Hegyi Ferenc

RUDOLF CARNAP A VALÓSZÍNŰSÉG FELFOGÁSÁNAK NÉHÁNY KÉRDÉSÉRŐL

A valószínűség korszerű értelmezése nem képzelhető el a valószínűség fogalmára vonatkozó régebbi filozófiai, logikai és matematikai vizsgálatok feldolgozása nélkül. Jelen tanulmányban Carnap néhány idevágó gondolatát ismertetjük.[1]

Carnap a valószínűség fogalmával elsősorban a valószínűségi logika kiépítésére tett kísérletei során foglalkozott. Bár a carnapi valószínűségi logika sok vonatkozásban meddő, véleményünk szerint vannak benne mély, élő gondolatok, olyan megfontolások, melyekkel számot kell vetnünk. Ide tartoznak a valószínűség kategória különböző értelmezései is. Mint ismeretes, a szubjektív valószínűségelméleteknek a döntéselmélet kialakulásán alapuló fellendülése a „hagyományos"[2] valószínűség-felfogás felülvizsgálatára kényszerített ill. kényszerít bennünket.

Ma a valószínűség elméletével foglalkozó szerzők döntő többsége egyetért abban, hogy a valószínűség pluralisztikusan értelmezendő.[3] Az egyes valószínűség terminusok közötti differenciák kimutatása nem különösebben nehéz feladat, hiszen e különbségek közvetlenül feltárulnak a különféle valószínűség-fogalmak bemutatásakor. Maga a pluralisztikus koncepció egyértelműen a különbségekre teszi a hangsúlyt, és ez — amennyiben a valószínűség monisztikus felfogásával áll szemben — természetesen jogos is.

Persze, a különbségek abszolút hangsúlyozása csak a ténylegesen meglevő eltérések határáig megengedett. Nem hagyható figyelmen kívül az a kérdés, hogy van-e, és ha igen, milyen jellegű és mértékű a koherencia az egyes valószínűség-fogalmak között. Az, hogy van valami összetartozás, sejthető. E kapcsolat vizsgálata azonban nem is olyan egyszerű, hiszen a nyelvi forma azonossága (a valószínűség szó közössége) legfeljebb a kérdésfelvetést implikálhatja, de az összefüggés melletti érvként aligha használható.

Dolgozatunkban azt kívánjuk vázlatosan megvizsgálni, hogy Carnap milyen összefüggéseket tár fel a különböző, általa lehetségesnek tartott valószínűség-fogalmak között. Mint látni fogjuk, a logikai valószínűség Carnap szerint a legáltalánosabb valószínűség-fogalom. Elemzésünk során ki kell térni a valószínűségi logika felépítésének néhány problémájára is. Ennek alapján meg tudjuk világítani azt a problémát is, hogy a carnapi valószínűségi logika mennyiben tekinthető a leibnizi terv megvalósításának és mennyiben általános logika.

[1] Ez a tanulmány egy készülő nagyobb — a valószínűség fogalmával foglalkozó — munka megírásának előkészületei során jött létre.

[2] A „hagyományos" szó használatát pontosítanunk kell, hiszen a valószínűségről alkotott vélemény az utolsó négyszáz évben állandóan változott. Itt arra a megközelítésre gondolunk, ami a valószínűség Kolmogorov-féle felfogásának elterjedése után — elsősorban a szocialista országokban — általánossá vált. A valószínűség monisztikus felfogása (ld. 3. jegyzet) jellemzi.

[3] A valószínűség pluralisztikus felfogása szerint a valószínűségnek több egymástól eltérő értelmezése lehetséges, szemben a monisztikus felfogással, mely csak egy értelmezést enged meg.

Mint látni fogjuk, Carnap a valószínűségi logikát logikailag a különböző valószínűségelméletek általánosításaként fogja fel. Megjegyezzük, hogy Carnapnak a valószínűségre vonatkozó nézeteit tárgyalva most csak két megközelítési móddal foglalkozunk. E két eltérő megközelítési mód a „Logical Foundations of Probability" [1][4] című klasszikus munkában ill. a Jeffreyvel közösen szerkesztett „Studies in Inductive Logic and Probability"[5] című tanulmánygyűjtemény első, Carnap által írt tanulmányában lelhető fel. Az előbbi keltezése 1950, az utóbbié 1969. A legjelentősebb eltérést abban látjuk, hogy a 60-as években a döntéselméletre és a szubjektív valószínűség elméletére való hivatkozást, mint a valószínűségi logika melletti érvet, átveszi Carnap a valószínűségi logika ill. a szubjektív valószínűség elméletének más művelőitől. Ezzel a — kétségtelenül először nem nála felvetődött — gondolatsorral próbálja heurisztikusan, sőt, szemantikailag megalapozni a valószínűség logikai elméletét.

Vizsgáljuk meg először Carnap régebbi álláspontját. Két valószínűség-fogalom létezik. [1,29—37] Az egyik a logikai valószínűség-fogalom, melynek jele $vszg_1$. Ez nem más, mint a konfirmáció foka, azaz H hipotézis valószínűsége E evidencia alapján. Carnap [1]-beli jelölésével[6] $c(H,E)=r$, ha E evidencia alapján r mértékben bízhatok H igazságában. [1,164] A $vszg_1$ még két másik nézőpontból is tárgyalható, mint korrekt fogadási arány és mint a relatív gyakoriság becslése. (Ld. u. o.) Most ezen utóbbi két kérdéssel nem foglalkozunk részletesen, gondolatmenetünk egészét nem befolyásolja. Csupán annyit jegyzünk meg, hogy ezek a nézőpontok az előző speciális eseteiként foghatók fel. A statisztikai valószínűség fogalmát Carnap $vszg_2$-vel jelöli. A $vszg_2$ a relatív gyakoriságra épülő valószínűségi mérték. Carnap szerint mindkét valószínűség-fogalom kétargumentumú függvény, és a feltételes valószínűség az alapvető fogalom. Ez a megállapítás nem védhető; a feltételes és nem feltételes valószínűségek kölcsönösen visszavezethetők egymásra.

A kérdés: van-e kimutatható eltérés a $vszg_1$ és $vszg_2$ között? Ahhoz, hogy erre a kérdésre válaszolni tudjunk, meg kell vizsgálnunk a $vszg_1$ bevezetésének módját. Vázlatunkban [1]-re és Ruzsa Imre [2/III]-ban található ismertetésére támaszkodunk.

