

Az általános iskolai geometriatanítás gyakorlati vonatkozásainak néhány kérdése

A reformtervezet szerint a matematika tanításának igazodnia kell azon alapelvekhez, hogy az iskola a gyakorlati életre, a hasznos munkára neveli a tanulókat. A tervezet szerint e célból fokozottabb gondot kell fordítanunk a gyakorlati mérésekre és számításokra, ezeket szervesen be kell illeszteni a matematika tanítás folyamatába. Ebben a törekvésben jelen lehetőségeinket figyelembevéve nem gondolhatunk arra, hogy a matematikaórákon laboratóriumi jellegű méréseket végezzünk és minden tanuló külön mérőeszközzel külön mérési feladatot hajtson végre. Ezek a mérések jelentős részükben csak bemutató jellegűek lehetnek.

A gyakorlati foglalkozások tantárgy tanítása különböző mérések és számítások elvégzésének igényével lép fel a matematika tanításával szemben. Ebből következően a tárgy segíteni fog a matematika tanításnak abban, hogy a tanulók gyakorlatban alkalmazzák matematikai ismereteiket. Ezen kölcsönös hatás abban is megnyilvánulhat, hogy a gyakorlati foglalkozás életszerű matematikai feladatanyagot ad a matematika órákra, felhasználás végett. A gyümölcsöző együttműködés kidolgozása a jövő feladata, széleskörű anyaggyűjtést és feldolgozást kíván. Ebben a témakörben szervezett és irányított munka jelenleg még nem folyik, legfeljebb szórványos egyéni kezdeményezések lehetségesek.

Jelenleg és még kb. három esztendeig a matematika oktatása során többnyire az érvényben levő tankönyvek, példatárak feladatait dolgozzuk fel. Ezek a feladatok — bár sok közöttük a gyakorlati életből vett feladat — nem adják a tanulók számára a *valóság élményét*. Hiányzik belőlük az alkotó aktivitás igénye, hiszen készen kapja a tanuló az adatanyagot. De hiányzik belőlük a gyakorlati alkalmazás szükségessége is, mert a tanuló nem kényszerül arra, hogy a kapott eredményt visszavetítse a valóságra, hanem megelégszik az eredmény számszerű helyességével. Az ismeretszerzés teljes útjának bejárására kitűnő lehetőség nyílik a geometria tanítása során a *terepen végzett mérésekkel*. A geometriai alapismeretek alkalmazásának ezzel a területével kívánok a továbbiakban kissé részletesebben foglalkozni.

A terepmérés egyszerű feladatai az ún. területkijelölések, amikor lényegében megadott síkidomok csúcspontjait kell kitűzni. Ezekkel a feladatokkal itt külön nem foglalkozunk, leírásuk a tankönyvekben megtalálható. A bonyolultabb terepmérés a térképfelvételekhez szükséges. Az itt adódó alapproblémákat — leegyszerűsítve — az általános iskolában is megismertetjük a tanulókkal. A térképező a tereppontok egymáshoz viszonyított helyzetét (irányát, távolságát, magasságkülönbségét) határozza meg méréssel és számolással. Tehát szöveget (irányt), magasságot és távolságot mér. A térképezésnek ezek azok az egyszerűbb feladatai, amelyeket az iskolában is elvégezhetünk, csak nem olyan pontossággal, mint a sajátos műszerekkel rendelkező térképező.

Tanulóink a terepmérések alkalmával találkoznak először olyan feladatokkal, amelyek nem a példatárakból valók, hanem a valóságos élet adja azokat. Kisebbségi mérések már végeztek az alsó tagozatban, valamint a gyakorlati foglalkozások óráin is, de olyan mérésekkel, amelyek a gyakorlati élet szerkesztési és számolási feladatát jelentenek, itt találkoznak először a maguk teljességében. A terepen végzett mérések alkalmával látja be a tanuló, hogy nem hiába tanulta meg a pontos *szerkesztéseket*. A terepmérések jó alkalmat nyújtanak a gyakorlati szervező, mérő, szerkesztő és számoló munka gyakorlására. A terepmérés szervező munkájához tartozik, hogy a tanulók a legkevesebb járkálással, a legkönnyebb terepen végzett, lehetőleg kevés számú méréssel,

a leggyorsabban kapják meg a kitűzött feladat közelítően pontos eredményét. A tanulókat hozzá kell szoktatnunk az eredmény és a valóság összehasonlításához, másszóval a mérések állandó ellenőrzéséhez, hogy a tévedéseket elkerüljük. Ezért minden mérés alkalmával egy tanuló csak *ellenőrzési* megbízatást kapjon. Hívjuk fel a tanulók figyelmét arra, hogy a terepmérés során elkövetett hiba komoly következményekkel járhat, a rossz mérési adat felhasználása más mérőcsoportok fáradságos munkáját teheti tönkre. Itt mód nyílik a tanulók felelősségre való nevelésére.

