Hunya Péterné

FUZZY LOGIKAI MÓDSZEREK ALKALMAZÁSA VÁLASZTÁSI TENDENCIÁK MEGHATÁROZÁSÁRA

A pedagógiai gyakorlatban sűrűn találkozunk olyan feladatokkal, melyekben arra kérjük a felmérésben résztvevőket (a vizsgált személyeket), hogy lehetséges változatokat (alternatívákat) rangsoroljanak vagy válasszák ki közülük a számukra legfontosabbakat (legvonzóbbakat, legérdekesebbeket stb.), esetleg ugyancsak rangsorolva azokat.* Hasonló esettel állunk szemben akkor is, ha például azt kérdezzük, hogy milyen tevékenységi körökben vesz részt valaki, - csak itt a kiválasztás, rangsorolás már jóval korábban (amikor az adott tevékenységkörökben való részvételt eldöntötte) történt meg és a kérdésünkre adott válasz már csak ennek a korábbi választásnak az eredményét regisztrálja. Akár kifejezetten rangsorolást kérünk, akár bizonyos alternatívák kiválasztására hívunk fel, vagy akkor is amikor osztályzattal minősítünk, egyaránt rangsorolásról van szó, csak a rangsor az első esetben közvetlenül adódik, a másodikban minden kiválasztott megelőzi az összes nem kiválasztottat, a harmadikban pedig az osztályzat alapján alakíthatjuk ki a rangsort. Ezen főbb típusok mellett a rangsorolás számos más változata is előfordul kutatásainkban, de úgy véljük, ennyi is elég annak illusztrálására, hogy ezzel a feladattípussal lépten-nyomon találkozunk. Ahhoz, hogy a kapott eredményeket mélyrehatóan és sokrétűen elemezhessük, megfelelő matematikai módszerekre

----

*Megjegyezzük, hogy az alternatíva eredeti jelentése: a kétféle választási lehetőség valamelyike. A szakirodalomban azonban akkor is ezt az elnevezést használják, ha nem kettő, hanem több választási lehetőség valamelyikéről beszélünk, bár ez elvileg helytelen. Az újabb angol értelmező szótárakban azonban az utóbbi is helyes szóhasználatnak minősül, ellentétben a konzervatívabb régi szótárakkal.

van szükségünk. Már az előző példákból is látható azonban, hogy nem minden esetben kapunk egyértelmű sorbarendezést, hiszen amikor például a három legfontosabb változat kiválasztását kérjük, akkor csak annyit tudunk, hogy minden kiválasztott fontosabb minden ki nem választottnál, de sem az első, sem a második csoport tagjainak egymás közötti fontossági viszonyáról már nem állíthatunk semmit. Kissé általánosabban tekintve ezt a problémát, egy a sorbarendezésnél ~~mint~~ viszonynál (matematikai szakkifejezéssel: relációnál) általánosabb kapcsolat-struktúrához jutunk (1.a és 1.b ábra).

Más irányú általánosítást követel az az igény, hogy az alternatívák egymás közötti viszonyáról ne csak abszolút módon állító vagy tagadó kijelentést tehessünk, hanem megengedjük a viszonyra vonatkozó alacsonyabb vagy magasabb bizonyosságú megállapítások kezelését is.

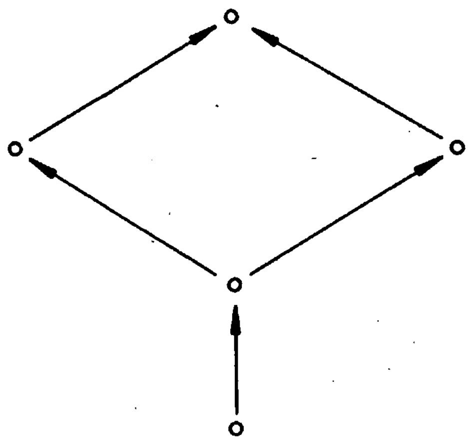
Az elsőként említett általánosítás kezelésére a relációs struktúrák elmélete, a másodikra a nem klasszikus logikák bizonyos típusai adnak számunkra hatékony eszközöket. Az utóbbiak közül a "nem éles" logikát, az eredeti és nálunk is meghonosodott kifejezéssel élve fuzzy (fázi) logikát fogjuk használni a továbbiakban.

Az alternatívák közötti viszony leírásának eszközei

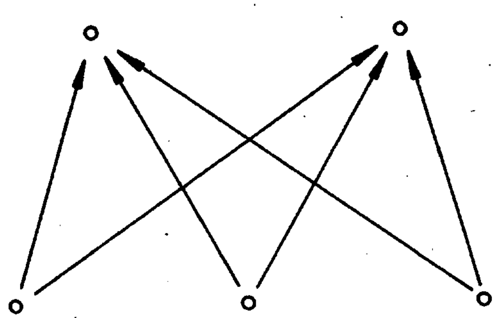
Induljunk ki abból, hogy egy adott feladatnál az a_1, a_2, a_3,...a_n alternatívák összességével (halmazával) dolgozunk, és ezt a halmazt A-val jelöljük. Formálisan:

$$A=\{a_1, a_2, \dots a_n\}.$$

Ha a feladat az egyszerű sorbarendezés, amelyben a_{i_1} az első, az a_{i_2} a második stb., a_{i_n} az utolsó helyre rangsorolt alternatíva, akkor ennek leírását megadhatom a következő állítássorozattal:



1.a ábra



1b ábra

$$a_{i_1} \text{ megelőzi } a_{i_2}\text{-t}$$
$$a_{i_2} \text{ megelőzi } a_{i_3}\text{-t} \qquad (1)$$

stb.

$$a_{i_{n-1}} \text{ megelőzi } a_{i_n}\text{-t.}$$

Ha u.i. tudom, hogy sorbarendezésről van szó, hallgatólagosan azt is feltételezem, hogy minden előrébb álló megelőz minden hátrább lévő alternatívát és egyetlen hátrább álló sem előz meg egyetlen előrébb állót sem. Így tulajdonképpen lényegesen több állítás igazságáról van információnk, mint amiket explicit módon fentebb felsoroltunk abból adódóan, hogy tudjuk: sorbarendezésről van szó és a sorbarendezési viszony alapján az összes "a_i megelőzi a_j-t" alakú állítás igazságértéke megállapítható a fenti (1) kijelentések alapján.

Az alternatívák közötti olyan viszonyokat, mint például az "a_i legalább olyan jó mint a_j"; vagy az "a_i legalább olyan fontos mint a_j"; vagy az "a_i legalább olyan előnyös (szép, jelentős, hasznos, hatékony stb.) mint a_j" -sok közös tulajdonságuk miatt azonos módon tudjuk kezelni, közös névvel "gyenge" preferencia relációnak szoktuk nevezni (a_i legalább olyan preferált mint a_j) és röviden az

$$a_i \precsim a_j$$

jelölést használjuk kifejezésére (megadására). Gyakran találkozunk a preferencia relációk szigorú formájával is. Ilyen például: "a_i jobb mint a_j"; "a_i fontosabb mint a_j" stb. A köznapi használatban alapfeltevésünk itt már nem mond olyan sokat mint a sorbarendezésnél. A gyenge preferencia relációnál általánosan elfogadottnak csupán annyit tekinthetünk, hogy minden alternatíva önmagával relációban van (a_i legalább olyan jó mint a_i), a szigorú preferenciánál pedig azt, hogy egyetlen alternatíva sincs relációban önmagával (soha nem igaz az, hogy "a_i jobb mint a_i"). Ez sajnos azzal a következménnyel jár, hogy minden konkrét esetben külön kell nyilatkoznunk - az előbb említettek kivételével - minden $a_i \lesssim a_j$ (vagy $a_i \prec a_j$) igazságértékéről. Még azt sem tételezhetjük fel, hogy $a_i \prec a_j$ -ből következne, hogy $a_j \prec a_i$ nem áll fenn, ami ugyan némi következetlenségnek tűnhet, de bizonyos alkalmazásokban valódi tartalmat hordoz. Szavakban kifejezve itt arról van szó, hogy például az a_i alternatíva határozottan előnyösebb mint az a_j és egyidejűleg az is igaz, hogy az a_j határozottan előnyösebb mint az a_i. Hasonló helyzet az is, amikor $a_i \prec a_j$, $a_j \prec a_k$ és $a_k \prec a_i$ (ez azt jelenti, hogy egy kört alkotva a_i, a_j és a_k jobbak egymásnál).