Tekintsünk egy $c(A,B)$ kétváltozós függvényt, mely állításpárokhoz hozzárendeli a [0,1] intervallum pontjait. Egy állításpárhoz pontosan egy olyan r számot rendel hozzá, melyre $0 \leqq r \leqq 1$ teljesül. E függvény logikai értelmezése a következő lehet: B állítás A állítást r mértékben támasztja alá, ha $c(A,B)=r$. $c(A,B)$ szokásos elnevezései: „A hipotézisnek B evidenciára vonatkozó konfirmáltsági foka"; „A valószínűsége B alapján" stb. Feltesszük, hogy B nem önellentmondó. A $c(A,B)=0$ eset értelmezése: A ellentmond B-nek. A $c(A,B)=1$ eset értelmezése: A logikai következménye B-nek.

A fő probléma nyilván az, hogyan határozhatjuk meg a $c(A,B)$ függvényt úgy, hogy eleget tegyen a leírt logikai interpretációnak. Carnap öt követelményt (un. szimmetria-feltételeket) fogalmaz meg, melyek együttesen egyértelművé teszik a $c(A,B)$ függvényt. Nézzük meg e követelményeket.

Mindenekelőtt formalizáljuk az állításokat. Egyszerűsítő feltételként kikötjük, hogy csak az elsőrendű predikátumlogika egy töredékén belül mozoghatunk.

[4] A szögletes zárójelben közölt számok a forrásmunkákra vonatkoznak. Az első szám az irodalomjegyzékben megadott munka sorszáma, a második — a vessző utáni — az ott megjelölt kiadás lapszáma. Amennyiben csak egy szám szerepel, az az idézett munka sorszámát jelöli. Egyéb, a cikkben előforduló rövidítések és jelek: „in-paraméter": individuumparaméter; „pred-paraméter": predikátumparaméter; „&": a konjunkció jele; „V": az alternáció jele; „$\sim$": a negáció jele; „$\in$": a halmazelméleti „eleme" reláció jele.

[5] Carnap halála előtti évben készült el a kézirat.

[6] A pontosság kedvéért megjegyzem, hogy Carnap a „H" és „E" betűk helyett „h" és „e" betűket használ.

N individuumparamétert ($a_1, a_2, \ldots a_N$-t) és π egytagú predikátumparamétert ($F_1, F_2, \ldots, F_\pi$-t) engedélyezünk. Tekintsük az elsőrendű predikátumlogika nyelvének ezen paraméterekre épülő töredékét, a $\Phi(P)$ formulaosztályt. ($\Phi(P)$ tehát azon formulák osztálya, melyek a $P = \{a_1, \ldots a_N, F_1, \ldots, F_\pi\}$ paraméterosztályból felépíthetők.) Az elsőrendű predikátumlogika itt figyelembe vett töredékét $L(N,\pi)$-vel jelöljük. Nem engedjük meg $L(N,\pi)$ összes lehetséges interpretációját, csupán azokat vesszük figyelembe, melyekben U minden elemének van neve, és különböző in-paraméterek U különböző elemeinek nevei. (U a tárgyalási univerzum elemeinek összességét jelöli.) Két megengedett interpretáció tehát csak a pred-paraméterek interpretálásában különbözik egymástól.
Minden (megengedett) interpretáció egy állapotleírást definiál. Ez — kissé leegyszerűsítve — annyit jelent, hogy megadja az egyes pred-paramétereknek megfelelő predikátumok terjedelmét U-ban. Mivel U N elemű és kölcsönösen egyértelműen leképezhető az in-paraméterekre, ezért — figyelembe véve, hogy π db predikátumunk van — így $N\pi$ tagú konjunkcióval jellemezhetünk egy megengedett interpretációt. Az összes állapotleírások száma $2^{N\pi}$. Legyen pl. $N=3, \pi=2$. Ekkor egy lehetséges állapotleírás: $F_1u_1 \mathbin{\&} \sim F_2u_1 \mathbin{\&} \sim F_1u_2 \mathbin{\&} F_2u_2 \mathbin{\&} \sim F_1u_3 \mathbin{\&} \sim F_2u_3$.
Tulajdonképpen arról van szó, hogy rendre megadjuk, U elemei beletartoznak-e az F predikátumok terjedelmeibe, vagy sem. Nyilvánvaló, hogy az állapotleírások és a megengedett interpretációk kölcsönösen egyértelműen meghatározzák egymást. Így az állapotleírások mindegyike pontosan egy interpretációban igaz. Figyelembe véve, hogy az $L(N,\pi)$ nyelv minden kielégíthető zárt formulája ekvivalens azon állapotleírások alternációival, melyekben igaz, ezért az állapotleírások *elemi eseményeknek* tekinthetők. Az $L(N,\pi)$ nyelv minden zárt formuláját események leírásának tekinthetjük, ha megállapodunk abban, hogy a logikailag ekvivalens formulák azonos események leírásai. Jelöljük K-val az állapotleírások halmazát, L-lel K összes részének halmazát. (Kikötéseink miatt L létezik.) L elemeit formulákként kezelhetjük, ha az $\{A_1, \ldots, A_k\}$ ($\in L$) halmazt az $A_1 V \ldots VA_k$ formulával (vagy egy azzal ekvivalens formulával) helyettesítjük. Vezessünk be L-re egy p valószínűségi mértéket,[7] azzal a feltétellel, hogy ha A egy állapotleírás, akkor $p(A) > 0$ teljesüljön. A c konfirmáció függvényt a következőképpen definiáljuk:

$$c(A,B) = p(A|B) = \frac{p(A \& B)}{p(B)},$$

ahol $p(B)$ nem lehet 0. Mivel p nem egyértelműen meghatározott, így további feltevések szükségesek. Legyen f az U univerzumot önmagára kölcsönösen egyértelműen leképező függvény, A pedig $L(N,\pi)$ egy formulája. Jelöljük $f(A)$-val azt a formulát, melyet A-ból úgy kapunk, hogy u helyére $f(u)$-t írunk. ($u \in U$) Azt mondjuk, hogy A állapotleírás izomorf B állapotleírással, ha létezik a leírt tulajdonságú f függvény úgy, hogy $f(A)=B$. Most már minden rendelkezésünkre áll az első szimmetriafeltétel megfogalmazásához.
1. szimmetriafeltétel: Ha A és B izomorf állapotleírások, akkor $p(A)=p(B)$

Legyen Mx az $L(N,\pi)$ nyelv tetszőleges egyváltozós nyílt mondata. Megmutatható, hogy Mx előáll a következő alakban (feltéve, hogy Mx terjedelme nem üres):

$$Mx \equiv R_1 x V \ldots VR_w x$$

ahol $R_i x = G_{1i}x \mathbin{\&} G_{2i}x \mathbin{\&} \ldots \mathbin{\&} G_{\pi i}x \quad (i=1,2,\ldots,w)$

[7] A valószínűségi mérték fogalmát ld. pl.: [2/III, 73]

és $G_{ji}=F_j$ vagy $G_{ji}=\sim F_j$. Ha Mx terjedelme logikailag üres, akkor w értéke definíció szerint legyen egyenlő 0-val. A w számot Mx logikai szélességének nevezzük.

