődés endogén változókénti kezelése napjainkban a közgazdaságtan egyik új "vesszőparipája".⁶ Az ún. "új növekedési elmélet", vagy "endogén növekedési elmélet" Romer (1986.)⁷ és Lucas (1988.)⁸ neoklasszikus matematikai iskoláján alapul, Arrow (1962)⁹ és Uzawa (1965.)¹⁰ korábbi

⁵ A semleges fejlődésen belül 3 alaptípust különböztetünk meg: Hicks-féle, Harrod-féle, Solow-féle. A fejlődés Hicks-i értelemben semleges, ha a helyettesítési határárány és a termelési tényezők részarányának kapcsolata változatlan; Harrod-i értelemben, ha az 1 főre jutó megnövekedett tőke mellett maradnak változatlanok ezek az arányok; és Solow-i értelemben, ha az 1 munkásra jutó termelés és a bér kapcsolata invariáns.

⁶ Pl. Mayer Dietmar: Az új növekedésemélet, *Közgazdasági Szemle*, 1995. április, 387–399. p.; Valentinyj Ákos: Endogén növekedésemélet (áttekintés), *Közgazdasági Szemle*, 1995. június, 582–595. p.

⁷ Romer, P.: 1986. Increasing returns and long run growth. *Journal of Political Economy*, vol. 94, no 5. October.

⁸ Lucas, R.: On the mechanics of economic development, *Journal of Monetary Economics*, vol. 22, June.

⁹ Arrow, K.: The economic implications of learning by doing, *Review of Economic Studies*, vol. 29, no 3. June.

¹⁰ Uzawa, M.: Optimum technical change in an aggregative model of economic growth, *International Economic Review*, vol. 6, no 1, January.

munkáinak szervez folytatásai. Ténylegesen Kaldor ¹¹ (1957, 1961, Kaldor és Mirrles 1962) volt az, aki elsőként foglalkozott az endogén technikai változással, kidolgozott egy "technikai fejlődési függvényt", amelyet Keynesi-alapú növekedési modelljében alkalmazott. Kaldor modelljének két lényeges jellemvonása van:

1. Létezik egy beruházási függvény, amely független a megtakarításoktól.

2. Osztály-alapú megtakarítási viselkedési tételezett fel, azaz a béreket általában fogyasztásra költik és a profit nagyrészt a megtakarításoknak alárendelt.

A tudományos kutatásra, a szakképzés emelésére fordított beruházások hatékonysága nehezen értékelhető, kezelhető, ezért a modellek többsége a technikai fejlődést exogén változóként és semlegesnek fogja fel.

A következőkben a műszaki fejlődés hozadékának kifejezésére térek ki néhány termelési függvény-típus esetében.

A dinamikus termelési függvény *Solow-féle* modellje¹² a technikai fejlődést semleges jellegűnek tételezi fel és exogén változóként kezeli. A függvény alakja a következő:

$$Y = B e^{\lambda t} f(K, L) \quad (11)$$

ahol: λ = a meg nem testesült technikai fejlődés üteme.

*Arrow modellje*¹³ szintén a semleges fejlődés hipotéziséből indul ki, de ez itt már *endogén változó*:

$$Y = B f(K, L, I) \quad (12)$$

ahol: I = a kutatásra, szakképzettség növelésére irányuló beruházások.

Solow megtestesült technikai fejlődést kifejező modellje¹⁴ endogén változójú. A termelési alapokban megtestesült műszaki fejlődés figyelembevétele a modellben annak az alapvető feltevésnek az alapján történik, hogy az állótöke beruházások a létesítés időpontjában a rendelkezésre álló legmagasabb technikai szintet testesítik meg, és így az állótöke régebbi évjáratái kevésbé korszerűek. E megközelítés formalizálásához a tőkét évjáratokra bontja:

$$Y_v(t) = B e^{\lambda t} L_v(t)^\alpha K_v(t)^{1-\alpha} \quad (13)$$

ahol: $Y_v(t) = a$ $t \geq v$ időpontban a v évjáratú berendezéssel elért output,

¹¹ Kaldor, N: A model of economic growth, Economic Journal, vol. 67, December; Kaldor, N.: Capital accumulation and economic growth, in F. Lutz and D.Hague (eds) The Theory of Capital, New-York, Macmillan; Kaldor, N. and Mirrlees, J: A new model of economic growth, Review of Economic Studies, vol. 29, nov. 3.