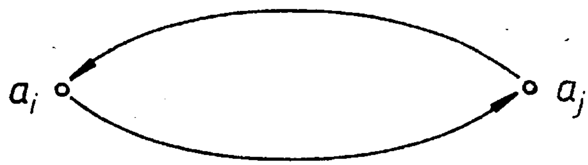
A továbbiakban általában csak a gyenge preferenciáról fogunk beszélni, mivel majdnem minden vonatkozásban azonos módon kezelhető a szigorú preferenciával. Ahol ettől eltérés van, ott ezt külön meg fogjuk jegyezni.

Az alternatívák közötti viszonyt szemléletes formában is ábrázolhatjuk oly módon, hogy az alternatíváknak egy gráf pontjai felelnek meg, a közöttük lévő reláció fennállását pedig az őket összekapcsoló nyilak reprezentálják. E szerint

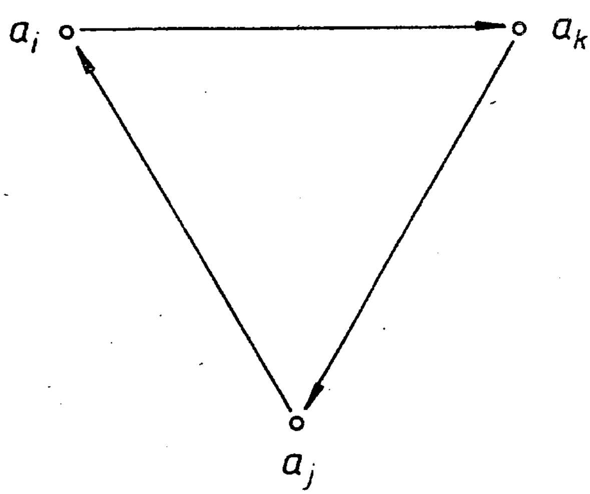
$a_i \lesssim a_j$ grafikus megfelelője: $\underset{a_i}{o} \longleftarrow\!\!\!-\!\!\!-\!\!\!-\!\!\!-\!\!\!-\!\!\!-\!\!\!-\; \underset{a_j}{o}$

Ugyanezt a szemléltetési módot alkalmazhatjuk szigorú preferencia esetén is, mivel egy-egy feladatnál vagy az egyik vagy a másik preferencia-típussal kell dolgozunk, így egy ábrán belül keverten nem fordulhatnak elő.

A fentebb említett "ellentmondásos" példák egyike az $a_i \prec a_j$ és $a_j \prec a_i$, aminek grafikus megfelelőjét a 2. a ábrán, másika az $a_i \prec a_j$ és $a_j \prec a_k$ és $a_k \prec a_i$, melynek megfelelőjét a 2.b ábrán szemléltetjük. Megjegyezzük, hogy az 1.a és 1.b ábránál, már megelőlegezetten ezt a jelölésmódot alkalmaztuk.



2.a ábra



2.b ábra

A grafikus ábrázolási mód néhány alternatíva esetén nagyon szemléletesen adja vissza a fennálló viszonyt, de az alternatívák számának növekedésével már áttekinthetetlenné válhat, a struktúra számítógépes segítséget igénylő elemzése pedig ilyen reprezentáció alapján egyenesen megoldhatatlan. Van azonban egy olyan megjelenítési forma, amely két irányból kiindulva is felépíthető és minden vonatkozásban megfelel további céljainknak. Ha az összes $a_i \lesssim a_j$ alakú állítást tekintjük ($i=1, 2,...,n$; $j=1, 2,...,n$), megállapíthatjuk, hogy igazságértékük egy n x n-es táblázatba - szakkifejezéssel: mátrixba - rendezhető. Ez a mátrix legyen az alábbi:

$$
\begin{array}{cc}
R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ \cdot & & & \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \end{bmatrix} \\
\begin{bmatrix} a_1 & a_2 & \dots & a_n \end{bmatrix} &
\end{array}
$$

és ebben a mátrixban az r_{ij} elem értéke legyen 1, ha $a_i \lesssim a_j$ (ha a_i legalább olyan jó mint a_j; ha a_i legalább olyan fontos mint a_j stb.), ha nem, akkor 0. E mátrixokból soronként haladva könnyen leolvashatjuk, hogy a sornak megfelelő alternatíva mely alternatívákkal áll preferencia kapcsolatban. Az első sor az első, a második sor a második, a harmadik sor a harmadik alternatívának felel meg. Ugyanez a megfeleltetés vonatkozik az oszlopokra is (az első az elsőnek, a második a másodiknak stb. felel meg). Ezt a mátrix alá és mellé helyezett vektorokkal is jeleztük. Ugyanehhez az eredményhez jutunk azon az úton is, ha a grafikus ábrázolási formán keresztül haladunk, de a mátrixban az r_{ij} elem akkor lesz 1, ha az a_j csúcsból vezet nyíl az a_i csúcsba, ellenkező esetben pedig 0. Így a logika mint segédeszköz felhasználásával olyan reprezentációs módhoz jutottunk, amely azon túl, hogy majd az elemzéshez szükséges számításokat könnyen elvégezhetővé teszi, egyben arra is közvetlen lehetőséget ad, hogy a bonyolultabb struktúrák mellett a bevezetőben említett másik általánosítást is kezelhessük.

Az állítások hihetőségének, bizonyosságának figyelembevétele

Az eddigiekben, amikor az "a_i legalább olyan jó mint a_j" vagy az "a_i jobb mint a_j" állítások igazságértékéről beszéltünk, a klasszikus logika "fekete-fehér" világában mozogtunk. Úgy tekintettük, hogy állításaink vagy abszolút módon igazak vagy abszolút módon hamisak, több lehetőséget nem engedtünk meg, és természetesen minden ilyen állításunk egyértelműen besorolható az igaz és a hamis kategóriák közül pontosan az egyikbe. A valóságban azonban az állítások világa sokkal árnyaltabb. Annak a kijelentésnek az igazságértéke például, hogy "Az út csúszós." még ugyanazon utat ugyanazon pillanatban tekintve sem egyértelműen igaz vagy hamis. Gondoljunk arra, hogy ez az állításunk más és más mértékben igaz egy gyalogos, egy kerékpáros, egy motoros és egy autós számára. A "valamilyen mértékben igaz" állítások kezelésére javasolta az 50-es évek közepén L. Zadeh a fuzzy logikát, melynek elméletét azóta mélyebben is kidolgozták. Ebben a logikában az igaz és a hamis között minden átmeneti igazságérték is megengedett, így a kijelentések és kijelentéskapcsolatok árnyaltabb kezelését teszi lehetővé. Természetesen szélső esetekben a klasszikus logikával megegyező eredményeket szolgáltat, magába foglalja azt.

A mi problémáinknál is szükségünk van erre az eszközre, hiszen az olyan állítások, hogy az egyik alternatíva jobb (előnyösebb, fontosabb, hasznosabb stb.) a legritkább esetben tekinthető egyértelműen igaznak vagy hamisnak, általában valahol e két végpont között helyezhető el. Méginkább ez a helyzet, ha nem egyéni, hanem közösségi (csoport) véleménnyel dolgozunk: a kollektív vélemény u.i. a legritkább esetben egységes. Még akkor is szükségünk van az átmeneti igazságértékek kezelésére csoportok vizsgálatánál, ha az egyéni válaszokban az alternatívák viszonya teljesen egyértelműen jelenik is meg.

Térjünk vissza ezek után az alternatívák közötti preferencia relációt megadó mátrix-formához. Azt mondtuk, hogy az R mátrix elemei 1 vagy 0 értékűek attól függően, hogy a nekik megfelelő állítások igazak-e vagy hamisak. Ahhoz, hogy a fuzzy logika fogalmaival, szabályaival dolgozhassunk, formálisan nem kell mást tennünk, mint megengednünk, hogy a mátrix elemei 0-n és 1-n kívül minden közbeeső értéket is felvehessenek. Ezek reprezentálják u.i. a fuzzy logikában az átmeneti igazságértékeket. Minél közelebb van egy érték az 1-hez, annál nagyobb mértékben tekintjük a mögötte álló kijelentést igaznak és minél közelebb van 0-hoz, annál inkább hamisnak. Másként fogalmazva, az állításhoz rendelt 0 és 1 közötti érték az állítás hihetőségének mértéke.

