

TÖBBVÁLTOZÓS MATEMATIKAI STATISZTIKAI MÓDSZEREK A
PEDAGÓGIAI KUTATÁSOKBAN

Hunya Péterné



A pedagógiai kutatások jelentős részében kitüntetett szerepet játszanak a többváltozós matematikai statisztikai módszerek. Ennek egyik oka az, hogy ritkán lehet egyetlen tulajdonságot, tényezőt önmagában vizsgálni, mivel a pedagógiai jelenségek lényegükből adódóan összetettek. Ezen kívül számos olyan hatás is befolyásolja egy-egy tényező alakulását, amelyet nem tudunk /vagy nem is akarunk/ figyelembe venni - ezek a "véletlen" hatások. Ugyanakkor a pedagógiai jelenségek törvényszerűségei többségükben nagy tömegben, tendencia jelleggel jutnak kifejezésre: csak tömeges megfigyeléssel tárhatók fel. Tovább bonyolítja a helyzetet, hogy számos jellemző /képeség, tudásszint, motiváltság stb./ közvetlenül nem mérhető. Ahhoz, hogy empirikus vizsgálatunkhoz megfigyeléseket, "méréseket" végezhessünk, valamilyen mérőeszközt /tesztet/ kell szerkesztenünk. Akár a teszt elemzését /teszt komponenseinek összefüggéseit, strukturáját stb./ tekintjük, akár a mérőeszközzel kapott jellemzők /tesztértékek/ és a kísérlet körülményeit meghatározó tényezők kapcsolatát /azaz a kiválasztott - mért - pedagógiai jelenséget/ vizsgáljuk: többváltozós, véletlen tömegjelenségekkel állunk szemben.

A megfigyelés eredményeinek értékelésekor bizonyos esetekben egy-egy kiragadott tényezőt is vizsgálhatunk. Más esetekben több jellemzőt tekintünk egyenként, vagy azok páronkénti kapcsolatát vizsgáljuk. De akárhány egyváltozós statisztikát vagy kétváltozós összefüggést veszünk is külön-külön figyelembe, nem kapunk még csak közelítően sem teljes, hű képet a sokszínű jelenségről, csak annak egyes részleteiről. Éppen abban segítenek a többváltozós statisztikai vizsgálatok, többváltozós /matematikai/ módszerek, hogy egy nagyobb egységet egészében fogjunk át. Alkalmazásukkal a lényeges jellemzőket együttesen vizsgálhatjuk, a kiválasztott egységet egészében

jellemezhetjük. Ezen módszerek közül kiemelhetünk két aligvető összefüggés-vizsgálati típust:

1. a STRUKTURA-VIZSGÁLAT-ot /az ún. szerkezeti vagy faktorális elemzést, komponens feltárást, automatikus osztályozást stb./ és

2. a PREDIKCIÓS VIZSGÁLAT-ot.

E cikkben természetesen nem vállalkozhatunk teljeskörű ismertetésre, csak áttekintést adunk arról, hogy milyen jellegű kérdésekre kaphatunk választ e két eljárás típus segítségével, majd egy statisztikai elemzést igénylő vizsgálat eredményeit mutatjuk be.

A struktúra-vizsgálat módszereivel az alábbi kérdésekre válaszolhatunk:

- Mik azok a megfigyelt jellemzők, változók, objektumok, amelyek valamilyen szempont /hasonlóság, egymástól mért távolság/ szerint tömböt, blokkot alkotnak?
- Az egyes csoportokon belül milyen mértékű a kapcsolódás /csoporton belüli homogenitás/?
- Az egyes csoportok között milyen mértékű a szétválás /csoportok közötti heterogenitás/?

A predikciós vizsgálat módszereivel adhatunk választ arra, hogy:

- A tényezők egy csoportjának /prediktorok/ van-e hatása egy kitüntetett, csoporton kívüli jellemzőre /függő változó/? Lényeges megjegyeznünk, hogy a prediktorok és a függő változó kapcsolata nem feltétlenül ok-okozati viszonyra utal. Ezt a statisztika önmagában nem képes tisztázni.
- Mekkora /milyen mértékű/ a prediktorok hatása?
- Hogyan számítható ki a prediktorok értékének ismeretében a függő változó becsült értéke /itt értéken nem feltétlenül számértéket értünk/?