¹² Solow: A technikai változás és az aggregált termelési függvény, Megjelent: "A gazdasági növekedés feltételei" c. kötetben, KJK, BP., 1967., 122. p.

¹³ Mátyás Antal: A modern polgári közgazdaságtan története, KJK, BP., 1973., 506 és 520. p.

¹⁴ Solow: A beruházás és a technikai haladás, Megjelent "A gazdasági növekedés feltételei" című kötetben, KJK, BP., 1967., 141. p.

$K_v(t) = a$ t időpontban rendelkezésre álló tőke,

$L_v(t) = a K_v(t)$ tőkéhez tartozó munkaerő.

Intriligator modellje¹⁵ tartalmazza mind a meg nem testesült, mind a megtestesült műszaki fejlődést, amelyeket exogénként fog fel. A meg nem testesült technikai haladást a függvény eltolódásaival és a minőségi változások szerint súlyozott munkafelhasználással, a megtestesült fejlődést pedig a tőke indexcinek a minőségi változások szerinti súlyozásával fejezi ki.

(14)

$$Y(t) = B e^{\mu t} J(t)^\alpha M(t)^{1-\alpha}$$

ahol: $\mu = a$ meg nem testesült műszaki fejlődés üteme,

$J(t) = a$ minőségi változások szerint súlyozott tőke.

$M(t) = a$ minőségi változások szerint súlyozott munka.

C. A műszaki fejlődés hatásának és a volumen hozadékának szétválasztására irányuló kísérletek a termelési függvények irodalmában

A termelési függvények a műszaki fejlődésnek tulajdonítható hatás és a volumen hozadékának a szétválasztását általában úgy oldják meg, hogy az előbbi tényezőnek tulajdonítható változást a függvény eltolódásával, az utóbbit pedig a függvény mentén való mozgással fejezik ki. Az

(15)

$$Y = B(t) L(t)^\alpha K(t)^\beta$$

függvényben $\alpha + \beta$ a volumen hozadéka, $B(t)$ technikai haladást kifejező tényező.

A (15) függvény empirikus vizsgálatánál komoly nehézségek merülnek fel. A tőke és a kifejtett munkamennyiség hosszú időszakot tekintve növekvő trendet mutat, feltehetően a műszaki fejlődés is gyorsul az időben, azaz $B(t)$ trendje is növekvő. Így a *műszaki haladásnak és a volumen hozadékának hatása együttesen jelentkezik az adatokban*. Ha $K(t)$ is és $L(t)$ is változik, akkor a termelés változása bármelyik hatásnak vagy mindkettőnek és/vagy a műszaki fejlődésnek tulajdonítható. Az idősorokban nem következik be elég független változás a kérdés eldöntéséhez.¹⁶

A volumen hozadékának és a műszaki fejlődésnek a termelés nagyságára gyakorolt hatás szétválasztására több kísérlet irányult. Ezek közül Solow és Kaldor módszereit, mint két egymástól lényeges mértékben eltérő felfogást érdemes röviden áttekinteni.

¹⁵ Intriligator: "A megtestesült technikai változás és a termelékenység az Egyesült Államokban 1929–1958", megjelent: "A gazdasági növekedés feltételei" című kötetben, KJK, Bp., 1967., 163. p.

¹⁶ Ugyanahhoz a technikai szinthez kapcsolódóan rendelkezni kellene különböző nagyságú termelési tényezőkhöz tartozó termelési értékkel.

Solow első modelljében¹⁷ a termelési függvényekben bekövetkező változásokat szemlegesnek tételezte fel, ennek alapján megbecsülte a technikai fejlődés indexét és ezzel korrigálta a munkatermelékenység idősorát, azaz a termelési függvényeknek a technikai haladás hatására bekövetkező eltolódásaival korrigálta az idősorokat – a redukált adatok már egy görbe mentén helyezkednek el – ezekhez illesztett függvényt.