A terepmérést az iskolában — éppúgy, mint a gyakorlati életben — mérőcsoportok végzik. Egy-egy csoportra kb. öt-hat tanuló jusson. A mérőcsoportokba beosztott tanulók számát természetesen a rendelkezésünkre álló mérőfelszerelések is megszabhatják. A csoport tagjai közül válasszunk egy vezetőt, aki a kapott feladat alapján elkészíti a mérés vázlatos tervét, feljegyzi a mérési eredményeket és irányítja a munkálatokat.

Egy mérőcsoport felszerelése: 3 db jelzőrúd, 1 készlet mérőszeg, 1 db 20 méteres acél mérőszalag, vízszintes és függőleges síkban fekvő szögek mérésére szolgáló eszköz. A felszerelés mint tanszergyári készítmény megvásárolható.

A terepmérési óra általában három részből áll:

I. A feladat ismertetése és megbeszélése táblai vázlat alapján a tanteremben. Az ismeretlen mérési eszköz bemutatása.

II. A mérés végrehajtása a terepen.

III. A feladat megoldása szerkesztéssel. (A tanár részére számolással.)

A feladat természetétől függően az első részt a terepmérési órát megelőző óra végén tárgyalhatjuk, és a harmadik rész lehet a következő óra első fele. Ezt a formát akkor alkalmazzuk, ha a mérés színhelye az iskolától távolabb esik. Óracserevel biztosított kettős órával azonban ez a forma elkerülhető. Törekvésünk az legyen, hogy a három részt együtt tárgyaljuk az élményhatás maximális kihasználása végett.

A feladatok megoldását a tanulók rajzlapon szerkesztéssel végzik. Helyes, ha a tanár számolással is megoldja a feladatokat — részben ellenőrzés, részben a pontossági tájékozódás végett. A tanár által mért és számított pontos eredménytől való eltérés alapján megállapíthatjuk a csoportok helyezési sorrendjét. Ez a versenyszerűség a pontosabb munkára ösztönzi a tanulókat. Arra ügyeljünk, hogy egy feladattípust bemutató óra után gyakorló óra következzen. Legyen számonkérő óra is, ahol az újabb mérési feladatok megoldásával kapcsolatosan osztályozást is végzünk. A terepmérési órák sikere — feltételezve a biztos szaktudást és a megfelelő eszközöket — általában azon múlik, hogyan készítette elő a tanár az órát. A jó felkészüléshez menjünk ki a terepre, ott készítsük el a vázlatos tervet és végezzük el a szükséges mérést. Az óra helyes időbeosztással való vezetése megfelelő terepmérési gyakorlottságot igényel. Az időbeosztásra különösen ügyeljünk, mert itt szokott a legtöbb hiba előfordulni. Az összes terepmérésről készítsen a tanár feljegyzéseket, mert ezzel jelentősen megkönnyíti a későbbi évek munkáját. A mérési feladatok kiválasztásához a terepviszonyok sokfélesége miatt nem lehet konkrét segítséget adni. A feladatokat a terep adja, és bizonyos gyakorlottsággal könnyű a felismerésük. Ha a terepmérésre alkalmas hely az iskolánktól távolabb esik, célszerű óracserevel kettős órát tartani.

A terepméréshez, mivel földi (nem geometriai) térben dolgozunk, a függőleges és a vízszintes fogalmára is szükségünk van. Beláttatjuk a tanulókkal, hogy a kitüntetett irány (függőleges) alkalmazása gyakorlatilag semmi zavart nem okoz.