Vezessük be a $\mu=2^{\pi}$ jelölést. A $\frac{w}{\mu}$ hányadost *Mx relatív logikai szélességének* nevezzük.

A $G_1x \& G_2x \& \dots \& G_{\pi}x$ alakú predikátumokat (ahol $G_i=F_i$ vagy $G_i=\sim F_i$ $/i=1,2,\dots,\pi/$) *Q-predikátumoknak nevezzük.*

Legyen az $\alpha=\{u_1,\dots,u_n\}$ halmaz része az U univerzumnak. $(1\leqq n\leqq N)$ Adott interpretáció esetén az α-beli individumok egy és csak egy Q-predikátum terjedelmébe tartoznak. Tekintsük az

$$R_1u_1 \& \dots \& R_nu_n \tag{1}$$

formulát, amelyben — adott interpretáció esetén — R_i az a Q-predikátum, melynek terjedelmébe u_i esik. $(i=1,\dots,n)$

Az adott interpretációban az (1) formula nyilván igaz. Az (1) formulát az α halmaz Q-predikátumokra vonatkozó *egyedi eloszlásának* nevezzük. Jelöljük n_i-vel α azon elemeinek számát, melyek $Q_i(i=1,\dots,\mu)$ terjedelmébe esnek. Akkor $\sum_{i=1}^{\mu} n_i=n$.

Az n_i számokat az (1) egyedi eloszlás *statisztikai számainak* nevezzük. Az α halmaz két egyedi eloszlása izomorf, ha statisztikai számaik rendre megegyeznek. Egyszerű kombinatorikai megfontolásból adódik, hogy egy adott eloszlással izomorf eloszlások száma:

$$d=\frac{n!}{n_1!\,n_2!\dots n_{\mu}!} \tag{2}$$

Az α halmaz valamely egyedi eloszlásával izomorf egyedi eloszlásainak alternációját α egy *statisztikus eloszlásának* hívjuk. Egy statisztikus eloszlás alakja tehát

$$A^* = A_1VA_2V\dots VA_d$$

ahol a tagok mindegyike (1) alakú egyedi eloszlás, a statisztikai számok pedig mindegyikben rendre azonosak. A tagok száma (2) alapján határozható meg.

Az $L(N,\pi)$ nyelv bármely formulája kifejezhető az eredeti pred-paraméterek $(F_1,\dots,F_{\pi})$ helyett a Q-predikátumok segítségével. Ezért föltehetjük, hogy predikátumaink Q-predikátumokból épülnek fel. Ennek alapján kimondható a

2. szimmetriafeltétel: Ha a B mondat úgy keletkezik A-ból, hogy benne valamely Q-predikátumot egy másik Q-predikátummal helyettesítünk, akkor $p(A)=p(B)$.

Jelölje A_Q az $\alpha(\subseteq U)$ halmaz egy statisztikus eloszlását a Q-predikátumokra nézve. Legyen Mx tetszőleges, Q-predikátumok alternációjaként előállított predikátum. Helyettesítsük A_Q-ban Q_i-t M-mel, ill. $\sim M$-mel, aszerint, hogy Q_i előfordul ill. nem fordul elő M-ben $(i=1,2,\dots,\mu)$ és jelöljük a kapott mondatot A_M-mel. α fenti statisztikai eloszlását Mx szerint éppen A_M fejezi ki. A

3. szimmetriafeltétel megköveteli, hogy $c(Mu,A_M)=c(Mu,A_Q)$ teljesüljön, ha u nem eleme α-nak. Azaz: annak konfirmáltsági foka szempontjából, hogy az α minta tapasztalata alapján egy a mintában nem szereplő u individuum rendelkezik-e az M tulajdonsággal, közömbös, hogy a minta eloszlását az $M,\sim M$ dichotómia szerint, vagy pedig a Q-predikátumok létesítette részletes felosztás szerint vesszük. Jelöljük röviden A_{Qi}-t A_i-vel.

4. szimmetriafeltétel

$$\frac{s_i}{s} \leqq c(Q_i u, A_i) \leqq \frac{1}{\mu} \qquad (3)$$

ahol s α elemeinek száma, s_i pedig α azon elemeinek száma, melyek Q_i tulajdonságúak. Könnyen ellenőrizhető, hogy

$$c(Q_i u, A_i) = \frac{s_i + \frac{\lambda}{\mu}}{s+\lambda} \qquad (i=1,\ldots,\mu;\ \lambda \leqq 0) \qquad (4)$$

esetén (3) teljesül.

5. szimmetriafeltétel: (4)-ben λ csak μ-től függ.

Nyilvánvaló, hogy λ-nak, mint μ függvényének megadásával a c függvény már egyértelműen meghatározott.

