

## Statistique des gaz polyatomiques à molécules asymétriques

Par T. MÁTRAI

(Arrivée 5. XI. 1948.)

La présente Note se rattache à un Mémoire<sup>1</sup> de M. C. Széll où cet auteur a envisagé la statistique des gaz à molécules solides consistant de plusieurs atomes et jouissant de la propriété que les deux plus grands des trois moments d'inertie sont égaux. Signalons les résultats suivants de M. C. Széll: Si, pour un tel gaz, la dégénération de Fermi-Dirac, ou celle de Bose-Einstein se présente lors d'une translation du centre de gravité, alors elle se présente aussi lors d'une rotation. Mais, grâce aux valeurs possibles des poids moléculaires et des températures critiques, ni la dégénération de Fermi-Dirac, ni celle de Bose-Einstein ne se présentent pas.

Les résultats mentionnés de M. C. Széll peuvent être étendus sans changement considérable des calculs aux gaz à molécules polyatomiques telles que les deux plus petits des trois moments d'inertie sont égaux. Cependant, le cas des gaz à molécules solides à moments d'inertie tous différents, présente de nouvelles difficultés de calcul.

Le but de la présente Note est de montrer que le théorème cité de M. C. Széll reste valable aussi pour des gaz consistant de telles molécules asymétriques. Des gaz à molécules asymétriques sont par exemple<sup>2</sup> *l'éthylène*:  $C_2H_4$  et la *formaldéhyde*:  $H_2CO$  etc.

Dans les gaz à molécules asymétriques c'est la borne inférieure du paramètre de dégénération  $e^{\alpha}$  qui décide, que la dégénération de Fermi-Dirac, resp. celle de Bose-Einstein, se présente ou non. Aussi il suffit de donner une estimation de ce paramètre, au lieu de le calculer explicitement.

La loi de répartition de la statistique quantique est exprimée par la formule suivante (voir l'équation (5) et (6) de II):

$$N_{i,j,n} = \frac{A_{i,j,n}}{e^{\alpha} e^{\frac{E_i + E_{j,n}}{kT}} + \eta} \quad (1)$$

Ici  $E_{i,n}$  désigne l'énergie de la rotation,  $E_i$  celle de la translation des molécules du gaz à la température  $T$ . Le nombre  $A_{i,j,n}$  indique le nombre des possibilités pour une molécule de se placer dans la cellule  $(i, j, n)$  de l'espace des phases. Le nombre  $N_{i,j,n}$  indique combien de molécules se trouvent actuellement dans cette cellule. La quantité  $\eta$  est égale à  $+1$ , si c'est la statistique de Fermi-Dirac, est à  $-1$ , si c'est celle de Bose-Einstein qui est en vigueur. On calcule le paramètre de dégénération en partant de l'équation  $\sum_{i,j,n} N_{i,j,n} = N$ ,  $N$  étant égal au nombre total des molécules.

Toutes les fois que  $\eta$  est négligeable par rapport à  $e^\alpha$ , c'est-à-dire que  $e^\alpha \gg 1$ , aucune dégénération ne se présente. En ce cas, le gaz obéit à la statistique classique. En écrivant le symbole  $l$  au lieu de  $(i, j, n)$ , la formule (1) prend la forme plus simple:

$$N_l = \frac{A_l}{e^\alpha e^{E_l/kT} + \eta}. \quad (2)$$

§ 1. *La détermination de la condition suffisante pour la statistique classique*

Cherchons des conditions pour que l'on ait  $e^\alpha \gg 1$ . Nous savons, d'après l'équation (4) de II, que:

$$A_l > 0, \quad e^{E_l/kT} \geq 1 \quad \text{et} \quad e^\alpha > 0. \quad (3)$$

a) En cas de la statistique de Bose-Einstein,  $\eta = -1$ , on a d'après (2)

$$N_l > \frac{A_l}{e^\alpha e^{E_l/kT}}.$$

Faisons la sommation suivant  $l$ , alors il vient d'après (3):