Solow ennél a modelljénél nem vette figyelembe a megtestesült műszaki fejlődés hatását, elhanyagolta a helyettesítési határárány megváltozását. Az eredményként kapott fejlődés lényegesen kisebb mint a tényleges, hiszen ez a függvénytípus alkalmatlan a beruházások tényleges hozadékának kimutatására. A volumen hozadékának tünteti fel a tőke korszerűsödésének hatását is. *Ez a megoldás tehát – a műszaki haladás szemleges jellegű feltételezése miatt – a technikai fejlődés és a volumen hozadék hatásának szétválasztására nem igazán alkalmas, a két hatásra nem ad reális, kielégítő becslést.*

Solow egy másik modelljében¹⁸ a műszaki fejlődés és a beruházások kapcsolatát vizsgálta. Alapvetően abból indult ki, hogy a későbbi időpontban üzembehelyezett létesítmény hatékonyabb, mint a korábbi. Konstans hozadék feltételezése mellett tőkeévjáratos modellel közelíti a megtestesült műszaki fejlődést. Termelési függvénye a következő alakú:

(16)

$$Y(t) = B e^{\lambda t} L(t)^{\alpha} J(t)^{1-\alpha}$$

$$\text{ahol: } J(t) = \int_{-\infty}^t e^{-\sigma v} I(v) dv$$

ahol: $I(v) = a$ időpontban eszközölt bruttó beruházás ($t \geq v$)

$$\sigma = \delta + \frac{\lambda}{1-\alpha}$$

δ = a tőke avulásának üteme.

A modellt a konstans hozadék feltételezése egyszerűbbé, könnyebben kezelhetővé teszi, de ez a megkötés egyúttal azt is eredményezi, hogy az eredményként kapott műszaki fejlődés a növekvő hozamokat is tartalmazza, azaz a haladás így kimutatott üteme magasabb a tényleges ütemnél (ha a volumen hozadéka nem konstans). Tehát ez a megoldás is irreális becslést ad a műszaki fejlődés nagyságára.

Kaldor koncepciója alapvetően eltér Solowétól. Véleménye szerint a technikai fejlődés és a tőkeakkumuláció növekedésre gyakorolt hatásának szétválasztása nem megalapozott, erőltetett, gyakorlatilag lehetetlen. Véleménye szerint a tőke növelése bizonyos mértékben fejlettebb technika alkalmazását vonja maga után, így a növekvő hozamok nemcsak a tőke felhasználáshoz, hanem a technikai fejlődéshez is kötődnek. Ebből vonja le azt a következtetést, hogy *nincs megalapozott indok a kétféle hatás szétválasztására*. Növekedési modellje egy technikai haladás függvényre épül, amely az

¹⁷ Solow: A technikai változás és az aggregált termelési függvény, megjelent: "A gazdasági növekedés feltételei", című kötetben, KJK, Bp., 1967., 122. p.

¹⁸ Solow: a beruházás és a technikai haladás, megjelent: "A gazdasági növekedés feltételei" c. kötetben, KJK, Bp., 1967., 141. p.