Vannak olyan esetek is - mint amit a továbbiakban részletesen tárgyalunk - amelyekben csupán egy prediktor hatására vagyunk kíváncsiak /pontosabban egy prediktornak a függő változóra gyakorolt hatására/, de nem tudjuk úgy alakítani a kísérletet, hogy a hatás csak önmagában jelentkezzen. A kísérlet körülményeiből adódóan más hatások is érvényesülnek, ezért kénytele-

nek vagyunk ezeket ugyancsak figyelembe venni. Ilyenkor a predikciós vizsgálatban úgy tesszük fel a kérdést, hogy az érdeklődésünkre elsősorban számottartó prediktor, a többi prediktor és az interakciók hatását leszámítva /kiszűrve/, milyen szerepet játszik a függő változó alakulásában. A predikciós vizsgálati módszer e speciális esete alkalmas egy prediktor hatásának elkülönítésére a vele együtt /esetleg szükségszerűen/ jelenlevő prediktorok csoportjától, azaz a zavaró prediktorok hatásának kiszűrésére.

Mindkét vizsgálati alaptípushoz - mind a szerkezeti elemzéshez, mind a predikciós vizsgálatához - az előfeltevésektől, a konkrét vizsgálatban figyelembe vett jellemzőktől függően többféle modellt kínál a matematikai statisztika. A szakmai /pedagógiai/ szempontok mellett az adekvát modell kiválasztásánál alapvető szerepet játszik skálaelméleti és más matematikai jellemzők feltárása, figyelembevétele /normalitás, additivitás stb./.

A kutatási feladat megoldása egyrészt különböző matematikai statisztikai módszerek /modellek/ sorozatának alkalmazását, másrészt az ezeket követő, ezekre épülő fogalmi-tartalmi elemzéseket jelenti. Az egyes statisztikai mutatók mindig "hagyják magukat kiszámolni", de hogy egy-egy konkrét esetben ténylegesen van-e értelmük, hogy mit jelentenek; azt a matematikai szempontokon túl a pedagógus szakember hivatott eldönteni.

Gyakori eset, hogy egy-egy vizsgálat során egyaránt élünk kell az egyváltozós, a kétváltozós és a többváltozós /szerkezeti és predikciós/ elemzések alkalmazásával is, ui. mindegyikük a kutatás más-más kérdéscsoportját válaszolja meg. A továbbiakban a predikciós elemzésre, nevezetesen a varianciaanalízis és a segítségével felépíthető predikciós modell alkalmazására, eredményeire adunk példát.

A kutatási feladat, melyen a példákat bemutatjuk, a következő. Ismeretes, hogy egy-egy témakör elsajátításában és általában a tanulási /tanítási/ folyamatban nagy szerepe van az adott témakörhöz tartozó fogalmaknak, a fogalmi kapcsolatoknak és a fogalmi strukturák kialakulásának, bővülésének. Lényeges, hogy kialakuló fogalmaink hogyan kapcsolódnak más, már ismert fogalmakhoz, hogyan épülnek be a már meglévő fogalmi strukturába. A kialakulás folyamatát segíti az, ha az új

fogalmak több "szálon" kapcsolódnak egymáshoz és a már korábban megtanultakhoz. Az új fogalmak tanításánál az első és egyben leggyakoribb prezentálási mód a verbális, szöveges forma, melyet esetenként kiegészíthetünk a fogalmi strukturát illusztráló szemléltetéssel.

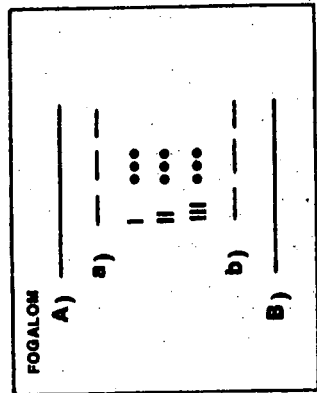
Kiválasztottunk néhány általánosan ismert, tankönyvekben is szereplő szemléltetési módot /ez az első figyelembe vett tényező, prediktor/, és azt a kérdést tettük fel, hogy ezek hogyan befolyásolják a fogalmi struktúra elsajátítását. Az alapkérdés tehát a szemléltetési módok egymáshoz való viszonya volt, nem pedig az, hogy mennyivel javul a teljesítmény a tananyag feldolgozása során /ez utóbbi kérdés megválaszolása elő- és utómérést tett volna szükségessé/.

A tanulók által feldolgozandó tananyag szöveges ismertetést és egy meghatározott módu szemléltetést tartalmazott. Kontrollként a szöveget önmagában is alkalmaztuk. A szemléltetési módok a következők voltak: lista, táblázat, fa- és Venn-diagramm /1. ábra/. Ennek megfelelően a kontrollal együtt öt különböző szemléltetési módu tananyaggal végeztük a kísérletet.