$$e^\alpha > \frac{1}{N} \sum_l \frac{A_l}{e^{E_l/kT}}.$$

Donc, dans le cas de la statistique de Bose-Einstein, une condition suffisante pour  $e^\alpha \gg 1$  est la suivante:

$$\frac{1}{N} \sum_l \frac{A_l}{e^{E_l/kT}} \gg 1.$$

b) En cas de la statistique de Fermi-Dirac,  $\eta = +1$ , on a d'après (2) et (3):

$$N_l > \frac{A_l}{(e^\alpha + 1)e^{E_l/kT}}.$$

Additionnons de nouveau suivant  $l$ :

$$N > \frac{1}{e^\alpha + 1} \sum_l \frac{A_l}{e^{E_l/kT}} \quad \text{c'est-à-dire:} \quad e^\alpha > \frac{1}{N} \sum_l \frac{A_l}{e^{E_l/kT}} - 1.$$

Ainsi, une condition suffisante de l'inégalité:  $e^\alpha \gg 1$  est, en cas de la statistique de Fermi-Dirac, la suivante:

$$\frac{1}{N} \sum_l A_l e^{-E_l/kT} \gg 2.$$

c) Une condition suffisante pour  $e^\alpha \gg 1$ , valable dans chaque statistique quantique peut donc être donnée par l'inégalité suivante:

$$\frac{1}{N} \sum_l A_l e^{-E_l/kT} \gg 2. \quad (4)$$

C'est en même temps une condition suffisante pour qu'aucune dégénération ne se présente pas et que le gaz obéisse à la statistique classique.

§ 2. *La valeur propre de l'énergie du corps rotatif asymétrique est une fonction monotone du moment d'inertie moyen.*

Le théorème énoncé dans l'introduction peut être vérifié à la base de la mécanique ondulatoire, ainsi que sur celle de l'ancienne

théorie des quanta. Nous désignerons les valeurs réciproques des moments d'inertie de la molécule asymétrique par les lettres  $a, b, c$ , où  $a \geq b \geq c$  et  $a > c$ . Pour démontrer l'inégalité

$$\mathcal{Q} \equiv \frac{1}{N} \sum_{j,n} A_{j,n} e^{-\frac{E_j + E_{j,n}}{kT}} \gg 2, \quad (5)$$

nous avons besoin des valeurs propres de l'énergie de rotation  $E_{j,n} = E(a, b, c, j, n)$  de la molécule asymétrique (corps rotatif). Cependant, nous ne pouvons point expliquer la valeur de  $E_{j,n}$  comme fonction des moments d'inertie réciproques ni par la mécanique ondulatoire, ni par l'ancienne théorie des quanta.

Dans l'ancienne théorie des quanta, c'était M. Planck<sup>3</sup> qui a étudié entre autres, la quantification du corps rotatif asymétrique. MM. H. A. Kramers et G. P. Ittmann<sup>4</sup> l'ont traitée d'après la mécanique ondulatoire.

MM. H. A. Kramers et G. P. Ittmann démontraient que dans l'espace sans force, l'équation de Schrödinger du corps rotatif asymétrique peut être réduite à une équation différentielle de Lamé, c'est-à-dire qu'elle est séparable, si on y introduit des coordonnées sphériques elliptiques. Suivant les idées de G. Kolossoff, F. Reiche<sup>5</sup> décomposait l'équation de Hamilton-Jacobi du corps asymétrique tournant sans force, en des équations d'une variable et y appliquait les conditions des quanta. Les valeurs propres des équations différentielles de Lamé sont les racines d'équations algébriques dont le degré augmente avec le nombre quantique du moment cinétique  $j$ . Par conséquent, les valeurs propres  $E_{j,n}$  de l'énergie de la rotation ne peuvent pas être exprimées en général par une formule simple. A chaque nombre quantique du corps rotatif asymétriques appartiennent  $2j+1$  niveaux d'énergie. L'inégalité (5) peut être dérivée du résultat suivant particulièrement remarquable de MM. H. A. Kramers et G. P. Ittmann: (§ 4. de IV)

*Si on fait varier  $b$  entre  $a$  et  $c$  d'une manière continue, alors  $E_{j,n}$  varie en fonction monotone de  $b$ .*

Nous allons dériver le même résultat aussi de l'ancienne théorie des quanta.