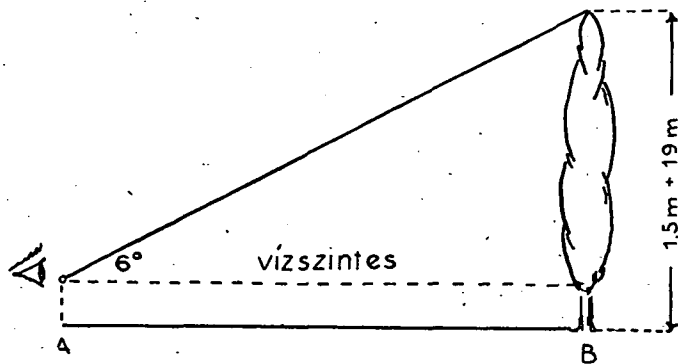
Az általános iskola geometria tanításában a következő alapfeladatok adódnak a terepmérési órákon: hosszúságmérés mérőszalaggal, magasságmérés, távolság meghatározása előremetszéssel.

1. Hosszúságmérés mérőszalaggal

A terepmérések során egyik legfontosabb feladat a hosszúság pontos és gyors mérése. Ha a távolság nem túlságosan nagy (400 méter alatt van) és a terep fedettsége engedi, mérőszalaggal szoktunk mérni. Ha a távolság 400 méternél nagyobb (ezt becsléssel határozzuk meg) vagy fedett a terep (bozótos, bevetett szántóföld, szőlő), akkor előremetszést alkalmazunk: A szalaggal való távolságmérést azonban az utóbbi esetben sem kerülhetjük el. Első teendők tehát a mérőszalaggal való mérés megismerése és begyakorlása.

Legyen a feladat a térepen fellelhető két tárgy (A és B) egymástól való távolságának szalaggal való mérése. A mérendő távolságot a mérés megkezdése előtt becsültessük meg a tanulókkal. Már a terepmérések kezdetén szoktassuk hozzá a tanulókat a távolságok becsléséhez. A becsléseket mindig méterekben közöljük. A szalaggal való mérést három tanuló végzi. Két tanuló mér, egy pedig irányít, ellenőriz. Felszerelésük egy db 20 méteres acél mérőszalag és egy készlet mérőszeg.

Az egyik tanuló kezében a mérőszalaggal és az üres karikával megáll az A (kiinduló) pontban (1. ábra). A másik tanuló egyik kezében a karikán levő 10 db mérőszeggel, a másik kezében a szalag végével elindul a B pont felé, és közben kihúzza a szalagot. Az A-ban levő tanuló a 20 m jelzésig engedi kihúzni a szalagot és beintí társát a B irányába. A szalag megfeszítése után az elől levő tanuló a 0 m jelzésnél az egyik mérőszegget letúzi. Ezzel elértük, hogy feszes szalaggal egyenes szakaszt mértünk, ugyanakkor irányt is tartottunk B felé, mert A, a letúzott mérőszeg és B egy egyenesbe esik. Nyilvánvaló, hogy a laza mérőszalaggal való mérés görbe vonal hosszát, az iránynak



1. ábra

be nem tartása pedig törött 20 m-es szakaszokból álló vonalat eredményez. Mindkét esetben hosszabb távolságot kapunk a valóságnál. A következő szakaszok méréséhez a szalagot célszerű kifeszítve a levegőben vinni, hogy elkerüljük a horzsolásokat, amelyek hosszabb használat után felismerhetetlenné teszik a szalagon levő beosztást. A szakaszról szakaszra végzett mérések során a hátul levő tanuló felszedi az elől levő tanuló által letúzott mérőszegeket, melyek egyúttal a mért 20 m-es szakaszok számát jelentik. 200 méternél nagyobb távolság mérése esetén mind a tíz mérőszeg átkerül az elől levő

tanuló karikájáról a hátul levő tanuló karikájára. Ilyen esetben a harmadik tanuló közvetítésével karikát cserélnek és ez a csere természetesen 200 méteres mért távolságot jelent. Az utolsó nem teljes 20 métert cm pontossággal mérik. Ha nagyon pontosan akarunk távolságot mérni, akkor visszafelé is megismételjük a mérést egy másik csoporttal, és a két mérési adat számtani közepét vesszük. A fenti példában $AB = 6 \cdot 20 \text{ m} + 12,63 \text{ m} = 132,63 \text{ m}$.