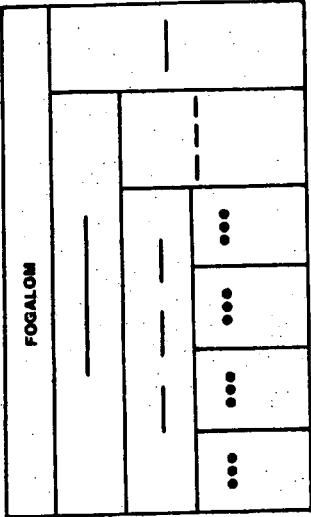
Ezek rendre a következők:

1. Szöveges ismertetés /önálló szöveg/.
2. Szöveges ismertetés + lista.
3. Szöveges ismertetés + táblázat.
4. Szöveges ismertetés + fa-diagramm.
5. Szöveges ismertetés + Venn-diagramm.

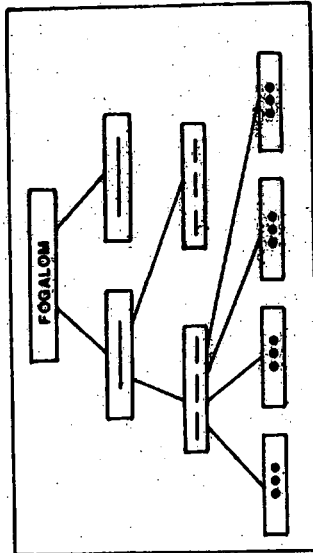
Egy fogalmi struktúra valamely realizációja, konkrét megjelenése mindig meghatározott témakörhöz kapcsolódik - nem önmagában az üres strukturát tanítjuk, hanem meghatározott fogalmak strukturáját. Így a tanulók számára készített anyagok valamilyen jól körülhatárolt témakör /ez a második figyelembe veendő prediktor/ alapvető fogalmait és azok kapcsolatát tartalmazták. Azt az igen egyszerű esetet vizsgáltuk, amelynél a fogalmi struktúra azonos, hierarchikus szerkezetűek /legalább három, legfeljebb hat szinttel/. Minden nemfogalomhoz a fajfogalmak egy osztályozást reprezentáltak, azaz a fajfogalmak együttesen kimerítették a nemfogalmat, és a fajfogalmak között nem volt átfedés /diszjunkt és kimerítő fajfogalmak/.



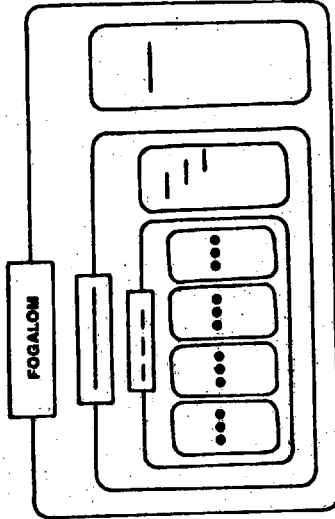
LISTA



TÁBLAZAT



FA - DIAGRAM



VENN - DIAGRAM

Megjegyzendő, hogy a lista, a fa-diagramm és a táblázat nem is túl célszerű ábrázolási mód átfedő fajfogalmak esetén; a Venn-diagrammnál viszont a kimerítési tulajdonság okoz bonyodalmat.

Tekintettel arra, hogy a szemléltetési módok hatása áll érdeklődésünk középpontjában, de ezt mindig csak konkrét témakörrel együtt - esetleg azzal kölcsönhatásban - tudjuk vizsgálni, a témakör okozta zavaróhatást úgy szűrhetjük ki, hogy nem egy, hanem több témakörhöz kapcsolódva végzünk vizsgálatokat. Így olyan eredményekhez juthatunk, amelyek lehetővé teszik a szemléltetési mód és a témakör hatásának szétválasztását, mégpedig úgy, hogy minden szemléltetési módot több témakörrel kombináltan szerepeltetünk.

Bizonyos - a későbbiekben nyilvánvalóvá váló - megfontolások miatt célszerű volt a szemléltetési módok számának megfelelően öt témakör kiválasztása. Ezek rendre a következők:

1. A mondatok osztályozása /szerkezetük alapján/.
2. Valós számok fogalma.
3. Az ember helye az élőlények rendszerében
4. A művészetek osztályozása.
5. Kémiai anyagok.

Miután öt témát tanítottunk, az öt témakör mindegyikéhez külön-külön kellett mérőeszközt szerkeztetnünk az elsajátítás fokának meghatározásához. Az öt téma az öt szemléltetéssel kombinálva 25 változatot adott. Ez olyan nagy szám, ami már komoly gondot jelent a kísérlet elvégzésénél.