Cette théorie, contrairement à la statistique classique, attribuait à l'espace des phases une structure physique<sup>6</sup>, déterminée par un champ d'hypersurfaces remplissant l'espace entier des phases. Dans le système d'équations de ces hypersurfaces figurent aussi des fonctions quantiques, qui sont égales à des multiples de la constante de Planck. (Équations des orbites statiques.) Grâce à la nature des degrés de liberté, le corps rotatif asymétrique possède deux fonctions quantiques,  $g$  et  $g'$ , dépendant seulement de l'énergie et du moment cinétique. D'après l'équation (11) de III, ces deux fonctions quantiques sont (dans les notations que nous venons d'adopter):

$$g' \equiv 2\pi\sqrt{v} = jh \quad (6a)$$

$$g \equiv 4 \int_0^{\pi/2} \frac{\mathcal{A} d\Phi}{(a-b) + (b-c)\sin^2\Phi} = nh, \quad (6b)$$

où  $\mathcal{A} = \sqrt{(2E - vc)(a-b) + (2E - va)(b-c)\sin^2\Phi}$  et  $v$  est le carré du

moment cinétique total. Nous montrerons que les valeurs d'énergie  $E = E_{j,n}$  définies par le système d'équations (6) sont pour chaque valeurs fixées de  $a, c, j, n$  des fonctions différentiables de  $b$  dans l'intervalle:  $a \geq b \geq c$  et que, dans cet intervalle, la dérivée est de signe constant. Cette propriété de la dérivée est une condition suffisante pour que  $E = E(a, b, c, j, n)$  soit dans l'intervalle  $(a, c)$ , une fonction monotone de  $b$ .

Pour obtenir la dérivée mentionnée, nous écrirons l'équation (6) de II sous la forme:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{d\Phi \sqrt{(2E - vc)(a-b) + (2E - v^2)(b-c)\sin^2\Phi}}{(a-b) + (b-c)\sin^2\Phi} - \frac{hn}{4} = 0. \quad (7)$$

Cette équation détermine  $E$  d'une manière implicite. Comme l'expression  $F$  au premier membre dépend entre autres des paramètres  $b$  et  $E$ , on a

$$\frac{dE}{db} = - \frac{\left(\frac{\partial F}{\partial b}\right)}{\left(\frac{\partial F}{\partial E}\right)}, \quad \text{où}$$

$$\frac{\partial F}{\partial E} = \int_0^{\pi/2} \frac{d\Phi}{A} \quad (8a)$$

$$\frac{\partial F}{\partial b} = \int_0^{\pi/2} d\Phi \left[ \frac{(vc - 2E) + (2E - va)\sin^2\Phi}{2A\{(a-b) + (b-c)\sin^2\Phi\}} + \frac{A(\sin^2\Phi - 1)}{\{(a-b) + (b-c)\sin^2\Phi\}^2} \right] \quad (8b)$$

L'intégrale  $\int_0^{\pi/2} \frac{d\Phi}{A}$  est en plus de signe constant dans l'intervalle  $(a, c)$ , parce que la fonction  $A$  est de signe constant entre 0 et  $\frac{\pi}{2}$ . Mais aussi l'intégrande de l'équation (8b) (entre crochets) garde son signe. Car en désignant les composants orthogonaux du vecteur de la rotation par  $\alpha, \beta, \gamma$ , on peut écrire l'inégalité suivante pour le moment cinétique:

$$vc \equiv \frac{\alpha^2}{a^2}c + \frac{\beta^2}{b^2}c + \frac{\gamma^2}{c^2}c \leq \frac{\alpha^2}{a} + \frac{\beta^2}{b} + \frac{\gamma^2}{c} \equiv 2E,$$

d'où

$$2E - vc \geq 0 \quad (9a)$$

On a d'autre part,

$$va \equiv \frac{\alpha^2}{a^2}a + \frac{\beta^2}{b^2}a + \frac{\gamma^2}{c^2}a \geq \frac{\alpha^2}{a} + \frac{\beta^2}{b} + \frac{\gamma^2}{c} \equiv 2E,$$

d'où

$$2E - va \leq 0. \quad (9b)$$

Tous les deux termes de la somme entre crochets sont  $\leq 0$ ; en vertu de l'inégalité (9), l'intégrale de l'équation (8b) ne change pas de signe.