Ezek után már tudjuk pontosítani a $vszg_1$-re és $vszg_2$-re vonatkozó állításokat. Carnap szerint a $vszg_1$ analitikus, a $vszg_2$ empírikus. A „$c(H,E)=r$" kijelentés analitikus, mert a nyelv és a c függvény megadása után e kijelentés igazságértéke nem függ a tapasztalattól A „$P(A)=s$" kijelentés empírikus (P itt a statisztikus ingadozáson alapuló valószínűségi mértéket jelöli[8]), mert az A esemény relatív gyakorisága alapján állítjuk. Ha a gyakoriság változik, akkor módosítunk a valószínűségi állításon. Ez a megkülönböztetés nyilván helytelen, hiszen ha a $vszg_1$ fogalmát használjuk, inadekvátság miatt a c függvény megváltoztatására kényszerülhetünk. Az sem jelent lényeges eltérést, hogy a $vszg_1$ *állítások* valószínűségére vonatkozik, a $vszg_2$ pedig *események* valószínűségére. Ugyanis az állítások osztályának egy része izomorf az események osztályával, mivel minden eseményhez létezik olyan állítás, mely akkor és csak akkor igaz, ha az esemény bekövetkezik. A $vszg_1$ és a $vszg_2$ között tehát ha van is különbség, az nem olyan természetű, ahogyan Carnap vélte. Egészen egyszerűen (pusztán matematikai szempontból) a Carnap-féle valószínűségi logika a Kolmogorov-féle valószínűségszámítás speciális esete. A Kolmogorov-féle elméletből úgy kaphatjuk meg a Carnap-féle struktúrát, hogy elemi eseményeknek az adott nyelvre vonatkozó állapotleírásokat választjuk, és a valószínűségi mérték eleget tesz az ismertetett 1—5 szimmetriafeltételeknek. Ez az előzőek alapján világos. Esetleg arra gondolhatnánk, hogy a speciális szimmetriafeltételek hordozzák a $vszg_1$ fogalmának logikai természetét. Ha ez igaz lenne, akkor elmondhatnánk, hogy találtunk lényegi differenciát $vszg_1$ és $vszg_2$ között. A valóság azonban az, hogy — bár a szimmetriafeltevések némelyike mellett többé-kevésbé nyomós logikai természetű érveket hozhatnak fel (ld. később az első szimmetriafeltétel speciális esetére vonatkozó fejtegetést) — általánosságban nem támaszthatók alá. Csak empírikus tapasztalatok alapján dönthetünk arról, hogy feltételezésük megengedhető-e. (Ld. erről [2/III,87] (1) lábjegyzetét.)

Hogyan vélekedik ekkor (a 60-as évek elejéig) Carnap a valószínűség fogalmak koherenciájáról? Több helyen is kifejti a fogalmak explikációjára vonatkozó elméletét. Pl. [1,163] és [3,12—17]. A fogalmak három csoportját különbözteti meg: (i) A *klasszifikatórikus* fogalmak a dolgokat két vagy több osztályba sorolják. (*ii*) A *komparatív* fogalmak lehetővé teszik, hogy a dolgot meghatározott tulajdonságaik vagy viszonyaik alapján összehasonlítsuk és pl. a nagyobb, kisebb, egyenlő relációk segítségével rangsoroljuk. (Tulajdonképpen kétváltozós reláció-fogalmak.) (*iii*) A *kvantitatív*

[8] Carnap a vizsgált szempontból azonosnak tekinti a Mises és a Kolmogorov-féle felfogásokat. (Ld. erről pl.: [9, 71])

(metrikus) fogalmak a metrikusan mérhető, számszerűen jellemezhető fogalmak. Carnap szerint minden fogalom átmegy e három stációból álló „fejlődési" folyamaton. Ez a gondolat általában nyilván nem igaz. Egyetértünk Hársing Lászlóval, aki a „J. M. Keynes valószínűségi logikája" c. tanulmányában bírálja az explikáció elméletet. [4,246] A konfirmáció fogalma is ilyen fejlődésen esett át, írja Carnap. Erről a következőket olvashatjuk:

(*i*) A konfirmáció klasszifikatórikus koncepciója: A H hipotézist alátámasztja az E evidencia.

(*ii*) A konfirmáció komparatív koncepciója: H-t az E legalább úgy alátámasztja, mint H'-t az E'.

(*iii*) A konfirmáció kvantitatív koncepciója: H-t az E r mértékben támasztja alá. [1,163]

Kétségtelen, hogy a valószínűségi logika fejlődését ténylegesen ez a folyamat jellemzi, még akkor is, ha mind a mai napig nem született igazán jó kifejtés se (*ii*)-re, se (*iii*)-re. Nem tartozik vizsgálatunk tárgyához, de megjegyezzük, hogy ennek feltehetően mélyebb, a tudomány funkcionálásának módjában rejlő okai vannak, és nem pusztán az apparátus tökéletlenségében vagy a rossz megközelítésben kell keresnünk a hibát.

Összefoglalva eddigi elemzésünket, a következőket mondhatjuk el. Carnap klasszikus felfogása szerint meg kell különböztetni két valószínűség fogalmat. E kettő természete erősen eltér. A $vszg_1$ sajátos fogalom-fejlődés eredménye, amely mint alacsonyabb szintet tartalmazza magában a komparatív valószínűség fogalmát, másrészt mint speciális esetet, magában foglalja a korrekt fogadási arány és a relatív gyakoriság becslését.

Térjünk rá azután az „Inductive Logic and Rational Decisions"[5] című Carnap tanulmány idevágó gondolatainak ismertetésére.

Ebben a rövid, de az induktív logika lényegét és méginkább megalapozását nagyon jól megvilágító tanulmányban a valószínűségi logika a megismerés folyamatának egy magasszíntű produktumaként szerepel. E fejlődés formája itt nem a fogalmak explikációja, hanem a szubjektív vagy heurisztikus megközelítés felől az egzakt, ezért *önmagában* (legalábbis formális matematikai rendszerként) mindenképpen helytálló elmélet felé vezet az út. Megemlítjük, hogy ez szerencsés eljárás. Csodát persze nem eredményez, ti. a valószínűségi logika problémáit ez sem oldja meg. Megkönnyíti a természetes interpretáció fellelését, de ezen túlmenően nem tudunk kimutatni más lényeges pozitívumot. Most azonban nézzük meg közelebbről ezt az érdekes és gazdag gondolatsort, melynek követése végett meg kell ismerkednünk a szubjektív valószínűség elmélete és a döntéselmélet alapgondolataival is.[9]

Tekintsük át először a döntéshozás szokásos sémáját. X személynek T időpontban választania kell $A_1, A_2, \ldots$ lehetséges cselekvések között. A választás körülményeiről a következőket tételezzük fel: X tudja, hogy a valóságnak a döntés számára releváns állapotai T időben $W_1, W_2, \ldots$. X nem tudja, hogy melyik a tényleges állapot. Azzal a feltételezéssel élünk, hogy a lehetséges cselekvések és a lehetséges állapotok száma véges. X tudja, hogy ha az A_m lehetséges cselekvést választaná, és a dolgok állapota W_n lenne, akkor cselekedetének eredménye $O_{m,n}$ lenne. Ezt az $O_{m,n}$-et egyedül A_m és W_n határozza meg, és X ismeri ezt az összefüggést. Feltételezzük még, hogy adott X számára egy U_X hasznossági függvény, mely az $O_{m,n}$ értékeken (tehát a lehetséges kimeneteleken) értelmezett, és X ki tudja számítani értékét bármely $O_{m,n}$ esetén. Ennek