Az egyéni vélemények megjelenése és ábrázolása

Térjünk most vissza kiindulópontunkhoz, azaz ahhoz a kérdéshez, hogy felméréseink során milyen formában találkozunk az alternatívák egymáshoz való viszonyát megadó egyéni véleményekkel. Három alaptípust különböztethetünk meg:

- Az elsőnél azt kérjük a válaszadóktól, hogy minden alternatívához rendeljenek hozzá egy számszerűen kifejezhető minősítést. Itt az alternatívák száma és az értékelő skála fokozatainak száma közötti viszonyra semmilyen feltételt sem szoktunk szabni. Általában a 3, 5, 7, 9 fokú skálák használatosak, de találkozhatunk más megoldásokkal is. E skálák két végpontja többnyire szélsőséges vélemény kifejezésére ad lehetőséget (1=rossz, 5=kiváló), a skála középső pontja pedig egy semleges minősítést jelent. (Megjegyezzük, hogy vannak olyan problémák, amelyeknél a vizsgált témának megfelelően vagy csupa negatív vagy csupa pozitív minősítő fokozatot kell megengednünk.) Ilyen például a [4]-ben használt kérdőív 10. sorszámú kérdése: "A következő oldalon található táblázaton ... az utolsó függőleges oszlopba írd be, hogy a felsorolt iskolai közösségek közül számodra melyek a legjelentősebbek. A fontossági sorrendet az

1 - nagyon fontos
2 - fontos
3 - kevésbé fontos
4 - nem fontos

számozással jelezd!"

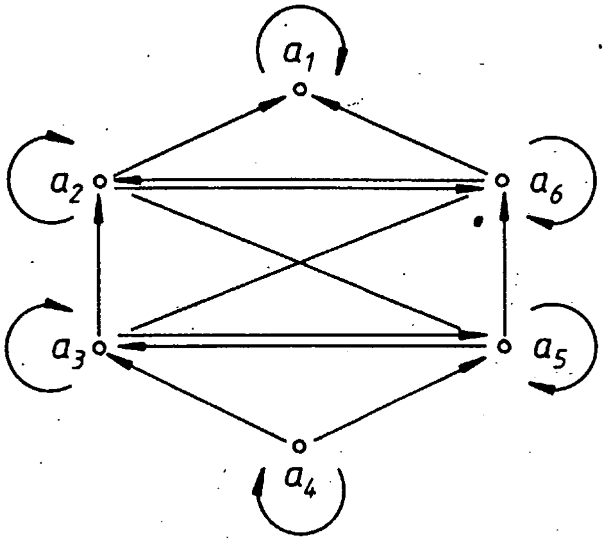
- A második típusnál azt kérjük a válaszadóktól, hogy a felsorolt alternatívák közül válasszanak ki valahányat, és e kiválasztottakat egymás között rangsorolva írják be kódjukat az adatgyűjtő lap megfelelő helyeire. Nyilvánvaló, hogy az esetek többségében a választási lehetőségek száma bővebb mint a ténylegesen kiválasztandóké. Például tíz (vagy előre meg nem határozott számú) alternatíva közül a legfontosabb (legjobb, legszimpatikusabb stb.) hármat kell kiválasztanunk és ragsoroltan megjelölnünk. Ilyen a[4]-ben használt kérdőív 9. sorszámú kérdése: "Ha diákotthonban (kollégiumban) laksz, akkor mely diákotthoni (kollégiumi) közösségek tevékenységében veszel részt? (Például: diákbizottság, lakóközösség, művészeti kör stb.) Fontossági sorrendben sorold fel ezeket a közösségeket!"
- A harmadik típusnál a felsorolt alternatívák mindegyikét tekintve kérünk rangsorolást. Ha az alternatívák száma 15, a ranghelyek száma is ugyanennyi (1-től 15-ig), így tehát az alternatívák és a hozzájuk tartozó minősítések száma ez esetben megegyezik. Ilyen a[4]-ben használt kérdőív 11. sorszámú kérdése: " a következő táblázaton jelöld meg fontossági sorrendben (a

fontossági sorrendet 1, 2, 3, 4... stb. számozással jelezve) azokat az iskolai közösségeket, amelyekben a legjobban meg tudod ismerni iskolatársaidat, osztálytársaidat!"

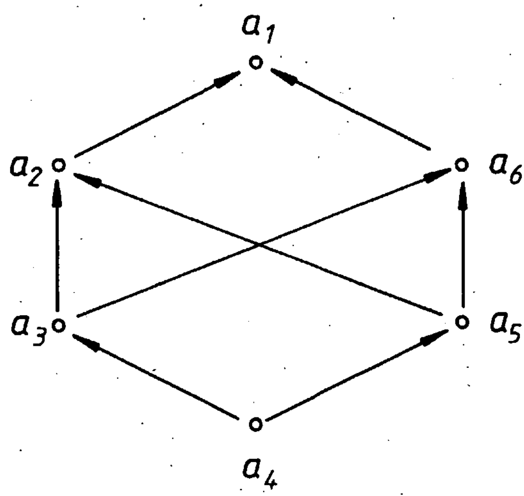
Tekintsük át, hogy az előbb jellemzett három típus milyen információt ad számunkra az alternatívák egymáshoz való viszonyát tekintve? A hiányos válaszok kezelésére nem térünk ki, azok kissé bonyolultabbá teszik a vizsgálatokat, de lényegén nem változtatnak.

Az első típusnál előfordulhat, hogy több alternatíva is ugyanazt a minősítési szintet kapja és lehetséges, hogy bizonyos szintek egy-egy válaszlapon egyáltalán nem fordulnak elő. Az előbbire példa lehet az, hogy három alternatíva is "jó" minősítést kap, az utóbbira pedig az, hogy egyikhez sem rendel a válaszlap "közepes" -t. Úgy tekinthetjük, hogy minden olyan alternatíva, amely magasabb (jobb, fontosabb...stb.) minősítést kapott mint egy másik, megelőzi azt a preferencia relációban, de amelyek megegyező minősítési szinttel jelennek meg, egymáshoz való viszonyukban azonos helyzetet foglalnak el. Meg kell különböztetnünk a gyenge és a szigorú preferencia esetét. A gyenge preferencia relációhoz tartozó viszonyt a 3.a ábra, a szigorúhoz tartozót pedig a 3.b ábra szemlélteti grafikusan. Példánkban az a_1 "jó", az a_2, a_6 "elég jó", az a_3, a_5" tűrhető" és az a_4 "rossz" minősítést kapott; közepes minősítés nem szerepelt. Az ábrán csak a közvetlen preferencia-kapcsolatokat jelöltük, a tranzitivitás feltételezéséből adódó áttételes kapcsolatokat nem, annak érdekében, hogy ábráink áttekinthetőbbek legyenek. Az utóbbiakat hallgatólagosan hozzáértjük a válaszul kapott minősítéseknek megfelelően.

Az előző pontokban bevezetett jelöléssel az alternatívapárok egymáshoz való viszonyára vonatkozó állításokat a fentebbi példa alapján a következőképp adhatjuk meg. Csak az igaz állításokat soroljuk fel azzal a kiegészítéssel, hogy a felsorolásban nem szereplőket hamisnak tekintjük:



3.a ábra



3.b ábra

gyenge preferencia

$a_1 \precsim a_2 \quad a_2 \precsim a_3 \quad a_6 \precsim a_2 \quad a_3 \precsim a_5 \quad a_5 \precsim a_3$
$a_1 \precsim a_6 \quad a_2 \precsim a_6 \quad a_6 \precsim a_3 \quad a_3 \precsim a_4 \quad a_5 \precsim a_4$
$a_1 \precsim a_3 \quad a_2 \precsim a_5 \quad a_6 \precsim a_5$
$a_1 \precsim a_5 \quad a_2 \precsim a_4 \quad a_6 \precsim a_4$
$a_1 \precsim a_4$

szigorú preferencia

$a_1 \prec a_2 \quad a_2 \prec a_3 \quad a_6 \prec a_3 \quad a_3 \prec a_4 \quad a_5 \prec a_4$
$a_1 \prec a_6 \quad a_2 \prec a_5 \quad a_6 \prec a_5$
$a_1 \prec a_3 \quad a_2 \prec a_4 \quad a_6 \prec a_4$
$a_1 \prec a_5$
$a_1 \prec a_4$