- Egy teljességre törekvő kísérletnél ui. minden kísérleti személynek /tanulónak/ 25 tananyaggal kellett volna megismerkedni-e és ugyanennyi /25/ mérésben résztvennie. Ez azon túl, hogy időt, terhelést tekintve elvégezhetetlen, még azzal a hátránnyal is jár, hogy a megfigyelések függetlensége nem biztosítható /minden témakör ötször szerepel és minden szemléltetési mód is öt alkalommal fordul elő ugyanazon tanulónál/.

- Másik szélső esetként az kínálkozna, hogy minden témakör-szemléltetési mód párosítást /25 kombináció/ más-más tanuló bevonásával vizsgáljunk. Ekkor azonban egy újabb torzító hatás - a kísérleti személy torzító ha-

tása - lépne be a vizsgálatot befolyásoló tényezők közé. Ezt a hatást csökkenthetjük azzal, hogy a vizsgálat egységül nem egy tanulót, hanem a tanulók egy csoportját - a természetes iskolai egységet - az osztályt vesszük. Ekkor azonban az elemzés tárgya már nem a tanulói teljesítmény, hanem az osztály átlagos teljesítménye. Meg kell azonban jegyeznünk, hogy a gyakorlatban az osztályok ugyancsak nem megegyezők, különböznek egymástól a tanulókat jellemző mutatók eloszlását tekintve. A szemléltetés hatása tehát nem elemezhető az osztály hatásától függetlenül, így ez harmadik vizsgálandó tényezőként lép be. Ez a harmadik prediktor, amelyet az elemzésnél figyelembe kell vennünk.

Ebben az esetben tehát három tényező hatásával kell szemlennünk és ezek közül alapján véve csak egy - a szemléltetési mód - érdekelt bennünket. Egy prediktort kívántunk vizsgálni, de szükségszerűen háromhoz jutottunk. Többek között ezen probléma feloldására dolgozták ki a matematikai statisztikában - ésszerű kompromisszum - a "latin négyzet" néven ismert elrendezést, amely a varianciaanalízissel együtt /a tényezők közötti kölcsönhatások elhanyagolhatóságának feltételezése mellett/ lehetővé teszi a szükségszerűen jelenlévő - a vizsgálatban figyelembe vett, de a vizsgálat tárgyát nem képező - zavaró hatások kiszűrését. Esetünkben a latin négyzet elrendezést a következőképpen szemléltethetjük /öt osztály, öt tényező-szemléltetési mód párosítás minden osztályban/:

	O ₁	O ₂	O ₃	O ₄	O ₅
T ₁	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅
T ₂	S ₂	S ₃	S ₄	S ₅	S ₁
T ₃	S ₃	S ₄	S ₅	S ₁	S ₂
T ₄	S ₄	S ₅	S ₁	S ₂	S ₃
T ₅	S ₅	S ₁	S ₂	S ₃	S ₄

E sémában az O_1, O_2, \dots, O_5 az öt osztályt, a T_1, T_2, \dots, T_5 az öt témakört és az S_1, S_2, \dots, S_5 az öt szemléltetési módot jelöli. Ugyanahhoz a feladathoz több statisztikailag egyenértékű latin négyzetes elrendezés konstruálható, így amit bemutatunk, az csak egy a lehetséges megoldások közül. Megjegyezzük, hogy több elrendezés vizsgálatával megbízhatóbb eredményre juthatunk. Sémánkból leolvasható, hogy az egyes osztályokban a különböző témaköröket milyen szemléltetési móddal dolgoztuk fel, például a 2. osztályban a 4. témakörhöz az 5. szemléltetési mód tartozott. Jól látható, hogy mindegyik szemléltetési módot minden témakörre és minden osztályban alkalmaztunk. Ez biztosítja azt /ha statisztikailag igazolható a kölcsönhatások elhanyagolható volta/, hogy a szemléltetési mód hatása az osztály és a témakör hatásától mentesen legyen értékelhető. Ez a kísérleti elrendezés tehát alkalmas a felvetett kérdés vizsgálatára, de az interakcióra vonatkozó feltevés helyességét a kísérlet elvégzése után még tapasztalatiilag igazolni kell. Ennek hiányában ui. a szemléltetési módra vonatkozó következtetéseink hibásak lehetnek, hiszen kiindulásunk hibás.

Az elsajátítás fokát úgy határoztuk meg, hogy megállapítottuk, mely elemeket ismeri a tanuló a fogalmi struktúra kapcsolataiból. Ennek megfelelően mérőeszközeink olyan tesztek voltak, melyek az adott témakör fogalmi kapcsolataira vonatkozó kérdéseket tartalmaztak. A következő kapcsolattípusokat kértük számon:

- legközelebbi nemfogalom
- nem a legközelebbi nemfogalom
- fajfogalmak felsorolása
- stb.