[9] A szubjektív valószínűségen alapuló döntéselméletről részletesebben [7] és [10] alapján tájékozódhatunk.

alapján az A_m lehetséges cselekvés szubjektív értékét X számára T időben a következő kifejezés értékével mérhetjük:

$$V_{X,T}(A_m) = \sum_n [U_X(O_{m,n})\, P(W_n)], \tag{5}$$

ahol $P(W_n)$ a W_n állapot valószínűsége és az összegzés valamennyi W_n állapotra történik. (Megjegyezzük, hogy itt annyiban van szó szubjektív értékről, amennyiben a lehetséges állapotokon értelmezett P függvény szubjektív jellegű, azaz meghatározásakor nagymértékben önkényesen járunk el.[10]) A várható érték szokásos definíciójának ismeretében világos, hogy (5) éppen az A_m cselekvés *várt hasznossága X* számára. A várt hasznosság amennyiben *várt*, annyiban nyilván *a priori*. Ha a W_n valószínűséget befolyásolná az, hogy éppen az A_m aktust hajtottuk végre (ami nagyon is elképzelhető), akkor a $P(W_n|A_m)$ valószínűséget kellene venni $P(W_n)$ helyett. A döntéshozás bayesi szabálya a következő kézenfekvő követelményt támasztja: Úgy választunk egy lehetséges cselekvést, hogy az maximálja a V értéket. E követelmény két elvvel támasztható alá:

(*i*) A döntéseket rendszerint úgy hozzuk, hogy a választott döntésnek maximumértéke van.

(*ii*) Egy racionális döntés olyan cselekvés választásában áll, melynek maximumértéke van.

Az (*i*) elv egypszichológiai törvény (már amennyiben egyáltalán törvény). A *leíró döntéselméletbe* tartozik, ami a pszichológia része. (*ii*) viszont a *normatív döntéselméletbe* tartozik, amely racionális követelményeket fogalmaz meg a döntésekkel szemben. Az itt szereplő P valószínűség jellegéről később részletesen beszélünk. Egyelőre pontosabb jellemzés nélkül csak annyit, hogy P *szubjektív* valószínűség-fogalom. Ennek Carnap szerint két fajtája lehet. Az egyik a hit tényleges fokát reprezentálja, a másik a hit racionális fokát. Tehát: X tényleges hitfoka pszichológiai fogalom. Ettől különbözhet a racionális hit foka. Annak alapján, hogy a döntés meghozásakor a tényleges hitfokot vagy a racionális hitfokot vesszük alapul, beszélhetünk tényleges vagy racionális döntésről. A tényleges hit Carnap szerint a bizonytalanság állapotában levő személyek viselkedésének kutatása alapján rögzíthető, pl. viselkedés fogadásokkal vagy szerencsejátékokkal kapcsolatban. Erre a pszichológiai fogalomra használja a *hit* terminust.

Itt térünk ki néhány terminológiai megjegyzésre. Az angol nyelvben a hit, hihetőség, bizalom stb. terminusok használata pontosabb, mint a magyarban. Csak a legfőbb eltérésekről: A vallásos hit külön nevet visel: „faith". Ez nagyban csökkenti a félreértéseket. A szubjektív hitet (tehát egy egyénnek valamilyen esemény bekövetkeztébe vagy állítás igazságába vetett hitét) a „credence" terminussal nevezik meg. (Filozófiai, logikai szövegekben rendszerint „hit"-nek fordítják, ennél még az egyébként szokásos köznapi fordítás /„bizalom"/ is jobb lenne.) A „credibility" terminus a racionális hit mértékét jelöli, itt a „hihetőség" nem rossz fordítás, de a magyar nyelvben a „bizalom" és a „hihetőség" szavak között nincs meg az a különbség, ami az itt leírt értelemben a „credence" és a „credibility" között megállapítható.

T időben X személynek H állításba vetett hitét $Cr_{X,T}(H)$-val jelölhetjük. Ha X és Y különböző személyek, akkor általában $Cr_{X,T}(H) \neq Cr_{Y,T}(H)$, és ha $T_1 \neq T_2$, akkor általában $Cr_{X,T_1}(H) \neq Cr_{X,T_2}(H)$.

[10] Természetesen a P függvény szubjektív jellegének ez nem pontos meghatározása, csupán előzetesnek szántuk.

A hit itteni definícióját használva (5) értékdefiníciót a következő alakban írhatjuk:

$$V_{X,T}(A_m)=\sum_n[U_X(O_{m,n})Cr_{X,T}(W_n)]$$

(Szokásos módon értelmezhető a feltételes hit is:

$$Cr'_{X,T}(H|E)=\frac{Cr_{X,T}(E\cap H)}{Cr_{X,T}(E)}$$

föltéve, hogy $Cr_{X,T}(E)>0$.)
Amennyiben a Cr függvény alapján hozunk döntést (minden egyéb feltétel nélkül), akkor *tényleges döntésről* beszélhetünk, a fenti értelemben. A tényleges döntések értelme a fogadási arányon keresztül világítható meg.
Egy fogadás a következőképpen zajlik le. X befizet a fogadóirodába a összeget, partnere, Y, b összeget fizet be. Egyetértenek abban, hogy ha H teljesül, X kapja $a+b$-t, ha H nem teljesül, Y kapja $a+b$-t, azaz a teljes összeget. Az, hogy X személy T időpontban belemegy-e a fogadásba, nyilván a $Cr_{X,T}(H)$ függvénytől függ. Számára akkor éri meg fogadni, ha $Cr_{X,T}(H)>q\left(=\frac{a}{a+b}\right)$-nél. (Ez éppen az az eset, amikor X azt hiszi, hogy nyereségének várható étéke nagyobb 0-nál.) Ilyen alapon $Cr_{X,T}(H)$ felfogható a legmagasabb fogadási aránynak, amivel X még hajlandó fogadni. Cr tehát kapcsolatban van a fogadásokkal. Nyilvánvaló, hogy az olyan Cr függvényt, mely alkalmazásával feltétlen veszteséget hozó fogadást köthetünk nem célszerű elfogadni hitfüggvénynek. Cr konstrukciójának pl. ki kell zárni a következő fogadásrendszer megkötésének lehetőségét: A személy fogadása két részből áll: a) 1:3-hoz, ha H igaz b)1:3-hoz, ha H nem igaz. Az eredmény: Ha H igaz, A nyer két egységet, ha H nem igaz, A nyer két egységet. Azaz, A fogadó partnere mindenképpen veszít; számára ez nemkívánatos fogadás. A később megfogalmazandó konzisztencia követelménye kizárja, hogy ilyen fogadást megalapozó Cr függvény létezzék; látni fogjuk, hogy $Cr_{X,T}(H)=1-Cr_{X,T}(\bar{H})$-nak teljesülni kell, ami — mint könnyen kimutatható — kizárja az előbbi típusú fogadásokat. Ld. erről pl. [7,6], [8,719].