Itt most a teljesség kedvéért a tranzitivitásból adódó kapcsolatokat is felsoroltuk. És lássuk végül azt a mátrixos ábrázolási formát, amelyben a páronkénti viszonyt mutató igazságértékek szerepelnek és amelyet a későbbi elemzéseknél alkalmazni fogunk:

$$R_{gyenge} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

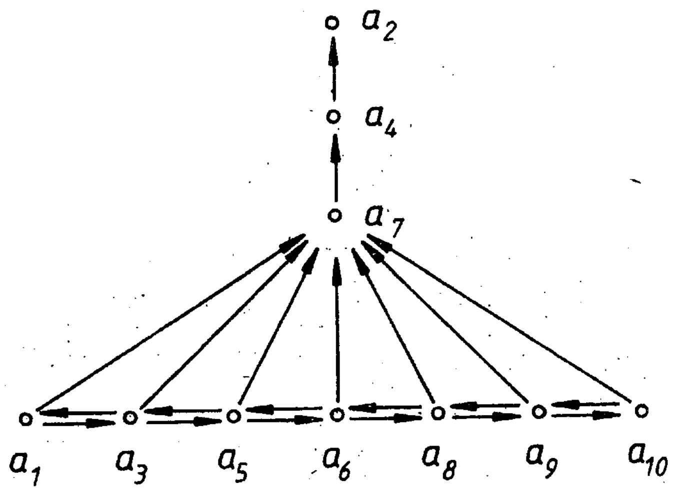
$$R_{szigorú} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ezek a mátrixok most már minden információt tartalmaznak, azokat is, amelyeket az előző ábrázolási módoknál feltevéseink alapján hozzáértettünk az ábrához, illetve a leírtakhoz. Így az ezen alapuló elemzésekhez már semmi kiegészítő adatra nincs szükségünk, csak az R_{gyenge} vagy az $R_{szigorú}$ mátrix-szal kell a továbbiakban dolgoznunk, attól függően, hogy melyik felel meg jobban a vizsgált kérdés tartalmának.

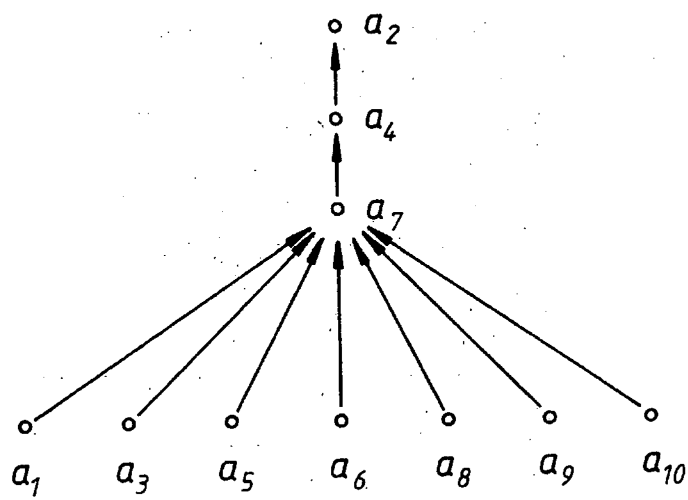
Láthattuk tehát, hogy az első kérdezési ill. választípus kétféle interpretációra és ennek megfelelően két különböző formális reprezentációra vezethet. Megjegyezzük, hogy a kétféle értelmezés között jól kezelhető kapcsolat van, de erre most nem kívánunk kitérni. Ugyanez a kettős lehetőség a második típusnál is fennállhat és a harmadiknál ugyancsak megjelenhet, de ezeknél már a kérdésfeltevésben is jelentkezik a különbség. A második típusnál a kiválasztást kérhettük rangsorolással vagy rangsorolás nélkül. A rangsorolásos esetben a kiválasztottakra vonatkozóan szigorú preferencia relációt, a ki nem választottakra pedig vagy egyenértékűséget és ezzel gyenge preferencia relációt tételezünk fel, vagy azt mondjuk, hogy nincsenek egymással relációban, azaz rájuk is szigorú preferencia vonatkozik. Például, ha van 10 alternatíva és ebből hármat kell rangsoroltan kiválasztani, akkor az a válasz, amely az a_2, a_4, a_7 alternatívákat tartalmazza, a 4.b ábrán bemutatott relációt jelenti. Itt a ki nem választottak között szigorú preferenciát tételeztünk fel. A 4.a ábrán szemléltettük azt az esetet, amelyikben a ki nem választott alternatívák között gyenge preferencia relációt tételezünk fel.

Abban a helyzetben, amikor nem kértük a kiválasztottak rangsorolását, mind közöttük, mind a ki nem választottak között gyenge preferencia feltételezése indokolt. Az ennek megfelelő grafikus megjelenítés a 4.c ábrán látható.

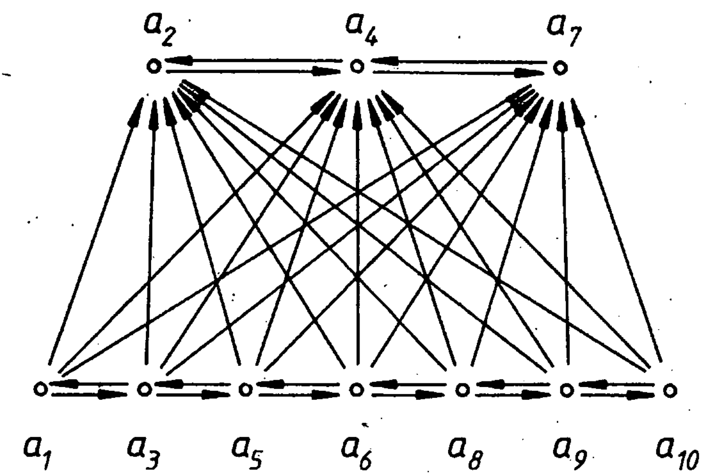
Engedtessék meg, hogy az e három esetnek megfelelő állításokat a páronkénti viszonyra ne soroljuk fel, mivel e felsorolások tetemes helyet igényelnének. Elégedjünk meg az



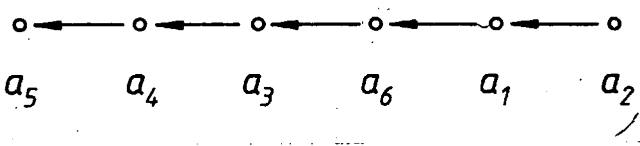
4.a ábra



4.b ábra



4.c ábra



5.a ábra

ugyancsak kissé terjedelmes, de mégis tömör és minden információt tartalmazó mátrix-formával.

$$R_{\text{szigorú,gyenge}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_{\text{szigorú,szigorú}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_{\text{gyenge,gyenge}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

A harmadik kérdés-típusnál kétféle utasítást adhatunk azon kívül, hogy a felsorolt alternatívák rangsorolását kérjük. Előírhatjuk, hogy minden alternatíva külön helyet foglaljon el a rangsorban vagy megengedhetjük, hogy több alternatíva is kerülhessen azonos helyre. Az ebbe a típusba tartozó első változat a legegyszerűbb. Legyen például a kapott válasz hat alternatíva rangsorolása esetén a_5, a_4, a_3, a_6, a_1, a_2; vagy ugyanez a rangsorbeli helyek megjelölésével:

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	alternatíva
5	6	3	2	1	4	ranghely

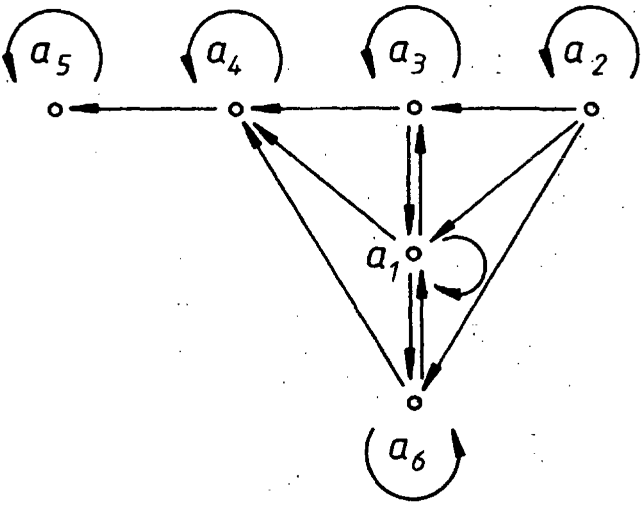
Az ennek megfelelő grafikus ábra (5.a) a legegyszerűbb képet adja az áttekintettek közül (a kép ugyanilyen egyszerű struktúrájú maradna több alternatíva mellett is). Ha megengedjük az azonos "helyezéseket" is, azaz a válasz

a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	alternatíva
4	6	4	2	1	4	ranghely

alakú, akkor a helyzet ugyanolyan jellegű, mint amit az első kérdésfeltevésnél és választípusnál kaptunk (3.a ábra). Ennek grafikus megjelenése az 5.b ábrán látható. A második választípushoz hasonlóan itt is csak a mátrix - reprezentációt adjuk meg, a relációk fennállására vonatkozó igaz állítások felsorolását nem:

$$R_{szigorú} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_{gyenge} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