Ugyanakkor többféle feladattípust is alkalmaztunk, nevezetesen:

- a féleletválasztásos egy válfaját,
- a fogalmi kapcsolatokra vonatkozó állítások igazságának eldöntését,
- hiányos mondatok kiegészítését úgy, hogy igaz állításokat kapjunk,
- felsorolással kombinált eldöntendő kérdéseket.

A teszt értékének és egyuttal a fogalmi struktúra elsajátítási fokának mértékeként a helyesen megválaszolt kérdések számát tekintettük.

Mint minden teszttel kapcsolatban, itt is felmerül a reliabilitás és validitás kérdése. A reliabilitásra /alsó becslés!/ tesztenként /témakörönként/ 0,8 körüli értékek adódtak /tesztfeleléses módszerrel a Spearman-Brown formulával számolva/. A külső validitást logikai validitás-ellenőrzéssel helyettesíthetjük: a kérdések közvetlenül a mérendő fogalmi kapcsolatra irányultak /a teszt elemei direkt módon a fogalmak kapcsolatára kérdeznek rá/, így ez további vizsgálatot nem igényel. Az ítémekekre vonatkozó validitás-ellenőrzés /az elemek és a tesztérték közti korreláció témakörönként/ azt mutatja, hogy előfordul néhány a későbbiekben esetleg módosítandó, variabilitást nem mutató kérdés.

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy mérőeszközünk - ha nem is a legmagasabb, de méretének megfelelő szinten - eleget tesz a megbízhatósági és validitási követelményeknek.

Ezek után bemutatjuk, hogy latin négyzetes elrendezésű kísérletünk az előzőekben ismertetett mérőeszköz felhasználásával milyen eredményeket szolgáltatott, hogyan alakultak a tananyagok feldolgozását követően megfigyelhető teljesítmények a 14 éves korosztály tanulóiánál. A kísérletbe bevont tanulók 666 mérőlapot töltöttek ki. A tanulók száma feldolgozott témakörönként, osztályonként, szemléltetési módonként a latin négyzetes elrendezés szerinti bontásban a következőképp alakult:

	0 ₁	0 ₂	0 ₃	0 ₄	0 ₅
T ₁	S ₁ :21	S ₂ :24	S ₃ :34	S ₄ :26	S ₅ :26
T ₂	S ₂ :21	S ₃ :24	S ₄ :35	S ₅ :26	S ₁ :28
T ₃	S ₃ :20	S ₄ :25	S ₅ :34	S ₁ :29	S ₂ :29
T ₄	S ₄ :21	S ₅ :24	S ₁ :34	S ₂ :18	S ₃ :30
T ₅	S ₅ :20	S ₁ :25	S ₂ :34	S ₃ :28	S ₄ :30

Az átlagos teljesítmény /5 osztályra, 5 témakörre, 5 szemléltetésre/: 34,43

Minimális teljesítmény: 13

Maximális teljesítmény: 39

A teljesítmény szórása: 3,79

Az átlag standard hibája: 0,75

Ezek után varianciaanalízissel azt vizsgáltuk, hogy a három figyelembe vett hatás /a három prediktor: szemléltetési mód, témakör, osztály/ külön-külön és együttesen eltéríti-e az osztályátlagot a 34,43 értéktől, és ha igen, milyen irányban és mértékben.

Tekintsük át e célból először megfigyeléseink eredményeit /az átlagok alakulását - osztályonként, témakörönként, szemléltetési módonként/ a latin négyzetes elrendezésben:

	O_1	O_2	O_3	O_4	O_5
T_1	$S_1:35,9$	$S_2:35,8$	$S_3:35,1$	$S_4:36,0$	$S_5:36,4$
T_2	$S_2:33,4$	$S_3:36,4$	$S_4:36,0$	$S_5:35,8$	$S_1:34,2$
T_3	$S_3:32,0$	$S_4:34,7$	$S_5:34,6$	$S_1:35,1$	$S_2:34,4$
T_4	$S_4:33,9$	$S_5:36,6$	$S_1:33,2$	$S_2:27,4$	$S_3:34,6$
T_5	$S_5:31,6$	$S_1:35,8$	$S_2:33,3$	$S_3:32,6$	$S_4:33,9$