A deskriptív döntéselméletről a normatív döntéselméletre való áttérést Carnap nem annyira a normatív döntéselmélet immanens értékeiért tartja célszerűnek, mivel annak módszertani státusza szerinte is problematikus, hanem azért, mert ez az összekötő kapocs a leíró döntéselmélet és az induktív logika között. [5,13]

Az előbbi fogadásokkal kapcsolatos megjegyzések alapján érthető az első racionalitás-követelmény. ($R$1.) Megfogalmazásához szükség van a következő *definícióra:* Egy Cr függvény akkor és csak akkor *koherens,* ha nincs olyan Cr-rel összhangban levő fogadási rendszer, mely tiszta veszteséghez vezet minden lehetséges esetben. Ennek alapján az első racionalitás-követelmény:
$R$1: Ahhoz, hogy a Cr racionális legyen, a Cr függvénynek koherensnek kell lennie.

Bruno de Finetti 1931-ben bebizonyította, hogy egy Cr függvény akkor és csak akkor koherens, ha Cr valószínűségi mérték. Ennél általában többet, ti. Cr szigorú koherenciáját követelik meg. *Cr szigorúan koherens* akkor és csak akkor, ha Cr koherens, és nincs olyan Cr-rel összhangban levő fogadásrendszer úgy, hogy az eredmény tiszta veszteség legalább egy lehetséges esetben, de olyan sincs, mely mindig nyereséget hoz. Ennek alapján fogalmazható meg a második racionalitási követelmény:
$R$2: Ahhoz, hogy a hitfüggvény *racionális* legyen, szigorúan koherensnek kell lennie.
Definiáljuk ezután a reguláris hitfüggvényt.

Egy Cr függvény akkor és csak akkor *reguláris,* ha Cr egy valószínűségi mérték és H atomi állításra $Cr(H)=0$ csak akkor teljesül, ha H lehetetlen.

Az eddig vizsgált hitfüggvények időtől függetlenek. Figyelembe kell azonban venni, hogy az idő folyamán a hitfüggvény változhat. $R1$ és $R2$ követelmények időtől függetlenek, a további követelmények kimondásakor viszont az új ismeretek valószínűséget módosító hatására is tekintettel vannak. Jelöljük X hitfüggvényét a T_n időpontban Cr_n-nel, T_{n+1} időpontban Cr_{n+1}-gyel. Az E állítás reprezentálja az X által kapott megfigyelési adatokat a két időpont között. A harmadik követelmény a következőképpen fogalmazható meg:

$R3$: Cr_{n+1} csak Cr_n-től és E-től függ, éspedig az az alábbi módon:
Bármely H állításra teljesül a

$$Cr_{n+1}(H)=\frac{Cr_n(E\cap H)}{Cr_n(E)}$$

összefüggés. Cr'_n definícióját felhasználva: $Cr_{n+1}(H)=Cr'_n(H|E)$. JelöljükCr_i-vel ($i=1,2,\ldots,n$) X személyes valószínűségét E_i állítás alapján a T_i időpontban. Tételezzük fel, hogy már az első adat (állítás) ismerete előtt rendelkeztünk valamilyen kezdő hitfüggvénnyel. Jelöljük ezt a kezdeti hitfüggvényt Cr_0-val. Legyen $K_n=\bigcap_{i=1}^{n} E_i$. Megmutatható, hogy $Cr_n(H)=Cr'_0(H|K_n)$, ahol Cr'_0 a Cr_0-n alapuló feltételes hitfüggvény. A Cr'_0 feltételes kezdeti hitfüggvényt *hihetőség függvénynek* nevezik és „Cred"-del jelölik. Felmerülhet a kérdés: miért használnak két jelölést ugyanarra a függvényre? Ennek oka az, hogy a Cred függvénnyel szemben támasztott követelményeket Carnap szerint természetes módon enyhíthetjük, így a Cred függvény különbözhet Cr_0-tól. Vizsgálódásunk szempontjából ennek konkrét formája érdektelen; a továbbiakban a Cred függvény már ebben a módosított értelemben szerepel. $\mathrm{Cred}(H|A)$ jelenti X H-ba vetett hitét A tetszőleges állítás figyelembevételével a T időpontban. Az enyhítés lényege heurisztikusan úgy írható le, hogy a Cred függvényt már úgy tekintjük, mint ami valamely adatsorozat eredményeként jött létre. Ha X tényleges megfigyelésen alapuló tudása a T időpontban $K_{X,T}$, akkor bármely H állításra:

$$Cr_{X,T}(H)=\mathrm{Cred}_X(H|K_{X,T})$$

a definíció szerint. Nyilvánvaló, hogy a döntéshozáshoz szükséges $V_{X,T}(A_m)$ függvényben a Cr függvényt helyettesíthetjük a Cred függvénnyel.

Megjegyezzük, hogy a Cr függvény és a Cred függvény Carnap által vélt eltérése elég gyengén indokolt. Carnap a következőket írja: „Míg $Cr_{X,T}$ jellemzi X állapotát T időpontban a hitére való vonatkozásban, az ő Cred_X függvénye az ő mélyenfekvő, permanens intellektuális karakterének jellemvonása, nevezetesen az ő folytonos diszpozíciója hit képzésére a megfigyelései alapján." [5,19] Továbbá, a Cred függvény a hitfüggvényből fejlődik ki. A fogalmak fejlődését általában az jellemzi, hogy az empírikustól a kevésbé empírikus felé fejlődnek. A hitfüggvény fejlődésének jellemzője egy ehhez hasonló belső pszichikus fejlődés a pillanatnyi hajlamtól az állandó állapot felé.