§ 3. Les valeurs propres d'énergie du corps rotatif symétrique

Lorsque  $b=a$ , ou  $b=c$ , alors la fonction  $E = E(a, b, c, j, n)$  peut être exprimée d'une manière explicite. Les formules pour le cas  $b = \begin{cases} a \\ c \end{cases}$ , calculées à la base de la mécanique ondulatoire, sont données dans le traité IV. Les formules se basant sur l'ancienne théorie des quanta sont élaborées par M. C. Széll dans sa note II.

Nous résumons les formules dans le tableau suivant:

La base du calcul	résultat pour les valeurs $ n  \leq j = 0, 1, 2, \dots$		
	en cas $b=a$	en cas $b=c$	
Mécanique ondulatoire	$E = \frac{h^2}{8\pi^2} \{aj(j+1) - (a-c)n''^2\}$ <p>où <math>n'' = \frac{j-n+s}{2}</math></p> $s = \begin{cases} 0 & \text{pour } j-n \begin{cases} \text{pair} \\ \text{impair} \end{cases} \\ 1 & \end{cases}$	$E = \frac{h^2}{8\pi^2} \{cj(j+1) + (a-c)n'^2\}$ <p>où <math>n' = \frac{j+n+s}{2}</math></p> $s = \begin{cases} 0 & \text{pour } j+n \begin{cases} \text{pair} \\ \text{impair} \end{cases} \\ 1 & \end{cases}$	a. (10)
Ancienne théorie des quanta	<p>7</p> $E = \frac{h^2}{8\pi^2} \{aj^2 - (a-c)n^2\}$	$E = \frac{h^2}{8\pi^2} \{cj^2 + (a-c)n^2\}$	b.

§ 4. Une borne supérieure commune pour les valeurs propres d'énergie du corps rotatif symétrique  $b = \begin{cases} a \\ c \end{cases}$ .

Pour estimer le paramètre de la dégénération, nous aurons besoin d'une borne assez précise de  $E$ .

a) Si nous voulons estimer  $e^\alpha$  à l'aide des valeurs propres de la mécanique ondulatoire, alors il faut que nous démontrions que la valeur

$$K \equiv \frac{h^2}{8\pi^2} aj(j+1) \quad (11)$$

est une borne supérieure soit de  $E_{b=c}$ , soit de  $E_{b=a}$ .

Pour le démontrer, remarquons d'abord qu'on a d'après (10a):

$$\frac{8\pi^2}{h^2} E_{b=a} = aj(j+1) - (a-c)n''^2.$$

Le second terme du second membre est négatif ou égal à 0, car  $a-c \geq 0$  et  $n''^2 \geq 0$ . Donc, si l'on omet le second terme, alors la somme augmente:

$$\frac{8\pi^2}{h^2} E_{b=a} \leq aj(j+1). \quad (12)$$

On a d'autre part, par l'équation (10a),

$$\frac{8\pi^2}{h^2} E_{b=c} = cj(j+1) + (a-c)n'^2 \quad (13)$$

où  $n' = \frac{j+n+s}{2}$  et  $s = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$ . Nous démontrons tout d'abord que  $|n'| \leq j$ . En effet il vient de l'équation précédente déterminant

$n'$ , que

$$|n'| \leq \left| \frac{i+s}{2} \right| + \left| \frac{n}{2} \right|$$

et comme on a, pour les valeurs possibles de  $j$ :  $\left| \frac{i+s}{2} \right| = \frac{j+s}{2}$ , et