A táblázat adatai közvetlenül nem értékelhetők, mivel minden cellában a prediktorok más-más érték-kombinációjának hatása jut kifejezésre. A varianciaanalízis az átlagoktól való eltérések négyzetösszegei és azok szabadságfoka segítségével ad választ az előbb feltett kérdésre, nevezetesen arra, hogy okoznak-e a figyelembe vett hatások önmagukban, vagy a többiekkel kölcsönhatásban lényeges eltérést a minta átlagától. A számítások elvégzéséhez először a teljes négyzetösszeget kell felbontanunk komponenseire és megállapítani az egyes komponensek szabadsági fokát. Majd ezekre építve végezhetjük el a statisztikai próbát /F-próba/, amivel eldönthetjük, hogy a hatás hiányára vonatkozó hipotézist el kell-e vetnünk. Más szavakkal:

kiindulásként feltételezzük, hogy a szemléltetési mód nincs hatással a teljesítményekre, majd F-próbával ellenőrizzük hipotézisünket. Amennyiben a próba eredménye az, hogy hipotézisünket el kell vetnünk, akkor ahhoz a következtetéshez jutunk, hogy a különböző szemléltetési módokhoz tartozó átlagértékek között van legalább egy olyan, amely szignifikánsan eltér a többitől és ezzel a teljes minta átlagától. Ez egyuttal azt is jelenti, hogy a vizsgált tényező /esetünkben: a szemléltetési mód/ hatása nem elhanyagolható, a különbségek szignifikánsak, nem véletlenszerűek.

Tekintsük ezek után a varianciaanalízis és a hozzátartozó F-próba elvégzéséhez kapott értékek táblázatát:

	Eltérések négyzet- összege	Szabad- sági fog	Hányados
Teljes	9566	665	14,4
Szemléltetés	286	4	71,5
Téma	627	4	156,8
Osztály	351	4	87,6
Szemléltetés-osztály	1371	16	85,7
Szemléltetés-téma	1105	16	69,1
Osztály-téma	1023	16	63,9
Hiba	4803	605	7,9

Megjegyezzük, hogy a hiba a három hatás interakcióját is tartalmazza, ez utóbbit nem számítottuk ki külön. E táblázatból leolvasható az, hogy mind a figyelembe vett tényezők, mind azok páronkénti interakciója önmagában is szignifikáns hatást mutat, de az interakciók hatása nem olyan nagy, hogy elfedhesse az önálló hatásokat.

Az érdeklődésünkre elsősorban számottartó szemléltetés hatásának értékeléséhez tartozó /latin négyzetre épülő/ variancia-felbontás táblázata az interakciós hatások hiányának feltételezésével /kölsönhatások beolvasztva a hibatagba/ a következőképp alakul:

	Négyzet összeg	Szabad- sági fok	Hány- dos	F
Teljes	9566	665	14,4	
Szemléltetés	286	4	71,5	5,6
Téma	627	4	156,8	12,3
Osztály	351	4	87,6	6,9
Hiba	8302	653	12,7	

$$F[4;653] = 3,34 \quad /99\% \text{-os szinten}$$

Ennek alapján az állapítható meg, hogy a szemléltetés hatása minden gyakorlatban használatos szinten szignifikánsnak tekintendő, annak ellenére, hogy a kölcsönhatások sem elhanyagolhatóak. A hibatagba való beolvasztásuk sem zavarja ugyanis jelentősen a szemléltetési mód önálló hatásának érvényrejutását - nem növelik meg annyival a hibát, hogy ez változtatna a szignifikancia meglétén.

Ha a latin négyzetes elrendezésből összevonással kapott /prediktorként, hatásként csak a szemléltetési módot figyelembe vevő/ táblára végzünk egytényezős varianciaanalízist, még mindig minden szinten szignifikáns hatást állapíthatunk meg.

$$/F[4;661] = 4,89/$$

Ebből következik, hogy a téma és az osztály összegzéssel ki nem szűrhető hatásának beolvasztása a hibatagba nem fedi el a szemléltetés hatását. Ha ugyanis nincs kölcsönhatás, vagy nem lényegesek a kölcsönhatások, akkor az összevonás teljesen kiszűri a másik két tényező hatását. Esetünkben viszont a másik tényezőkből megmaradó és a kölcsönhatásból származó hatások a hibában gyűlnek össze.

Megállapíthatjuk tehát, hogy a varianciaanalízis eredményei alapján a kutatási célkitűzésben feltételezett hatás létezik, azaz a szemléltetési mód hatása szignifikáns, de erősségét tekintve a harmadik helyre szorul a témakörből és az osztályból eredő különbségek mögött. Ezért szerencsétlen eset-

ben előfordulhatott volna olyan kísérleti elrendezés is, amelyben e kettő hatása elnyomta volna a szemléltetését. Ennek a lehetőségnek az elkerülését éppen a latin négyzetes elrendezéssel biztosítottuk.