Ezek a fejtegetések aligha mutatnak ki reális különbséget a Cr és a *Cred* függvények között. Egymásra kölcsönösen visszavezethetők, viszonyuk leginkább a feltétel nélküli és a feltételes valószínűség viszonyára hasonlít. Ennél sokkal lényegesebb az a kérdés, hogy mi szükség van a Cr_0 függvényre (vagy a *Cred* függvényre)? Carnap válasza: az $R4$ racionalitás-követelmény alátámasztásához szükséges.

$R4$: Legyen a_i és a_j két individuum. Legyen H és H' két állítás úgy, hogy H' H-ból jöjjön létre azáltal, hogy a_i helyett a_j-t veszünk és fordítva. Akkor $Cr_0(H)=Cr_0(H')$.

E követelmény — mint láttuk — szükséges a Carnap-féle valószínűségi logika kiépítéséhez. ($R4$ az 1. szimmetriafeltétel speciális esete.) „H-nak és H'-nek pontosan ugyanaz a logikai formája, csak abban különböznek, hogy referenciájuk két különböző individuumra irányul. Előfordulhat, hogy ezek az individuumok egészen különbözők. De különbözőségük nem ismert a T_0 időben, így semmilyen befolyásuk nem lehet H és H' Cr_0 értékeire" — érvel Carnap. [5,23] Úgy vélem, itt saját szavaival fogalmazza meg a *hiányzó alap* sokat vitatott elvét. (A hiányzó alap elvének kritikáját ld. pl. Hársing [4,249-251]) Maga Carnap is bevallja, hogy éppen erről van szó. A hiányzó alap elvét eredeti, Laplace-nál szereplő formájában túl erősnek véli, de az elv alapgondolatát helytállónak tartja. [5,27] Világos tehát, hogy Cr_0 bevezetése az $R4$ szimmetria követelmény kimondásához volt szükséges.

Most már csak egy lépés választ el bennünket a valószínűségi logikától, de a talaj már nagyon ingatag. E hátralévő lépést nem érheti lényegi bírálat, az eddigiekben ismertetett megalapozás helyessége viszont nagyon vitatható.

A valószínűségi logika kiépítésében Carnap a racionális Cr_0 és a racionális *Cred* függvényre épít. Cr_0-nak $\mathcal{M}$-mel jelölt függvényt feleltet meg melyet *mérték függvénynek* nevez. A *Cred*-nek megfelelő logikai függvényt a $\mathcal{C}$ szimbólummal jelöli, és *$\mathcal{C}$ függvénynek* vagy *konfirmációs függvénynek* hívja. $\mathcal{C}(H|E)$ tehát jelenti H konfirmációjának fokát E-re vonatkozóan. $\mathcal{M}$-et és $\mathcal{C}$-t tisztán logikai úton, matematikai eszközök felhasználásával definiálják, a valószínűségi logika axiómái tisztán logikailag megfogalmazottak. Az axiómák választására vonatkozó okok viszont nem logikaiak, azt tartják szem előtt, hogy az $\mathcal{M}$ függvények ténylegesen feleljenek meg a Cr_0 függvényeknek és a $\mathcal{C}$ függvények a *Cred* függvénynek.

Ezzel tulajdonképpen vázlatosan áttekintettük az idős Carnap felfogását a valószínűség kérdéséről. Jól látható, hogy bonyolult, alaposan kimunkált elméletről van szó, amelynek gyakran eléggé meglepő belső elemeit a lehető legnagyobb mértékben megpróbálja ellentmondástalanná és összefüggővé tenni. A már említett összetettség, valamint az egység, az összefüggés kimutatására szolgáló eszközök és több fundamentális feltételezés vitatható volta kétségtelenül nehézkessé teszi a problémakör tárgyalását, ennek ellenére fel kell figyelnünk arra a törekvésre, amely a valószínűségi logikát mint természetes általánosítások eredményeként adódó logikát kívánja bemutatni. Ennyiben következetesen ragaszkodik a valószínűségi logika megteremtésének régi elvéhez. (Lényeges, hogy az általánosítás alapja nem a deduktív logika, hanem a szubjektív valószínűség fogalmán alapuló döntéselmélet.) Sajnos, Carnapnak, e kitűnő logikusnak az erőfeszítéseit — mint láttuk — nem koronázta siker.

Foglaljuk össze eddigi eredményeinket. Carnap a valószínűség fogalmát a tényleges illetve a racionális emberi viselkedés szabályai általánosításaként közelítette meg. A köznapi szóhasználatban a racionális és a logikus általában felcserélhető. Ebben az esetben aligha. A „logikus" érvelést szokásosan úgy értelmezhetjük, mint a logika szabályainak megfelelő érvelést. Döntéshozáskor azonban figyelembe vesznek egy olyan szempontot, mely semmiképpen nem logikai: A maximális haszonra törekvés posztulátumát. Úgy tűnik tehát, hogy Carnap valószínűségi logikája tényleg általánosítás, de nem a (kétértékű, deduktív) logika általánosítása, hanem a nem egzakt, szubjektív valószínűség fogalomé, mely ténylegesen közel áll állítások elfogadásának ill. elvetésének (és az ezen alapuló cselekvésnek, tehát döntésnek) a problémájához. Világos, hogy Carnap ismertetett időskori felfogása szerint a konfirmáció függvény elsősorban nem arra alkalmas, hogy segítségével indukciót alapozzunk meg, hanem arra, hogy a megismert $c(H|E)=r$ valószínűséget *döntéshozásban* alkalmazzuk.

Mi a viszonya a hagyományos, kétértékű logikához? Semmi esetre sem annak általánosítása, a fentebb említett okok miatt. Nem tartalmazza speciális esetként a kétértékű logikát, de *támaszkodik* a kétértékű logikára. Elfogadja a dichotómia elvét és felhasználja a predikátumlogikát.