5.b ábra

Mint láttuk, adataink igen változatos formában jelennek meg, de lényegében teljesen azonos módon ábrázolhatók. Ahol a gyenge preferencia relációt megengedtük, ott a főátlóban csupa 1-t találunk, ahol kizárólag szigorú preferenciával dolgoztunk, ott a főátlóban csupa 0-t kapunk. Általánosan jellemző még, hogy szigorú preferencia esetén, ha $r_{ij}=1$, akkor r_{ji} csak 0 lehet, egyébként az értékek az aktuális helyzettől függően igen változatosan jelennek meg.

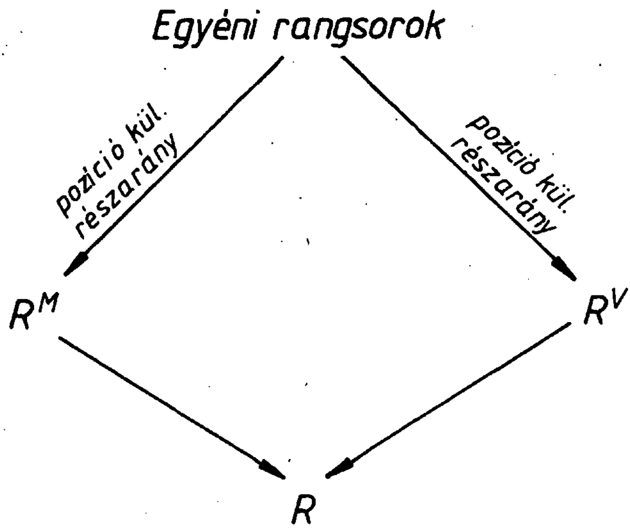
Az egyéni vélemények ábrázolásánál nem léptük túl a klasszikus logika kereteit, ezt a lépést az egyéni vélemények összegzéséből előállítható kollektív minősítésnél kell megtennünk.

Az alternatívák viszonyára vonatkozó kollektív vélemény modelljének előállítása

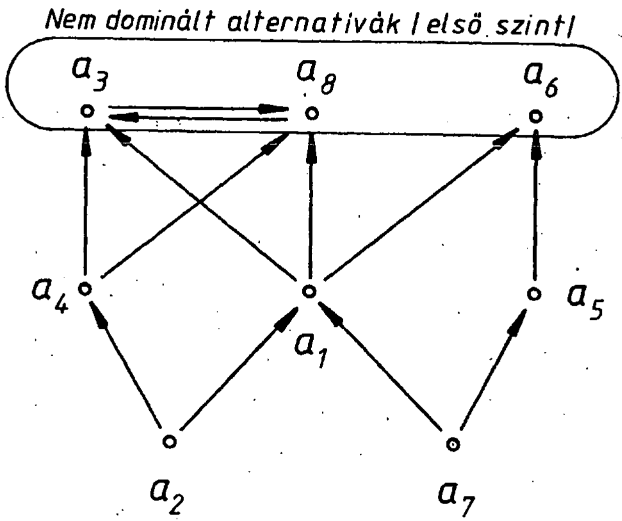
Az előzőkben bemutattuk, hogy bármely választípusnál az egyéni vélemények egy-egy - az alternatívák közötti viszonyt pontosan leíró - mátrix, a relációs mátrix segítségével reprezentálhatók. Legyen egy felmérésünk eredménye az R_1, R_2,...R_N mátrix sorozat. Az ezek aggregálásával kialakítható, a felmérésben résztvevő sokaságot jellemző "közös" vélemény előállítását a javasolható módszerek igen különböző módon oldják meg, eltérő kérdésfeltevésekre eltérő válaszokat adva. Nem adhatunk teljes áttekintést a létező eljárásokról, közülük csak néhányra szeretnénk felhívni a figyelmet. Közös jellemzőjük az, hogy az első lépésben az R_1, R_2,..., R_N egyéni vélemény mátrixokból előállítják a csoport-véleményt tükröző relációs mátrixot. Jelöljük ez utóbbit R-rel. A második lépésben azt vizsgálják, hogy az R alapján milyen kapcsolat-struktúra olvasható ki, azaz az alternatívák közötti milyen kapcsolatok jellemzik a vizsgált sokaság vagy részsokaság egészét.

Az első lépésben az ELECTRE[1]típusú eljárások a klasszikus logika eszközeit felhasználva határozzák meg az R-et. Először is minden a_i, a_j alternatívapárra megnézzük azt, hogy az egyéni vélemények összessége alapján a kapott kép egésze alátámasztja-e azt az állítást, hogy a_i preferált a_j-vel szemben vagy éppen ellene mond annak. Természetesen nem várhatjuk azt, hogy az egyéni vélemények megegyezzenek és éppen ezért sem a teljes megerősítésre, sem a teljes ellentmondásra nem számíthatunk. Általában csak annyit mondhatunk, hogy az egyéni vélemények többségében megerősítik az ilyen állításokat vagy többségében ellene mondanak annak. Mind a megerősítést, mind az elvetést kétkét paraméterrel szabályozhatjuk. Egyikük azt mondja meg, hogy milyen rangsorbeli pozíciókülönbséget tekintünk lényegesnek, a másik pedig azt, hogy sokaságunk mekkora hányadánál kell lényeges különbséget találnunk ahhoz, hogy a preferenciára vonatkozó állítást elfogadjuk vagy elvessük. Tulajdonképpen hasonló elvet használunk, mint amit a választásoknál szoktunk: ahhoz, hogy valakit megválasztottnak tekinthessünk, legalábbis fel kell kerülnie a szavazólapokra (ez rangsorbeli különbséget jelent azokkal szemben, akik nem kerültek fel, esetleg a szavazólapon található sorrend is lényeges lehet) és a választók legalább valahány százalékánál bizalmat kell élveznie (több mint felénél, legalább kétharmadánál stb.). Más oldalról jól ismert a vétó fogalma, ami azt jelenti, hogy ha valakik ellene szólnak, a jelölt hiába kapta meg az előírt többséget, mégsem tekinthető megválasztottnak. Az ELECTRE eljárásban egy kollektív vétó modelljét fedezhetjük fel. A megerősítésre és a vétóra vonatkozóan teljesen szimmetrikus eljárást [2]-ben találjuk meg. Az elmondottakból jól látható, hogy már az egyéni preferencia-mátrixok előállításánál is van egy bizonyos szabadságunk (a rangsorbeli poziciókülönbségre vonatkozó paraméter), amelylyel enyhébb vagy szigorúbb feltételeket írhatunk elő. A sokaságbeli részarányokra vonatkozó paraméterek pedig az egyéni véleményekből előállítható megerősítési relációt reprezentáló R^M és a kollektív vétót leíró R^V mátrixok kiszámításában játszanak szerepet. Végül is azt mondjuk, hogy a tekintett sokaság "az a_i alternatíva preferált a_j-vel szemben" mellett foglal állást, ha az egyének előírt százalékánál többen helyezték a_i-t a rangsorban az előírt pozicióküIönbséggel előrébb mint a_j-t. Az összes alternatívapárra ezt az információt az R^M mátrix tartalmazza (az igazságértékről korábban mondottaknak megfelelően 0-k vagy 1-ek alakjában). Hasonló a helyzet a tagadással is: akkor mondjuk, hogy sokaságunk kollektív vétót emelt "az a_i preferált a_j-vel szemben" állítás ellen, ha több mint egy meghatározott százalékban az egyének előrébb helyezték a rangsorban a_j-t mint a_it (a megadott rangsorbeli pozicióküIönbséggel). A kollektív vétót az R^V mátrix reprezentálja. Hangsúlyozzuk, hogy az, hogy valamely alternatívapár viszonyára R^M-ben megerősítést találunk, még egyáltalán nem jelenti azt, hogy R^V-ben nem találunk vétót. A kollektív véleményt tükröző R eredménymátrix R^M-ből (amelyet konkordancia mátrixnak szokás nevezni) és R^V-ből (melyet diszkordancia mátrixnak nevezünk) áll elő. Akkor mondjuk, hogy a kollektív véleményben (azaz R-ben) az "a_i preferált a_j-vel szemben" állítás elfogadott (igaz), ha R^M-ben (a konkordanciában egyetértésben) "igaz" értéket találunk és R^V-ben (a diszkordanciában, vétóban) nem találunk igazat, azaz ott "hamis" áll. Más szavakkal: egy alternatívánk preferált egy másikkal szemben, ha elég sokan preferálják és ugyanakkor kevesen mondanak ennek ellent. Az R előállítási folyamatát szemléltetjük a 6. ábrán.