A többváltozós predikcióról a bevezetőben mondottaknak megfelelően még arra kell választ keresnünk, hogy

- milyen mértékben határozzák meg prediktoraink a tanulási teljesítményt, és
- hogyan becsülhető az átlagos teljesítmény a prediktorok segítségével.

A válasz megadásához olyan matematikai modellt alkalmaztunk, amely a varianciaanalízisre épül az additivitás feltételezése mellett. Ez lényeges általánosítás a lineáris /regressziós/ modellhez viszonyítva, hozzáátéve azt, hogy míg ez a modell nominális prediktorok esetén is körrekt módon alkalmazható /és prediktoraink ilyenek!/, a regresszió ekkor teljesen értelmetlen. Az általunk használt modell az MCA /Multiple Classification Analysis/, mellyel a következő eredményeket kaptuk. A szemléltetési mód átlagtól való eltérítő hatása:

S_1	: SZÖVEG :	0,42
S_2	: LISTA :	-0,59
S_3	: TÁBLÁZAT :	-0,97
S_4	: FA-DIAGRAMM :	0,39
S_5	: VENN-DIAGRAMM :	0,70

A modell alapján tehát a kísérletben szereplő valamely osztály átlagteljesítménye a következőképpen becsülhető meg előre:

$$\text{OSZTÁLY-ÁTLAG} = \underline{34,43} + \begin{matrix} S \\ \left\{ \begin{array}{c} 0,42 \\ -0,59 \\ -0,97 \\ 0,39 \\ 0,70 \end{array} \right\} + \begin{matrix} O \\ \left\{ \begin{array}{c} -1,04 \\ 1,23 \\ 0,04 \\ -0,75 \\ 0,31 \end{array} \right\} + \begin{matrix} T \\ \left\{ \begin{array}{c} 1,45 \\ 0,78 \\ -0,18 \\ -0,97 \\ -1,06 \end{array} \right\} + \text{HIBA}$$

Ennek megfelelően a 2. szemléltetési móddal
 az 5. osztályban
 a 3. témakörben

várható teljesítményként

adódik $34,43 - 0,59 + 0,31 - 0,18 = 33,97$

A modellből megállapítható az is, hogy mekkora az előrebecslésben az egyes tényezők súlya:

SZEMLELTETÉS: 0,18
 OSZTÁLY: 0,20
 TÉMAKÖR: 0,26

/A többváltozós regresszióanalízissel analóg módon a β -knak megfelelő suly./

A varianciaanalízisbeli következtetésekkel összhangban megállapíthatjuk, hogy e modellben is a szemléltetés kapja a legkisebb súlyt az elemzésbe bevont tényezők közül, de szerepe még így is szignifikáns. Ez a módszer választ ad arra is, hogy a figyelembe vett hatások mennyire alkotnak teljes /kimerítő/ rendszert az alkalmazott fogalomstruktúra elsajátításával kapcsolatos teljesítmény-mutató meghatározásában, azaz számolnunk kell-e más tényezőkkel is ennek alakulásában. E kérdés megítéléséhez a megmagyarázott variancia aránya ad segítséget. Mivel ennek értéke 0,12, megállapíthatjuk, hogy a vizsgáltakon kívül más tényezők is jelentősen befolyásolják a tanulók, és így az osztályok teljesítményét.

Mint azt a bemutatott elemzés illusztrálja, annak a látványosan egyszerű kérdésnek a megválaszolása is, hogy a különböző szemléltetési módok hogyan segítik a fogalomstruktúra kialakulását, bővülését, rögzítését, már összetett matematikai apparátust, többváltozós statisztikai elemzést igényel.

Összefoglalva kísérletünk és elemzéseink eredményeit, arra a következtetésre jutottunk, hogy a tanulmányozott jelenségben a szemléltetési mód szignifikáns hatótényező, de nem az egyetlen jelentős faktor a fogalmi struktúra elsajátításával kapcsolatos teljesítmény alakulásában. Továbbá, a kísérletnél eddig figyelembe vett három tényező /téma, osztály, szemléltetés/ együttes hatása /12 %/ is gyenge /bár szignifikáns/ a vizsgálatba be nem vontakéhoz képest /88 %/. A tel-

jesítményt növelő hatást tekintve a szemléltetési módok sorrendjére a következő adódott:

1. Venn-diagramm
- 2.-3. Szöveg
- 2.-3. Fa-diagramm
4. Lista
5. Táblázat

A legjobb eredményeket tehát a Venn-diagrammos szemléltetés mellett várhatjuk. A hatás összevetése a kontrolléval azt sugallja, hogy az általunk alkalmazott egyes szemléltetési módok inkább nehezítették, mint segítették a fogalmi struktúra megértését, rögzítését. Erre egy lehetséges magyarázat az, hogy a használt szemléltetési módok nem mindegyike volt egyformán ismert a tanulók előtt, és ezért nem is jelenthetett tényleges "szemléltetést" a gyermekek számára, de ennek tisztázása további vizsgálatot igényel.