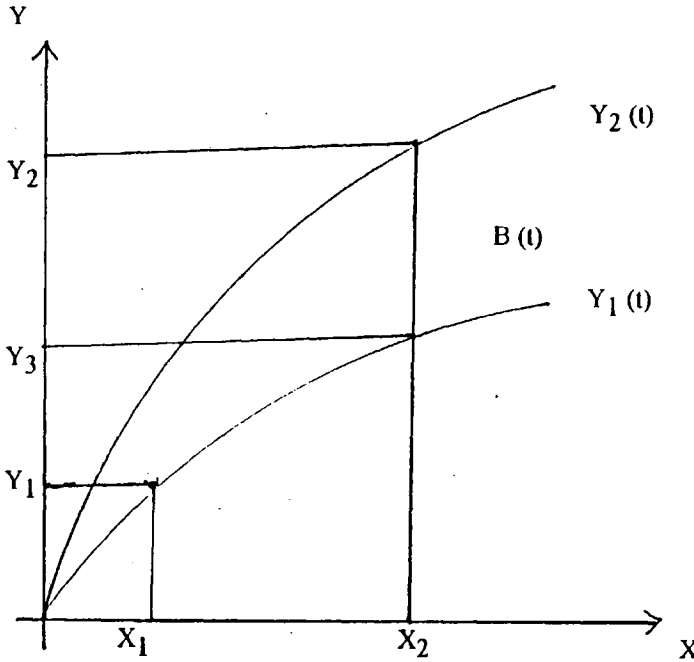
egy főre jutó tőke és az egy főre jutó termékmennyiség növekedése közötti kapcsolatot reprezentálja.¹⁹

A műszaki fejlődés mérésének nehézségeit keresztmetszeti és idősoros adatokra épülő elemzésekkel meg lehet kerülni. Minden egyes évre kialakítunk egy

$$Y_v = B_{0v} L_v(t)^\alpha K_v(t)^\beta$$

függvényt, amely az adott v évet jellemzi. Ezeknek a függvényeknek az időbeli változása a technikai fejlődés hatásának tudható be.

A technikai fejlődés hatásának és a volumen hozadéknak grafikus ábrázolása



$B(t) =$ a technikai fejlődés üteme

Az ábrán az $Y_1(t)$ az 1. évhez tartozó, $Y_2(t)$ a 2. évhez tartozó – keresztmetszeti adatok alapján meghatározott – termelési függvényeket reprezentálja. Az 1. időszak termelési tényezői Y_1 nagyságú termelést, a 2. időszak termelési tényezői Y_2 nagyságú termelést adnak. Az $Y_1(t)$ függvény ismeretében Y_3 (amely a nagyobb mennyiségű termelési tényezők eredményét ábrázolja az első időszak technikai színvonalára mellett) könnyen meghatározható, és így a technikai fejlődés ütemére, $B(t)$ -re egy becslést kapunk.

A módszer hiányossága, hogy keresztmetszeti adatokra épül,²⁰ valamint az, hogy az egyes keresztmetszetek inhomogenitását²¹ figyelmen kívül hagyja. Így a

¹⁹ Mátyás Antal: A modern polgári közgazdaságtan története, KJK, Bp., 1973., 543. p.

vizsgált probléma ezzel a módszerrel történő megoldása regionális termelési függvények kialakításánál képezhető el leginkább.

Véleményem szerint a műszaki fejlődés és a volumen hozadékának szétválasztása feltétlenül szükséges. Kétségtelen, hogy a két hatás elkülönítésére irányuló kísérletek nem jártak teljes sikerrel, hogy a műszaki fejlődés hozadékai csak bizonyos fenntartásokkal fogadhatók el. Ezek a nehézségek azonban a gyakorlati megoldás problémáira, hiányosságaira vezethetők vissza, és nem azt jelentik, hogy a két hatás elkülönítése elméletileg is felesleges. Meg kell különböztetni az elméleti szükségesség és a gyakorlati kivitelezhetőség problémáját.

A két hozadék elválasztása lényegében azon alapszik, hogy az extenzív és az intenzív növekedésnek, a mennyiségi bővítésnek és a minőségi változásnak egymástól eltérő szerepe, jelentősége van. A volumen hozadéka és a technikai fejlődés elkülönítés szükségességének tagadása egyúttal annak tagadását is jelentené, hogy a termelésben egyidejűleg kvantitatív és kvalitatív folyamatok játszódnak le.