$\left| \frac{n}{2} \right| \leq \frac{j}{2}$ , il en résulte que

$$|n'| \leq \frac{j+s}{2} + \frac{j}{2} = j + \frac{s}{2} \leq j + \frac{1}{2}.$$

Comme  $|n'|$  et aussi  $j$  sont des nombres entiers non négatifs, on a de plus

$$|n'| \leq j.$$

Nous ne diminuons pas le second membre de l'équation (13), si nous écrivons  $(a-c)j^2$  au lieu de  $(a-c)n'^2$ , donc

$$\frac{8\pi^2}{h^2} E_{b=c} \leq cj(j+1) + (a-c)j^2 \leq cj(j+1) + (a-c)j(j+1) \equiv aj(j+1). \quad (14)$$

Les inégalités (12) et (14) vérifient notre proposition.

b) Pour estimer  $e^\alpha$  d'après les valeurs d'énergie fournies par l'ancienne théorie des quanta, nous allons montrer que la quantité  $K$  donnée par l'équation (11) est aussi une borne supérieure de  $E_{b=c}$  et  $E_{b=a}$ .

Comme  $(a-c)n^2 \geq 0$ , nous pouvons écrire par l'équation (10b):

$$\frac{8\pi^2}{h^2} E_{b=a} \equiv aj^2 - (a-c)n^2 \leq aj^2 \leq aj(j+1) \quad (15)$$

et, d'une manière analogue (où aussi que  $n^2 \leq j^2$ ):

$$\frac{8\pi^2}{h^2} E_{b=c} \equiv cj^2 + (a-c)n^2 \leq cj^2 + (a-c)j^2 = aj^2 \leq aj(j+1). \quad (16)$$

Les inégalités (15) et (16) vérifient notre proposition.

c) Il s'ensuit de ces résultats et du théorème mentionné dans le § 2., que l'ancienne théorie des quanta et la mécanique ondulatoire fournissent la même inégalité:

$$E_{jn} \leq \frac{h^2}{8\pi^2} aj(j+1). \quad (17)$$

### § 5. Le poids statistique dans l'espace des phases des molécules asymétriques

Pour obtenir la somme des phases, nous avons à faire l'addition suivant le nombre quantique  $j$ . Mais ce nombre seul ne définit pas l'énergie, parce qu'au même nombre quantique  $j$  appartiennent plusieurs valeurs propres d'énergie. Dans un tel cas, nous additionnons les termes de la somme en tenant compte de leurs multiplicités, notamment de leurs poids statistiques.

α) Dans la mécanique ondulatoire, c'est le nombre quantique  $j$  qui détermine le moment cinétique. Alors  $j$  caractérise un sous-espace des phases, c'est-à-dire une partie des phases. Dans cette théorie, le poids statistique donne combien de valeurs du nombre quantique  $n$  appartiennent à la partie de l'espace des phases, qui définit le nombre quantique  $j$ .

Selon la note IV on a  $|n| \leq j \leq 0$ , donc à chaque valeur de  $n$  correspondent  $2j+1$  valeurs différentes de  $j$ . Par conséquent, le poids statistique est égal  $2j+1$ , aussi dans l'espace des phases des molécules asymétriques.

b) Dans l'ancienne théorie des quanta,  $j$  caractérise la surface de quelque partie de l'espace des phases, mais non la partie même. Pour cela on a l'habitude de définir dans l'ancienne théorie des quanta le poids statistique d'une manière différente. Le poids statistique appartenant à  $j$  donne la probabilité thermodynamique, pour qu'une molécule se trouve dans la partie de l'espace des phases limitée par les hypersurfaces correspondant à  $j$  et  $j+1$ . Le volume de cette partie de l'espace des phases soit désigné par  $G_{jn}$ . Dans la partie de l'espace des phases déterminée par  $j=0$ , le poids statistique est égal à  $+1$ . La probabilité thermodynamique pour qu'une molécule se trouve dans le volume  $G_j$ , est égal à  $G_{jn}/G_{0n}$ . En cas de rotation d'une molécule asymétrique autour du centre de gravité, il y a deux degrés de liberté cohérents. En posant dans l'équation (6)  $g_n$  et  $g_j$  au lieu de  $g$  et  $g'$ , nous obtenons:

$$G_{jn} = g_n g_{j+1}^2 - g_n g_j^2 = g_n (g_{j+1}^2 - g_j^2)$$

et

$$G_{0n} = g_n.$$

D'après ce qui précède, le poids statistique appartenant à  $j$  est égal à

$$A_{jn} \equiv G_{jn}/G_{0n} = g_{j+1}^2 - g_j^2.$$

D'après l'équation (6), nous avons en même temps

$$g_n = nh$$

et

$$g_j = (jh)^2.$$

Nous en déduisons par des calculs élémentaires que

$$A_{jn} = 2j + 1.$$

c) Malgré que l'ancienne théorie des quanta et la mécanique ondulatoire définissent le poids statistique  $A_{jn}$  en manières différentes, les deux définitions conduisent donc au même résultat:  $A_{jn} = 2j + 1$ .

§ 6. La démonstration de l'inégalité  $e^\alpha \gg 2$  pour des gaz à molécules asymétrique

Pour démontrer l'inégalité (5), nous allons donner pour  $\Psi$  une borne inférieure  $\Phi$  suffisamment précise. Il sera suffisant de démontrer l'inégalité  $\Phi \gg 2$  au lieu de celle (5).

Nous pouvons obtenir une telle borne inférieure soit à la base de la mécanique ondulatoire, soit à la base de l'ancienne théorie des quanta. Envisageons l'expression  $\Psi$  dans l'inégalité (5). Selon l'équation (4) de II, nous avons en cas des gaz des molécules asymétriques, en substituant ici la valeur du poids statistique déterminée par § 5.

$$A_{jn} = (2j + 1) \frac{2\pi V}{h^3} (2m)^{3/2} \sqrt{E_1} \mathcal{A} E_1.$$

À l'analogie de l'équation (16) de II, nous obtenons, aussi pour

les gaz des molécules asymétriques,

$$\bar{\psi} = \frac{(2\pi mkT)^{3/2} V}{N h^3} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=|n|}^{\infty} (2j+1) e^{-\frac{E_{jn}}{kT}} \quad (18)$$

À cause de l'inégalité (17), nous ne pouvons que diminuer  $\bar{\psi}$  si nous substituons dans l'équation (18) au lieu de  $E_{jn}$  la valeur  $K$  donnée par la formule (11):

$$\bar{\psi} \geq \bar{\Phi} \equiv \frac{(2\pi mkT)^{3/2} V}{N h^3} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{j=|n|}^{\infty} (2j+1) e^{-\frac{h^2 a j(j+1)}{8\pi^2 kT}} \quad (19)$$

Introduisons la notation suivante:

$$\sigma \equiv \frac{h^2 a}{8\pi^2 kT} \quad (20)$$

Pour les valeurs possibles du moment d'inertie, resp. de la température, nous avons:

$$0 < \sigma < 1$$

Or M. C. Széll a calculé dans II la somme  $\bar{\Phi}$  du second membre de l'inégalité (19) à l'aide de la formule de sommation d'Euler. Nous écrivons  $\sigma$  et 0 à la place des quantités  $\sigma_1$  et  $\sigma_2$  de II; nous obtenons par le même calcul:

$$\bar{\Phi} \approx \frac{V(2\pi mkT)^{3/2}}{N h^3} \left\{ \frac{(2-\sigma)\sqrt{\pi}}{2\sigma\sqrt{\sigma}} - \frac{1}{\sigma} \right\} \quad (21)$$

M. C. Széll a démontré que cette valeur est plus grande que 2 même pour un gaz de molécules à la grandeur de l'hydrogène et même à la température critique de l'hydrogène. ( $\bar{\Phi} >> 2$ .)