A második lépésben R alapján megkeressük az alternatívák egymást követő rétegeit, felülről lefelé haladva a kapott struktúrában. Ahhoz, hogy megtudjuk, hogy mely alternatívák tekinthetők legmagasabb szinten preferáltnak, meg kell keresnünk azokat, amelyekhez az R alapján nem található másik olyan alternatíva, amely velük szemben szigorú értelemben preferált lenne. Az ilyen alternatívákat nem dominált alternatíváknak nevezzük. Ezek egymás között vagy egyenértékűek vagy összehasonlíthatatlanok lesznek (7.a ábra). Tulajdonképpen azoknak az alternatíváknak a megkereséséről van itt szó, amelyeknél jobbat (fontosabbat, szebbet stb.) nem ta-

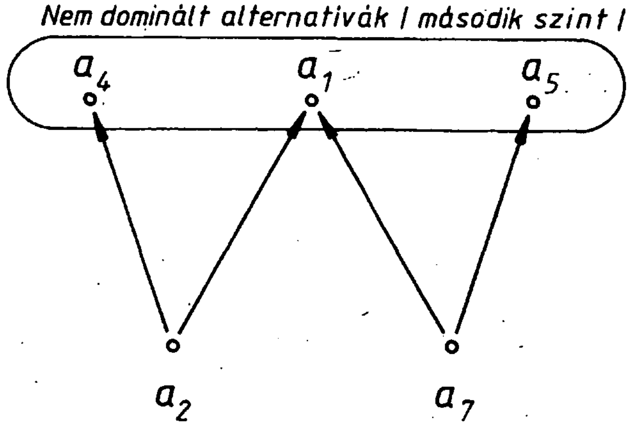


6. ábra



7a ábra

láltunk. Az ábrán jól látható, hogy az a_3, a_8, a_6 tartoznak a nem domináltak közé, mert velük szemben szigorúan preferáltat nem találunk, a többiek pedig olyanok, hogy azokkal szemben vannak preferáltak. Látható az is, hogy az a_3 és a_8 egyenértékűek (mindegyik legalább olyan jó mint a másik) az a_6 pedig össze nem mérhető velük, de nincs okunk azt mondani egyikre sem, hogy bármelyikük is preferált lenne a másikkal szemben. Az alternatívák halmazának egészében fellelhető nem dominált alternatívák adják tehát a legmagasabb szinten preferáltakat. Ha nemcsak rájuk vagyunk kíváncsiak, hanem arra is, hogy utánuk melyek következnének az értékelésben, akkor nem kell mást tennünk, mint hogy töröljük őket és kapcsolataikat, majd a megmaradók között keressük a nem domináltakat. Ezt a 7.b ábrán szemléltettük. A második szintet példánkban az a_4, a_1 és a_5 alkotják. Általában úgy kell eljárnunk a következő szint megkeresésénél, hogy az előző lépésben a felsőbb szinten a nem domonáltakhoz tartozókat eltávolítjuk és a megmaradó alternatíva hal-



7.b ábra

mazban megismételjük a nem domináltak meghatározását. Ezt a műveletet addig folytatjuk, míg alternatíváink el nem fogynak. Így végül egy olyan rangsorhoz jutunk, amelyben az azonos szinthez tartozó nem dominált alternatívák azonos pozíciót foglalnak el, a későbbi szinthez tartozók pedig alacsonyabb ranghelyeket kapnak. Példánkban az eredmény:

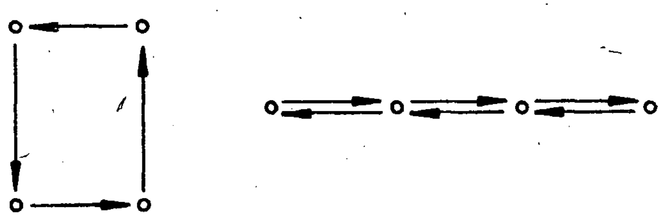
első szint - a_3, a_8, a_6,

második szint - a_4, a_1, a_5,

harmadik szint- a_2, a_7.

Emlékeztetünk arra, hogy lényegében rangsort kifejező egyéni véleményekből indultunk ki és az eljárás során egy bonyolultabb kapcsolat-struktúrán át ismét egy rangsorhoz, a kollektív véleményt tükröző rangsorhoz jutottunk el, de ebben már többnyire osztott ranghelyeket találunk. Meg kell jegyeznünk, hogy az R által reprezentált struktúra lehet olyan, hogy az eljárás valamely lépésében minden alternatíva szigorúan dominált, vagy olyan, hogy mindegyik nem-dominált lesz (lásd 8.ábra). Ez sajnos előfordulhat már az első lépésben is. Az első esetben (minden dominált) az eljárás nem folytatható, eredményünk nem emel ki egyetlen alternatívát sem a többi közül. A második esetben eljárásunk véget ért, eljutottunk a legalsó szinthez. Ez utóbbi akkor okoz gondot, ha ez az utolsó szint minden alternatívát tartalmaz, azaz a legalsó szint egybeesik a legfelső szinttel. Ilyenkor nem jutottunk értékelhető struktúrához. A legtöbb gyakorlati problémánál megkísérelhetjük a korábban említett négy szabályozó paraméter változtatását, enyhítve vagy szigorítva a követelményeket, hogy jobban kezelhető relációs struktúrához jussunk.

Más megközelítést jelentenek azok az eljárások, melyekben nem ragaszkodunk a klasszikus logikai keretekhez. Közülük kettő lényegét ismertetjük vázlatosan. Mindkettő a fuzzy



Minden alternatíva szigorúan dominált

Nincs szigorúan dominált alternatíva

8. ábra

logikára épít, de mégis másként teszi fel a kérdést és ebből adódóan más választ is eredményez. Az eredetileg döntéselméleti problámák megoldására Orlowski [3] által javasolt módszer e problémára való adaptációja [2] -ben található. Itt az ELECTRE eljáráshoz hasonlóan ugyancsak a nem dominált alternatívák egymást követő rétegeinek meghatározása a cél, de nem a klasszikus, hanem a fuzzy logika eszközeivel. Ebből adódóan már a kollektív véleményt tükröző R mátrix előállítása is eltérő. Elemeinek értékét az $R_1, R_2, \ldots, R_N$ mátrixok elemeinek átlagértéke adja. Az R elemei 0 és 1 közé esnek és azt mondják meg, hogy vizsgált sokaságunkban az egyéni vélemények hány százalékában preferált az egyik alternatíva a másikkal szemben.