A termelési függvények, mint modellek alkalmasak a két hozadék hatása számszerűsítésére, a nehézségek a műszaki fejlődés mérésének problémájára vezethetők vissza. A technikai haladás rendkívül összetett minőségi jellegű változás a tőkében, a technológiában, a termékben, a munkaerő szakképzettségébe, a munka- és üzemszervezés színvonalában. Mindezeket a változásokat egy komplex mutatóval kifejezni nem lehet, az egyes mutatók csak közelítik a valóságot, de nem tükrözik teljes pontossággal vissza. *A műszaki fejlődés hozadékának mérési eredménye ennek megfelelően csakis annyiban reális, amennyiben a műszaki fejlődést kifejező mutató jellemzi a technikai haladást.*

2. A mezőgazdasági növekedési folyamat specifikumai és dinamikus termelési függvénye

A mezőgazdasági növekedési folyamat alapvető sajátosságai a természeti tényezők hatására vezethetők vissza. A mezőgazdasági termelési folyamat jellegét különösen a következő tényezők befolyásolják:

- a) természeti környezet,
- b) a föld korlátozott volta és minősége,
- c) az élő szervezetek mint organikus termelőeszközök biológiai ritmusa.

A mezőgazdasági termelést az ipartól, illetve más termelési ágaktól alapvetően megkülönbözteti a természeti tényezőknek a növekedésben, a termelés alakulásában betöltött szerepe. Amíg ugyanis az iparban a termelőalapok bővítésével, illetve azok kihasználtságának növelésével függ össze elsősorban a termelés növekedése, addig a mezőgazdaságban a növekedés elsődlegesen a termőföldtől (annak nagyságától és minőségétől) és a genetikai (fajta) potenciáltól függ. Az alkalmazott munkaeszközök fejlettsége elsősorban a munka határtermékét és nem a termékek mennyiségét határozza meg.

²⁰ Keresztmetszeti adatok nem állnak rendelkezésre, ha vannak is nehezen hozzáférhetők, elemzésük nagy apparátust igényel.

²¹ Minden egyes keresztmetszetben megtalálható a "holnapi", a "mai" és a "tegnapi" technikai szint. Ezek különböző súlyokkal szerepelnek az egyes évjáratokban, azaz az ilyen módszerrel meghatározott technikai fejlődésben a folyamat terjedési sebessége is szerepet játszik.

A termelés volumenét az eleven munka határtermékének változása közvetlenül nem befolyásolja, a termelés a mezőgazdaságban akkor növekszik, ha a termelési tényezők mennyiségének növekedése mellett a területi hatékonyság, a területegységre jutó termelés fokozódik.

A mezőgazdaságban az outputok és inputok közötti kapcsolat erőteljesen sztochasztikus jellegű, *egvrészt azért mert a mezőgazdaság az élő szervezeteken keresztül hoz létre termékeket és így a munka határtermékét olyan mértékben valószínűségi jellegűvé teszi, amilyen mértékben korlátozottak az élő szervezetek működésére vonatkozó ismereteink, illetve amennyire korlátozottak az élő szervezetek működési mechanizmusába a beavatkozási lehetőségeink.*

*Másrészt azért, mert a termelési folyamat természeti tényezőkhöz kötődik. A növénytermelésben a termelés közvetlenül, az állattenyésztésben közvetve a földhöz és egyéb más természeti tényezőkhöz kötött. A felhasznált termelési tényezők átlagterméke és határterméke szorosan függ a természeti tényezőktől.*²²

A mezőgazdasági növekedés egyik specifikus jellegzetessége tehát, hogy a föld nemcsak a termelés tere, hanem a mezőgazdaság alapvető termelőeszköze is, így a mezőgazdaságban a munkaerő, a tőke és a föld, mint kiemelkedő jelentőségű termelési eszköz alkotják a termelés alapját.

A talaj a természeti környezet alapvető része, fontos természeti erőforrás, amelynek legfontosabb tulajdonsága a termékenység. A talaj termékenységen azt a képességet értjük, hogy egyidejűleg képes a növények víz- és tápanyagigényét kielégíteni.²³ A termőföldnek az a sajátossága, amelynek alapján a föld a mezőgazdasági termelésnek nemcsak általános munkaeszköze, a munka általános tárgyi feltétele, hanem funkcionáló munkaeszköze is.