Az lehetne a következő kérdésünk, hogy a valószínűség ilyen felfogása mennyiben felel meg a leibnizi elképzelés szellemének?
Véleményünk szerint a Carnap-féle valószínűségi logika a leibnizi terv szellemében fogant. Ezen állításunk mellett három érvet hozunk fel.
Először: Carnap szerint a valószínűségi logika a *racionális* emberi magatartásra épül és így természetes kiegészítője a *logikus* magatartásnak. A valószínűségi logika Leibniz felfogása szerint is a logika *kiegészítője*. [6,250] Másodszor: E racionális kiegészítés tartalmazza a *hasznosság* figyelembevételét. „ A véletlenen múló haszon reményeit vagy sikerét ennek a haszonnak és elérései valószínűsége nagyságának szorzatával kell mérni, tekintve, hogy a reménykedés egyszerre és külön arányos a haszon nagyságával és valószínűségével." [6,247] Bár a fogalmazás formálisan csak a várható érték egy speciális esetre való formulázásának tűnhet (a hasznosság esetére), a kontextus figyelembevételével nyilvánvaló, hogy Leibniz szerint az emberi cselekvések egyik mércéje *általában* a hasznosság lehet. A $V_{X,T}$ hasznosság függvény és a haszon nagyságán alapuló döntés figyelembevétele egyértelműen a leibnizi gondolat megvalósítása.
Harmadszor: Leibniz szerint a *hipotézisek* valószínűségének fokát kell becsülni. Ezt a következő, érdekes és fontos, de eléggé elfelejtett érveléssel támasztja alá: „... az analízis... az okozatoknak az okokra történő vagyis következményeknek az alapelvekre vagy a megfigyelt jelenségeknek a hipotetikus törvényekre történő visszavezetésében áll. Márpedig tudjuk, hogy ez a regresszió a fordítottja a direkt deduktív rendszernek, ez csak valószínű, akkor, amikor visszatérés nincs, ekkor *fel kell becsülni az így felállított hipotézis valószínűségi fokát* és pontosan ez a valószínűségek inverz számításának rendeltetése, amely annak felbecsülésében áll, amelyet olyan okok valószínűségének hívnak, amelyek egy, a tapasztalat által adott és ismert okozatot képesek létrehozni." [6,273] (Kiemelés tőlem. H. F.) Semmit sem változtat a helyzeten, hogy a carnapi valószínűségelmélet az idézetben szereplő értelemben vett hipotézisek valószínűségének meghatározására nem alkalmas.

További megjegyzések:
Amennyiben Carnap célja a valószínűség-fogalom kibontakozásának elemzésével részben a valószínűségi logika interpretációjának megalapozása, e „fejlődési folyamat" leírását pozitívnak tekinthetjük. A valószínűségi logika felől nézve azonban ugyanez a szubjektív valószínűség melletti érvelést jelent.
Kétségtelen, hogy Carnap közeledik a szubjektív valószínűség híveinek álláspontjához. Ez abban mutatkozik meg, hogy a szubjektív valószínűséget a valószínűség egyik olyan típusának tekinti, mely kvantitatíve megragadható. Így tovább bővül az eredeti *vszg*$_1$-ből és *vszg*$_2$-ből álló összesség. A következőket írja: „... ez a logikai elmélet a valószínűségnek csak az absztrakt, formális aspektusaival foglalkozik, és a (személyes) valószínűség teljes jelentését a döntéselmélet szélesebb kontextusában érthetjük csak meg, a valószínűség és a hasznosság illetve racionális cselekvés közötti kapcsolatokon keresztül". [5,26] Véleménye szerint az objektív (statisztikus) valószínűség a szubjektív valószínűség speciális esete. A döntéselmélet ismertetésében a következőket olvashatjuk: „... abban a speciális esetben, amikor X ismeri a statisztikai valószínűségeket a W_n releváns állapotaira vonatkozóan, de nem tudja, hogy melyik a tényleges állapot, a döntéselv használhatná ezeket a valószínűségeket. ... És nincs ez ellentétben avval a nézettel, hogy a döntéselvnek a személyes valószínűségre kellene vonatkoznia,

mivel e speciális helyzetben a személyes valószínűség X számára egyenlő lenne a statisztikai valószínűséggel." [5,9]

Úgy véljük, hogy a carnapi valószínűség-felfogás sokoldalúságának, színességégének valamint Carnapnak a logika és az emberi magatartás viszonyáról alkotott érdekes (bár egyáltalán nem kifogástalan) elképzelésének ismerete hozzájárulhat a valószínűség-fogalom körül dúló viták termékenyebb folytatásához.

IRODALOM

1. R. Carnap: Logical Foundations of Probability. Chicago 1950.
2. Szimbólikus logika I-III. Szerk.: Ruzsa I. Bp. 1975.
3. R. Carnap-W. Stegmüller: Induktive Logik und Wahrscheinlichkeit. Wien 1959.
4. Logikai tanulmányok. Szerk.: Tamás Gy. Bp. 1971.
5. Studies in Inductive Logic and Probability. Szerk.: R. Carnap—C. Jeffrey. Berkeley, Los Angeles, London 1971.
6. L. Couturat: La logique de Leibniz d'apres des documents inedits. Paris 1901.
7. Studies in Subjective Probability. Szerk.: H. E. Kyburg—H. E. Smokler. New York 1964.
8. J. G. Kemeny: Carnap's Theory of Probability and Induction. In: The Philosophy of Rudolf Carnap. La Salle 1963.
9. Carnap's Intellectual Autobiography. In: The Philosophy of Rudolf Carnap. La Salle 1963.
10. P. Suppes: The Role of Subjective Probability and Utility in Decision-making. In: Selected Papers from 1951 to 1969. Amsterdam 1969.

Ференц Хеди

О НЕКОТОРЫХ ВОПРОСАХ ПОНИМАНИЯ ВЕРОЯТНОСТИ РУДОЛЬФОМ КАРНАПОМ

Автор показывает и анализирует некоторые мысли Р. Карнапа в отношении понятия вероятности. Он демонстрирует интерпретацию Карнапом различных понятий вероятности. Автор устанавливает, что карнаповское понимание вероятности очень близко представлениям Лейбница. Это особенно проявляется в той интерпретации вероятностной логики, в которой важным фактором является предпочтения, приносящего максимальную выгоду. Работа в первую очередь ставит своей целью уточнение различных толкований вероятности.

Ferenc Hegyi

RUDOLF CARNAP ON QUESTIONS OF THE CONCEPTION OF PPOBABILITY

Rudolf Carnap's thoughts on the concept of probability are introduced and analized, and his interpretation of the different concepts of probability is described. It is pointed out that Carnap's concept of probability is very near to Leibniz's views, what can be seen especially in such an interpretation of probability logic where the preference of the decision bringing maximal benefit is an important factor. The paper wishes to contribute to making clear the different interpretations of probability.