Felfoghatjuk ezeket az értékeket úgy is, mint annak hihetőségét, hogy az a_i alternatíva preferált a_j-vel szemben. A fuzzy logika műveleti szabályait alkalmazva kiszámíthatjuk minden alternatívára annak hihetőségét, hogy a kérdéses alternatíva beletartozik-e a nem dominált halmazba. Emlékeztetünk arra, hogy az ELECTRE eljárásnál ezt vagy ennek ellenkezőjét teljes bizonyossággal állíthattuk. Itt most azonban általában 0 és 1 közé eső hihetőségi mértékszámot kapunk. Mely alternatívák tartozzanak tehát a nem domináltak közé? Természetesen azok, amelyekre ez az odatartozás a legmagasabb hihetőségi szinten állítható. Az eredmények értelmezhetőségét tekintve az a legkedvezőbb eset, amikor ez az érték 1, vagy közel áll az 1-hez. Ilyenkor ugyanazt a logikát alkalmazva mint az ELECTRÉ-nél, kiválasztjuk azokat az alternatívákat, amelyekről legmagasabb szinten hihető, hogy ők nem domináltak. Majd az így kiválasztottakat eltávolítva újra kiválasztjuk a "leginkább nem domináltakat". Az eredmények értelmezésénél ügyeljünk arra, hogy ne tekintsük nem domináltaknak azokat az alternatívákat, melyeknél a hihetőség mértéke alacsony, vagy ne tekintsük így kiemelhetőnek azokat, amelyek alig válnak el a nem domináltság hihetőségének mérőszámában az őket követőktől. Ilyenkor inkább közel egyenrangúságot kell feltételeznünk, nem pedig határozott rangsort. Az alkalmazott fuzzy logikai műveletekre, lépésekre nem térhetünk ki, csak a kiindulásul szolgáló R mátrixot és az eredményt adjuk meg:

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0{,}3 & 0{,}5 \\ 0{,}8 & 1 & 0{,}7 & 0{,}6 \\ 0{,}8 & 0 & 1 & 0{,}6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

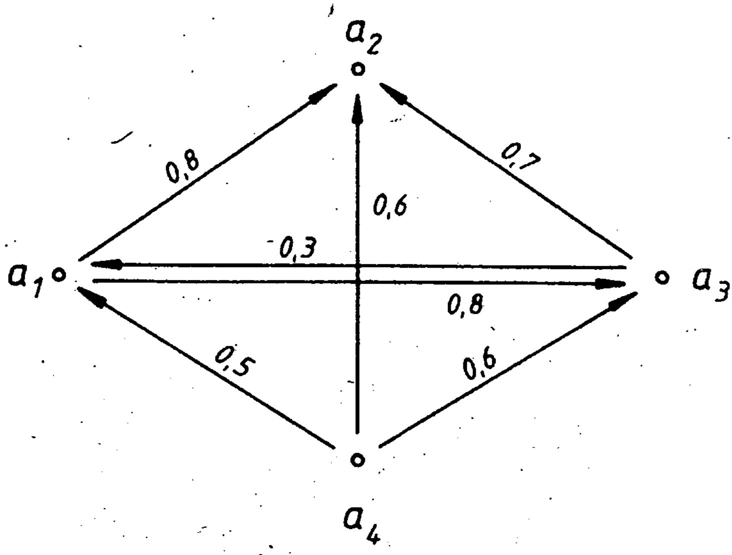
A struktúrát és az eredményeket grafikusan is szemléltetjük a 9. sz. ábrán. Itt már elég csak a preferenciát jelző nyilakat feltüntetni, hiszen mindegyikhez tartozik egy-egy hihetőségi mérőszám is. Ennek megfelelően a nem-domináltság hihetőségének mérőszámai a következőképpen alakulnak alternatívánként:

alternatívák:	a_1	$\boxed{a_2}$	a_3	a_4
nem-domináltság hihetősége:	0,2	$\boxed{1{,}0}$	0,3	0,4

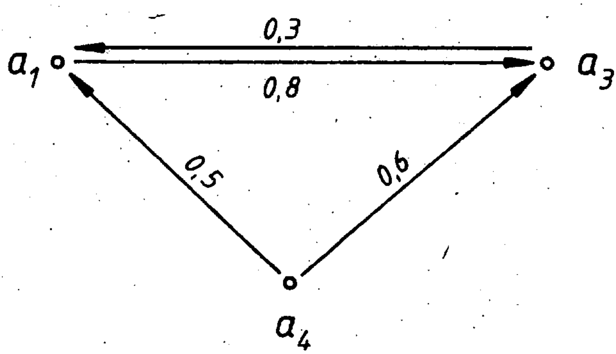
Az a_2 alternatíva kiemelkedik a többi közül a hozzátartozó 1,0 értékkel, így őt határozottan nem-domináltnak tekinthetjük, azaz a rangsorban az első helyet foglalja el. (A gyakorlatban természetesen nem várhatjuk mindig azt, hogy egy-egy helyre pontosan egy alternatíva kerüljön.) Az eljárás most ugyanúgy folytatódik mint az ELECTRÉ-nél, azaz először töröljük az a_2-t az alternatívák halmazából:

$$R^{*} = \begin{bmatrix} 1 & * & 0{,}3 & 0{,}5 \\ * & * & * & * \\ 0{,}8 & * & 1 & 0{,}6 \\ 0 & * & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Az így előálló helyzetet a 10. sz. ábra mutatja. A nem-domináltság hihetőségi szintjei most a következőképp alakulnak:



9. ábra



10. ábra

alternatívák:	a_1	a_2	$\boxed{a_3}$	a_4
nem-domináltság hihetősége:	0,5	*	$\boxed{1,0}$	0,4

Itt az a_3-nál kaptuk a maximumot, tehát ő alkotja önmagában a következő szintet. A törlést és a hihetőségi mérőszámok meghatározását ismételve ezzel az eljárással is a preferencia szerinti szintek sorozatához jutunk. Példánkban az eredmény:

első szint - a_2,

második szint - a_1,

harmadik szint - a_3,

negyedik szint - a_4.

Harmadik ismertetett eljárásunk A. Skofenko-tól származik (leírása megtalálható [1] -ben). Míg az előző kettőnél megengedhettük, hogy a kollektív vélemény bonyolultabb relációs struktúraként jelenjen meg (kedvező esetben gyenge parciális rendezésként), addig itt teljes rendezést, határozott rangsort kell feltételeznünk. A kiindulás megegyezik az Orlowski - módszerével, a kollektív véleményt reprezentáló R fuzzy relációs mátrix-szal, de itt azon állítások hihetőségét vizsgáljuk, hogy "az a_i alternatíva a rangsorban pontosan a k-adik poziciót foglalja el". Minden alternatívára minden pozicióhoz kiszámítjuk a megfelelő állítások hihetőségének mérőszámát. Bonyodalmakat az okozhat, ha több alternatíva jelölhető közel azonos határozottsággal ugyanarra a pozicióra, mert akkor előfordulhat, hogy egyiknél sem kapjuk meg az egyébként logikusnak tűnő magas hihetőséget. Nézzük most ismét az előző példát, természetesen nem kitérve a már négy alternatíva esetén is terjedelmes számítások részleteire. Az eredményt egy mátrix-ban foglaljuk össze, melynek sorai az alternatíváknak, oszlopai pedig az általuk elfoglalható rangsorbeli pozicióknak felelnek meg. A mátrix eleme annak hihetőségét mutatja, hogy egy adott alternatíva elfogadható-e egy adott ranghelyen. Minden alternatívánál az a ranghely a legelfogadhatóbb, amelynél a legmagasabb hihetőségi értéket találjuk. Fordítva, minden ranghelyre az a legvalószínűbben elfogadható alternatíva, amelyhez a legmagasabb érték tartozik. Így tehát, ha az alternatívákhoz keressük rangsorbeli helyüket, a sorokon kell végigmennünk és megkeresnünk a leghihetőbb poziciónak megfelelő oszlopot. Ha a kérdést úgy tesszük fel, hogy poziciónként mik a legvalószínűbb alternatívák, akkor a mátrix elemeit oszloponként kell sorra vennünk, és mindegyikhez megkeressük a hozzá leghihetőbben kapcsolódó alternatíváknak megfelelő sorokat.

rangsorbeli poziciók

	1	2	3	4
a_1	0,0	0,3	$\boxed{0,5}$	0,0
a_2	$\boxed{0,6}$	0,0	0,0	0,0
a_3	0,0	$\boxed{0,6}$	0,3	0,0
a_4	0,0	0,0	0,0	$\boxed{0,5}$

Az eredmény-mátrixban megjelöltük a soronkénti és oszloponkénti maximális elemeket. Ezek példánkban egyértelműen segítenek az alternatívákat a poziciókra elhelyezni. (Bár az 1-es és 3-as alternatíva esetén a 2-es és 3-as poziciót tekintve majdnem előáll a fentebb említett értelmezést zavaró helyzet. Hangsúlyoznunk kell, hogy ilyenkor a struktúra és a teljes rendezettség feltételezése közötti ellentmondásról van szó.) A kialakult sorrend a következő:

első hely - a_2

második hely - a_3

harmadik hely - a_1

negyedik hely - a_4

Összehasonlítva a vázolt módszereket megállapíthatjuk, hogy az elsőben (ELECTRE) és a másodikban (Orlowski) közös az, hogy bonyolultabb struktúrák értelmezését is lehetővé teszik az egymást követő szinteken megtalálható nem-dominált rétegek megkeresésével. Különböznek azonban egymástól az alkalmazott logikai eszközökben. Hasonló kérdésre hasonló választ adnak, de a második nem törekszik teljes bizonyosságra, megelégszik azzal, hogy megadja a válaszhoz a hihetőség mérőszámát. A másodikban és harmadikban (Skofenko) közös a fuzzy logika mint az eredmény előállításának eszköze, de alapvetően eltérnek egymástól a kollektív vélemény mögött meghúzódó relációs struktúra jellegére vonatkozó feltevésben (e vonatkozásban az elsőként és a másodikként ismertetett módszer ad több lehetőséget). Világos az, hogy a különbség a legnagyobb az ELECTRE és a Skofenko által javasolt módszerek között. Természetes továbbá az is, hogy az egyéni véleményekben tendencia jelleggel, de határozottan megjelenő struktúrák a választott elemzési módszertől függetlenül megegyező vagy közel azonos eredményekre vezetnek. A gyakorlati alkalmazásokban célszerű több eljárást is végigvinni, mert eredményeik egyezőségéből vagy különbözőségéből a tényleges struktúrára így több információnk lesz és ezért következtetéseink megalapozottabbak lehetnek.