A mezőgazdasági földek használata azt jelenti, hogy a földhasználók a kezelésükben, használatukban és a tulajdonukban lévő földciken a művelési ágak megfelelő termelést folytatni, és a talajt karbantartani, illetve javítani kötelesek. A mezőgazdasági művelésű földterület *racionális használata* feltételezi a föld használatával, felhasználásával keletkező gazdasági haszon maximalizálását, mint célt és a cél eléréséhez szükséges eszközöket is magába foglalja.

A földet önmagában sohasem lehet használni, hanem mindig csak más termelési tényezőkkel együttesen, és így hasznossága a különböző termelési tényezők technikai-gazdasági optimum-fokától függ. A föld használatának eredménye valamennyi felhasznált input elem használatának eredményével együtt jelentkezik. A mezőgazdasági kibocsátás nemcsak a föld használatától, hanem valamennyi termelési tényezőtől függ, illetve függ azok arányától is.

A gazdálkodás racionalitása feltételezi, hogy valamennyi termelési tényező, a mezőgazdasági gazdálkodás esetén a termőföld, a mezőgazdasági munkaerő és a tőke egymással olyan arányban állnak, amely maximális eredményt ad. Tehát a termelőtőke meghatározott fejlettségi szintjén egyetlen pótlólagos ráfordítást sem lehet alkalmazni

²² A természeti tényezők két csoportra, változó és állandó jelleggel ható tényezőkre oszthatók. A változó tényezőkhöz sorolhatók az időjárás, a csapadék, a hőmérséklet, az állandó tényezőkhöz a talaj-, a domborzati viszonyok és a terület földrajzi elhelyezkedéséből következő adottságok.

²³ A szakirodalomban több földtermékenységi kategóriával találkozhatunk. A föld *természetes termékenységén* az első ízben művelés alá vett talajok fizikai, kémiai és biológiai tulajdonságainak komplexumát értik. *Közgazdasági termékenység* a természetes termékenység kihasználását jelenti.

anélkül, hogy az ne eredményezne csökkenő hozadékokat, degresszív változást a profitnövekményben.

A mezőgazdaság egyik legfontosabb, legsajátosabb input tényezője a föld, de szerepét és funkcióját csak akkor töltheti be, ha az emberi munka más input tényezőkkel kapcsolatba hozza. A termelési kapacitást, a termelési volument a föld és a munkaerő, valamint a föld és a termelt termelési eszközök aránya határozza meg. Amennyiben magas az eleven munka aránya a holt munkához képest, és a növekedés pótlólagos eleven munkát is követel, akkor a föld és a munkaerő együttesen határozza meg a mezőgazdasági kapacitást. Ha a tőke aránya magas az alkalmazott munkaerőhöz képest, akkor a föld és az eszközök aránya a meghatározó.

A termelési függvények alkalmazásánál a *helyettesítési elaszticitás* számszerű nagyságát általában a választott függvény-típus matematikai formája határozza meg, azaz a paraméter nagyságára nem alkalmaznak a választott függvény-típustól független becslést. Előzetesen döntenek az alkalmazni kívánt függvény-típus kérdésében, az alternatíva a következő: konstans helyettesítési elaszticitású függvény (ilyen az egységnyi helyettesítési elaszticitású Cobb-Douglas-féle függvény, és a konstans, de nem egységnyi helyettesítési elaszticitású CES függvény) és a Cobb-Douglas-féle függvény módosított változata. ha már kiválasztották a típust, akkor ezzel rögzítették a helyettesítési elaszticitás nagyságát is. Ily módon eléggé esetlegesen alakul a paraméter nagysága.

A helyettesítési elaszticitás egységnyi volta a konstans hozadék hipotézisén alapul. *Tehát ha a helyettesítési elaszticitás egységnyi értékét nem kötjük ki, ez tulajdonképpen azt jelenti, hogy a konstans hozadék előzetes feltételezésével nem élünk.* A függvény-illesztési kísérlet után tudunk majd arra a kérdésre választ adni, hogy a mezőgazdaságban csökkenő, konstans vagy növekvő hozadék érvényesült-e a vizsgált periódusban.