Irodalom

- MESZÉNA György-ZIERMANN Margit: Valószínűségelmélet és matematikai statisztika. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Bp., 1981
- HORVÁTH György: A tananyag és a tankönyv strukturája. Tankönyvkiadó, Bp., 1972
- VIGOTSZKIJ, L.Sz.: Gondolkodás és beszéd. Akadémiai Kiadó, Bp., 1967
- VOJSVILLÓ, J.K.: A fogalom. Gondolat, Bp., 1978
- QUINE, W.V.G.: A logika módszerei. Akadémiai Kiadó, Bp., 1968
- HAVAS Péter: A természettudományos fogalmak alakulása. Akadémiai Kiadó, Bp., 1980
- SZIGETVÁRI Sándor: A fogalmak dialektikája. Akadémiai Kiadó, Bp., 1981
- ÉLTETŐ Ödön-MESZÉNA György-ZIERMANN Margit: Sztochasztikus módszerek és modellek. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Bp., 1982
- DR.SVÁB János: Többváltozós módszerek a biometriában. Mezőgazdasági Kiadó, Bp., 1979
- VINCZE István: A statisztikai következtetés és korlátai. Magyar Tudomány, 1981/11-12.
- ANDREWS, F.M., MORGAN, J.N., and SONQUIST, J.A.: Multiple Classification Analysis. Ann Arbor: Institute for Social Research, University of Michigan, 1967
- HAYS, W.L.: Statics for Psychologists. New York, Holt, 1963

Frau Margit Hunya

Mathematische statistische Methoden mit mehreren
Veränderlichen in den pädagogischen Forschungen

In der Einleitung gibt die Verfasserin einen Überblick darüber, was für eine Hilfe die von den mathematischen statistischen Methoden mit mehreren Veränderlichen hervorgehobene Struktur-Untersuchung und die Prädiktionsanalyse zur Beantwortung von Fragen leistet, und warum diese Methoden eine so wichtige Rolle in der Bearbeitung der Ergebnisse zahlreicher pädagogischer Forschungen spielen. Zur Anwendung eines spezifischen Prädiktionsmodells stellt sie eine pädagogische Untersuchung dar, in der das Versuchsziel die Entscheidung dessen war, inwiefern die unterschiedlichen Veranschaulichungsweisen die Herausbildung der Begriffsstruktur bzw. ihre Erweiterung fördern. Sie hat die allgemein bekannten und auch in den Lehrbüchern vorkommenden Listen, Tabellen, Baum- und Venn - Diagramme zur Veranschaulichung angewandt und - zur Kontrolle - die selbständige textuelle Beschreibung. Da die Exemplifikation weder vom Themenkreis noch vom Schüler /von der untersuchten Person bzw. Klasse/ unabhängig untersucht werden kann, muss man in den Analysen auch mit der Wirkung des Themas und der Klasse rechnen. Die Verfasserin hat sich bei der Lösung ihrer Aufgabe auf die mathematische Statistik gestützt, namentlich auf das sogenannte lateinische Quadrat als experimentelles Anordnungsprinzip, zu dessen Untersuchung sich die Varianzanalyse als Mittel gut eignet. Unter gewissen Voraussetzungen wird dadurch die Ausseihung der Wirkungen möglich, die zwar notgedrungen da sind, aber nicht zum Gegenstand der Untersuchung gehören. Es geht aus der Untersuchung als Ergebnis hervor, dass die Wirkung der Exemplifikation signifikant ist, obwohl diese Wirkung hinsichtlich ihrer Stärke nur den dritten Platz hinter den Unterschieden einnimmt, die sich aus dem Themenkreis und aus der Klasse ergeben. Ferner hat sie unter Anwendung eines

MCA - Modells angegeben, wie die durchschnittliche Leistung einer Klasse mit Hilfe ihrer Prädiktoren eingeschätzt werden kann. Hinsichtlich der die Leistung erhöhenden Wirkung hat sich folgendes für die Reihenfolge der Exemplifikationsweisen ergeben: Venn - Diagramm, Text, Baumdiagramm, Liste, Tabelle. Die Analyse deutet auch darauf hin, dass man in der Gestaltung der Parameter der Aneignung der Begriffsstruktur auch mit Faktoren zu rechnen hat, die hier ausser acht gelassen wurden.