Nem térhettünk ki minden részletre, korlátozásra, buktatóra csak áttekintő képet szerettünk volna adni azon eljárások főbb típusairól, amelyek segítségével az egyéni válaszokban megjelenő választások, rangsorok alapján képet alkothatunk a közösségi véleményben fellelhető, tendencia jellegű rangsorról. A fuzzy logikai eljárásoknál számszerűen jellemezhető az is, hogy a kialakult közösségi rangsor tekintetében mennyire koherensek az egyéni vélemények.

A jelen cikkben ismertetett három módszer egységes rendszerbe foglalását és általános esetekre való kiterjesztését [2] tartalmazza. Az ennek alapján készült programok részét képezik az UNESCO által terjesztett kibővített OSIRIS III.2 és az UNESCO- projekt keretében kifejlesztett IDAMS adatkezelő és elemző programcsomagoknak.

Ezeket az eljárásokat és programokat alkalmaztuk többek között a középiskolai tanulók társas kapcsolatainak színtereire vonatkozó vizsgálatokban [4]. Ebből idézünk befejezésképpen két példát.

Az alkalmazott kérdőív egyik kérdéscsoportja a barátválasztásra ható tényezők fontosságára vonatkozott. A hatásokat az adatfelvétel három csoportba sorolta, nevezetesen: iskola, család és egyéb tényezők. Az elemzés eredménye mindkét fuzzy eljárás alkalmazásával az volt, hogy a legerőteljesebben ható tényező az iskola, vele közel azonos fontosságúak az egyéb tényezők, a család szerepe pedig egyértelműen a harmadik helyre szorul. A válaszok egyöntetűségét mutató koherencia értéke 0,21, azaz a közepesnél gyengébb. Az összképet a baráti közösségi kapcsolatokra ható tényezők szerepe tekintetében az évfolyamonkénti vizsgálatok tovább finomították. A család - mint a baráti kapcsolatok kialakulására ható tényező - minden évfolyamon a harmadik helyen van, de az iskola és az egyéb tényezők viszonyában az első évfolyam jelentősen eltér az összes többitől. A középiskolában töltött első évben az iskola szerepe adódott a legmeghatározóbbnak, megelőzve az egyéb tényezőket. A második évfolyamtól kezdve szerepük megfordul és az egyéb tényezők válnak a legerősebbé. A szerepek ilyen cseréje ad magyarázatot arra, hogy összességében miért kaptunk közel azonos megítélést e két tényező erejéről. Ezen empírián alapuló megállapítások következményeinek taglalását, az elmélettel és a várt eredménnyel való összevetést részleteiben is megtaláljuk [4] -ben.

Második példánkban az iskolai tevékenységi területek fontosságára vonatkozó információt dolgoztuk fel. Itt a koherencia igen magasnak adódott, értéke 0,88 volt. Nem meglepő, hogy egyértelműen az osztályközösség került az első helyre, de az "ma" egy kissé váratlannak tűnik, hogy a második helyen a KISZ-szervezet szerepelt (a 20 lehetőség közül). A harmadik helyet a sportkör, a negyediket a szakkör foglalja el. (Az adatfelvétel 1982 tavaszán történt.)

Felvetődhet az a kérdés, hogy milyen pluszt adnak ezek a (viszonylag bonyolult) módszerek a válaszok, választások egyszerű összehasonlításához viszonyítva. Ha a gyakoriságok teljesen egyértelműen, határozott különbségekkel jelennek meg (például: egy alternatíva csaknem mindig az első, egy másik csaknem mindig a második stb. helyen szerepel), akkor ehhez képest lényeges újat e finomabb elemzésektől sem várhatunk, hiszen a helyzet minden mélyebb vizsgálat nélkül is világosan mutatja a rangsort, nem is kell tendenciáról beszélnünk. Más a helyzet azonban akkor, ha a gyakoriságok nem ilyen szélsőségesen jelennek meg. Az ismertetett módszerek előnye éppen abban rejlik, hogy az egyéni értékelések, rangsorolások egészét veszik egyidejűleg figyelembe és nem az egyes rangsorolásbeli pozициókhoz való kötődést külön-külön. Így bonyolultabb helyzetekben is jó eligazítást tudnak adni, rávilágítva a tendenciára és számszerűen is jellemezve megállapításaink erősségét, az egyéni válaszok egyöntetűségét.

IRODALOM

Dussaix, A. M. : Deux méthodes de détermination de priorités ou de choix. Partic 1: Fondements mathématiques. UNESCO/NS/ ROU/624, Paris, March 1984.[1]

Hunya Péter: RASKOR and RELECT statistical computer programs for rankordering of alternatives based upon fuzzy logic (RASKOR) and classical logic (RELECT).
Part 1: UNESCO/NS/ROU/679, Paris, september 1985.[2]

Orlowski, S. A.: Decision-making with a fuzzy preference relation in Fuzzy Sets and systems, Vol. 1 No. 3, 1978, pp. 155-167. [3]

Kékes Szabó Mihály: Középiskolai tanulók társas kapcsolatainak színterei.
Kandidátusi értekezés. Szeged, 1985. [4]

Хуня Петернэ

Применение логических методов FUZZY при определении тенденций выбора

Автор работы показывает три метода разработки данных, полученных с помощью частотного рангирования, примененных – в числе прочего – в педагогических исследованиях. Среди этих методов один основывается на классической логике, а два других –– на логике FUZZY . Без глубокого математического анализа способов автор делает обзор сущности отдельных методов; какие ответы дают они на определенные вопросы. Мы также получаем картину того, в каких ситуациях мы можем получить данные, ведущие к рангированию, и в какой единой форме они могут быть репрезентированы, идет ли речь об индивидуальных мнениях или же о коллективном их проявлении. В статье мы найдем ссылки относительно программных посылок, содержащих вычислительные программы, которые, в свою очередь, осуществляют вышеназванные методы. Два примера, взятые из конкретных медагогических исследований, демонстрируют применение этих методов.

Frau Margit Hunya

Die Anwendung der Methoden der Fuzzyschen Logik zur Bestimder Tendenzen bei der Wahl

Die Verfasserin stellt drei Methoden der Bearbeitung von Angaben dar, die man durch eine auch in der Pädagogik häufigen Einstufung nach Rangordnung gewonnen hat. Zwei von diesen Methoden beruhen auf der klassischen, eine berucht dagegen auf der Fuzzyschen Logik. Ohne die tiefere mathematische Darlegung wird das Wesentliche an den einzelnen Verfahren sowie die Problematik dargelegt, was für Antworten diese auf die Fragen ergeben haben. Man kann auch einen Überblick davon bekommen, in welchen Situationen man in den Besitz der zu den Rangordnungen führenden Angaben kommen kann, und in welchen einheitlichen Formen sich diese repräsentieren lassen, unabhängig davon, ob es sich um persönliche Meinungen oder um deren kollektive Erscheinung handelt. In der Studie wird auch auf kompakte Computerprogramme hingewiesen, die zur Durchführung der in der Studie behandelten Verfahren geeignet sind. Die Anwendung wird mit Hilfe von zwei Beispielen veranschaulicht, die den konkreten pädagogischen Forschungen entnommen worden sind.