A műszaki fejlődés mutatókon keresztüli kifejezése, és így a termelési függvényekben e folyamat hatásának elemzése sem mentes a nehézségektől. A műszaki fejlődés hat az input elemekre, a köztük levő kapcsolatokra is, és ugyanakkor az előállított termékek volumenében és struktúrájába is változásokat okoz. A munkaeszközökben, a munka tárgyában, a technológiában és a termékben bekövetkezett valamennyi változás mérése mai közgazdasági ismereteink szintjén nem megoldható. A munkaeszközök, a munkatárgyak és a munkaerő minőségi változásait legfeljebb csak megközelítőleg, de korántsem pontosan tudjuk kifejezni.

A mezőgazdaságban a műszaki fejlődés a műszaki folyamatok mellett a biológiai folyamatokat is magába foglalja. Így tehát a műszaki fejlődés fogalmkörébe tartozónak tekintjük azokat a technikai és biológiai jellegű változásokat, amelyek eredményeként az előállított terméktömeg nő, javulnak a termékek minőségi paraméterei, csökken a mezőgazdaságban felhasznált munkamennyiség és javulnak a munkafeltételek.

Az agrártermelésben a műszaki fejlődés főbb területei:

a) az ipari eredetű termelőeszközök fokozódó felhasználása, ezek állandó tökélesedése,

b) a mezőgazdasági technológiák fejlődése,

c) a mezőgazdaság biológiai jellegű tényezőinek fejlődése.

Ezek közül elsősorban az ipari eredetű termelőeszközök fokozódó felhasználását tudjuk a termelési függvények egyik változójaként bevonni a vizsgálatunkba, míg a

mezőgazdaság technológiáinak, az agro- és zootechnikai tényezők fejlődésének a hatásait a függvények implicite tartalmazzák. Az agro- és zootechnikai tényezők hatása mind a függő, mind a független változók között szerepel, hiszen a nagyobb hozamú fajta, és általában a kedvezőbb tulajdonságokkal rendelkező fajta a termelési eredményt növeli, így csökkenti a termékegység ráfordításait. A technológia hatását is elsősorban arról az oldalról tudjuk kifejezni, hogy megváltoztatja a termelési tényezők arányait. Ugyanakkor hangsúlyozni kell, hogy még a megtestesült műszaki fejlődést sem tudjuk teljes komplexitásában, minden oldalról megközelíteni.

A mezőgazdaságban lejátszódó megtestesült műszaki fejlődést a gépesítés és a műtrágya-felhasználás – mint a kemizálás legfontosabbja területe – oldaláról kíséreltem meg a termelési függvényekben kifejezni. A gépesítés színvonalát a technikai felszereltséggel és az életkorral jellemeztem.

A nem megtestesült, semlegesként kezelt műszaki fejlődést az idő függvényében fejeztem ki. Ez a tényező tartalmazza a munkaerő minőségi változásait és a technológia, valamint a munkatárjakban bekövetkezett mindazokat a változásokat, amelyek nem öltenek tárgyi formát és így nem változtatják meg a tőke - föld - eleven munka kialakult arányait. A mezőgazdaság termelési függvényei a következők:

(17)

$$Y = a L^{\alpha} K^{\beta} F^{\gamma} M^{\delta} N^{\zeta} \frac{K^{\nu}}{L} e^{\lambda t}$$

(18)

$$Y = a L^{\alpha} K^{\beta} F^{\gamma} M^{\delta} I^{\nu} e^{\lambda t}$$

ahol: Y = a mezőgazdasági kibocsátás,

a = konstans,

L = a mezőgazdasági munkaerő létszáma,

K = a mezőgazdasági tőke nagysága,

F = a mezőgazdasági földterület nagysága,

N = készletállomány,

I = az állóeszközök átlagos életkora,

M = műtrágya felhasználás hatóanyagban

α = a termelés százalékos változásának mértéke a létszám egy százalékos változása esetén feltéve, hogy az összes többi tényező változatlan.

β = a termelés százalékos változásának mértéke az állóeszközök egy százalékos változása esetén feltéve, hogy az összes többi tényező változatlan.