### Résumé.

Dans cette note, j'ai étendu les résultats statistiques de M. C. Széll, concernant les gaz à plusieurs atomes et à molécules symétriques, aux gaz à molécules *asymétriques*. Dans ce cas le calcul numérique du paramètre de dégénération caractérisant la statistique appliquée présente des difficultés. Mais j'ai pu obtenir pour le paramètre de dégénération des gaz à molécules asymétriques, une borne inférieure. En possession de cette borne inférieure, j'ai pu parvenir aux résultats suivants:

Si dans le gaz à plusieurs atomes et à molécules asymétriques, la dégénération de Fermi-Dirac, ou celle de Bose-Einstein se présente lors de la translation du centre de gravité, alors elle se présente également lors de la rotation. Mais, ni la dégénération du type de Fermi-Dirac, ni celle de Bose-Einstein, ne peut se présenter dans les gaz à molécules asymétriques, quelque basse soit la température, ou les valeurs des poids moléculaires et cela des températures critiques, ni lors d'une translation, ni d'une rotation des molécules.

Ce travail est un résumé de ma thèse élaborée dans l'Institut de Physique théorique de l'Université de Szeged. Je veux exprimer mes sincères remerciements au directeur de cet institut, M. le professeur Coloman Széll, qui a attiré mon attention à ces problèmes et qui m'a beaucoup aidé par ses conseils au cours de leur solution.



### Références:

1. C. Széll: *Mateni. Term.-tud. Ért.* (1933) 241. — *Z. Phys.* 86. (1933) 810.  
— Nous citerons ce mémoire par le signe II. Le signe I, indiquera ici, tout comme dans le mémoire II, le traité de M. Széll sur la statistique des gaz à deux atomes. (*Matem. Term.-tud. Ért.* 50. (1933) 331. — *Z. Phys.* 84. (1933) 112.)
2. H. Sponer: *Molekülspektren*, Bd. I., Tab. 15., Springer (Berlin, 1935).
3. M. Planck: *Berl. Berichte*, 1918., S. 1166. Nous désignerons ce traité par III.
4. H. A. Kramers et G. P. Hittmann: *Z. Phys.* 53. (1929) 553. Nous le désignerons par IV.
5. F. Reiche: *Phys. Z.* 19. (1918) 394.
6. M. Planck: *Ann. Physik.* 50. (1916), 385.
7. Ce résultat s'obtient d'une manière analogue à celle dont M. Széll a calculé (dans II) la formule correspondante dans le cas  $b = c$ .

## Revue bibliographique

P. Comparat — F. Ecochard — L. Lafoucrière — J. Thibaud, *Uranium 235 et Plutonium 239*. Publications de l'Institut de Physique Atomique de l'Université de Lyon, 109 pages, Paris, Gauthiers-Villars, 1948.

Plusieurs collaborateurs scientifiques de l'Institut de Physique Atomique de l'Université de Lyon ont organisé dans le courant de l'année 1946 un cycle de conférences consacrées à la constitution de la matière et à la structure du noyau atomique. Leur but était de faire connaître aux ingénieurs les ressources nouvelles que l'énergie nucléaire est susceptible d'apporter au pays. Les conférences faites se trouvent réunies dans ce livre qui constitue une initiation à la physique du noyau atomique, destinée plus particulièrement aux ingénieurs.

Le livre se compose de cinq chapitres.

Dans le chapitre I M. T. Comparat traite de la constitution générale de la matière.

Le chapitre II (M. F. Ecochard) fait connaître la matérialisation de l'énergie.

Le chapitre III (M. J. Lafoucrière) étudie la balistique atomique et les projectiles transmutants.

Le chapitre IV (M. P. Comparat) s'occupe du noyau atomique et des neutrons.

Le chapitre V (M. J. Thibaud) analyse l'utilisation énergétique de l'Uranium.

Les appendices font connaître l'effort technique de 1940 à 1946, la séparation de l'isotope 235 à l'état pur, la préparation du plutonium, la bombe atomique, l'aspect économique de l'énergie nucléaire considérée comme source de puissance.

En résumé, les conférences font connaître depuis la base et très clairement les problèmes du noyau atomique. Nous en conseillons la lecture à tous ceux qui s'intéressent aux méthodes et aux résultats de la théorie du noyau atomique.

Coloman Széll.