γ = a termelés százalékos változásának mértéke a földterület egy százalékos változása esetén feltéve, hogy az összes többi tényező változatlan.

δ = a termelés százalékos változásának mértéke a műtrágya felhasználás egy százalékos változása esetén feltéve, hogy az összes többi tényező változatlan.

ζ = a termelés százalékos változásának mértéke a készletállomány egy százalékos változása esetén, feltéve, hogy az összes többi tényező változatlan.

ν = a megtestesült technikai haladás évi növekedési üteme.

λ = a meg nem testesült műszaki haladás évi növekedési üteme.

Összefoglalóan

a) A gyakorlatban a termelési tényezőknek csak egy része helyettesíti egymást bizonyos korlátok között. A termeléselméleti modellek azonban ettől eltérő hipotézisekre épülnek, egy részük ex post állandó arányokat tételeznek fel, a másik részük viszont mind ex ante, mind ex post helyettesítést megengednek.

b) a termelési függvény algebrai alakjának megválasztása bizonyos értelemben megszabja a technikai fejlődés specifikációját is, illetve egyes típusait már eleve kizárja. A technikai fejlődés exogén változókénti kezelése maga után vonja annak semlegeskénti felfogását. A megtestesült és a semleges műszaki fejlődés szétválasztását általában úgy oldják meg, hogy az előbbit a görbe mentén való mozgásként, az utóbbit pedig a függvény eltolódásaként fogják fel.

c) A technikai fejlődés és a volumen hozadékának szétválasztása csak elméletileg megoldott, empirikus – statisztikai vizsgálatok a két hatást nem különítik el egzaktan, amit a következtetések levonásánál mindig figyelembe kell venni.

A két hatás elkülönítésének problémája alapvetően a műszaki fejlődés mérésnek nehézségére vezethető vissza. A műszaki fejlődés hozadékának mérési eredménye csak olyan mértékben megbízható, amilyen hűséggel jellemzi a választott mutató a technikai fejlődést.

d) A gazdaság egy adott területének elemzéséhez, tervezéséhez szükség van az egyes input elemek outputra gyakorolt hatásának a mérésére. Ennek a feladatnak a termelési függvények jól megfelelnek, a termelési függvényekkel végzett elemzések problémái az alkalmazás hiányosságaira vezethetők vissza.

e) A mezőgazdasági (ágazati) termelési függvény tényezői: tőke (K), munka (L), föld (F), technikai fejlődés (t). A föld nem lehet eleme a tőkének, mert a tőkéből lényegesen eltérő tulajdonságokkal rendelkezik. A műszaki fejlődés mutatókon keresztüli kifejezése és a termelési függvényekben hatásának elemzése sok nehézséggel jár. A műszaki fejlődés hat az input elemekre, a köztük levő kapcsolatokra és ugyanakkor az előállított termékek volumenében és struktúrájában is változásokat okoz. E változás egzakt, pontos kifejezésére a közgazdaságtan mai ismereteink szintjén nem képes.

ADÉL ANDRÁSSY

SOME THEORETICAL QUESTIONS OF PRODUCTION
FUNCTIONS AND THE DYNAMIC PRODUCTION FUNCTION OF
THE AGRICULTURE

(Summary)

The author on the one hand examines certain aspects of the production functions suitable for the analysis of the outputs and inputs' connection.

The extension of the production functions shape is never only a mathematical problem exclusively but also implies economic assumptions. The chosen function should show the substitution process between the production factors, the return of the technical development and be suitable for the quantification of scall return.

On the other hand the author deals with specifics of the agricultural expansive process and makes an offer for the dynamic production function of agriculture. The factors of the agricultural production function: Capital (K), Labour (L), Land (F), technical development (t).

Land is not en clement of capital because they have substantial differences. The analysis of the technical development is rather difficult because it has an influence on the elements of input, the connections between them, and causes certain changes in the volume and structure of the manufactural products as well.

To express these influences exactly, accurately, the economics is not suitable on the basis of present knowledge.