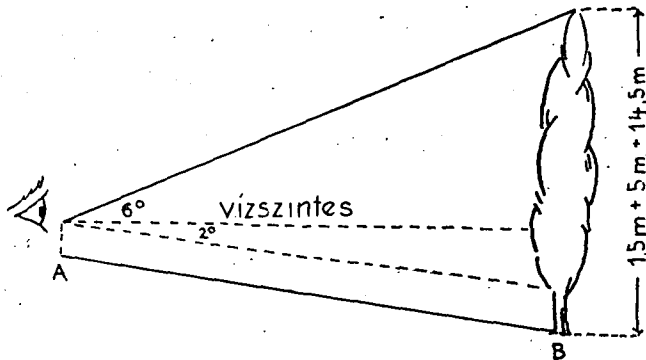
Az acél mérőszalaggal végzendő távolságmérést minden tanulóval elvégeztetjük és begyakoroltatjuk. Későbbi munkánk sikere nagymértékben függ attól, hogy a tanulók tudnak-e szalaggal gyorsan és pontosan mérni.

2. Magasság meghatározása

A mérőszalaggal való távolságmérést rögtön felhasználhatjuk a B-ben levő jegenyefa magasságának meghatározására. Az egyik tanuló az A pontból a függőleges síkban szöglet mérő eszközzel megirányozza a jegenyefa legmagasabb pontját. A mérést ketten végzik és mindketten leolvassák a mért szöglet. Ezzel a tanszergyári szögmérő eszközzel fél fok pontossággal tudunk leolvasni.

A megoldást szerkesztéssel keressük meg alkalmas kicsinyítéssel. Figyelmeztessük a tanulókat arra, hogy tűhegyes ceruzával dolgozzanak, mert mm-es hibák a valóságban métereket jelentenek. (Pl. 1:1000 kicsinyítésnél.) A szögfelrajzolásánál elkövetett fél fok hiba pl. a jelen esetben a magasságnál 1 m-es hibaként jelentkezik.

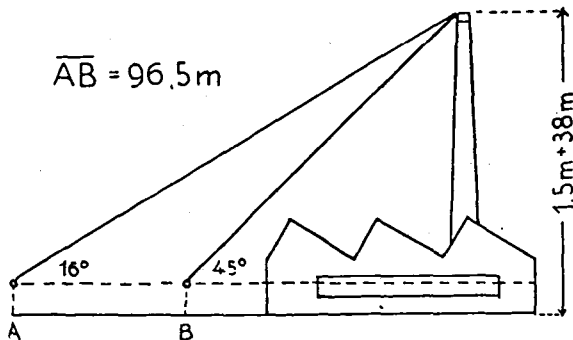
A szerkesztéssel kapott magasság azonban nem a földtől számított magasság, mert a szemünkön átmenő vízszintestől mértük a szöglet. Feltételezve, hogy A és B nagyjából egy szintben van, az előbb kapott magassághoz hozzáadva a szemmagasságot a fa teljes magasságát kapjuk. A szemmagasságot a mérőeszköz nézőkéje és a föld távolsága adja. (Kb 1,5 m.)



2. ábra

Ha A és B nem egy szintben vannak, akkor a feladat megoldása némileg módosul. Ilyen esetben is módunk van a mérést úgy végezni, hogy a megoldás a legegyszerűbb legyen, vagyis a mérő magasabban álljon, mint a mérendő tárgy. (2. ábra.) Ekkor a tárgyakon jól láthatóan megjelöljük a szemmagasságot (C). A mérés módja és a szerkesztés a 2. ábráról jól leolvasható. Gyakori eset, hogy a mérendő tárgy talppontjához nem tudunk hozzáférni pl. épületek magasságának meghatározásakor a talppont mindig az épület belsejébe esik. Ilyen esetben két mérést végzünk és két háromszöggel ha-

távozzuk meg a magasságot. Ilyenkor ügyeljünk arra, hogy a két pont és a talppont egy egyenesbe essék és az egyszerűség kedvéért az AB szakaszt vízszintes terepen jelöljük ki. Az természetes, hogy az AB szakaszt tartalmazó területcsíkot a szalaggal való mérésre legalkalmasabb helyen jelöljük ki. (3. ábra.)



3. ábra

A magasságméréseknél a mérőcsoport munkabeosztása a következő lehet: három tanuló dolgozik a szalagmérésnél, kettő, vagy három tanuló a szögmérésnél. A csoportvezető elkészíti a mérési feladat vázlatát, munka közben irányít, ellenőriz és a mérési adatokat bejegyzi a vázlatba.

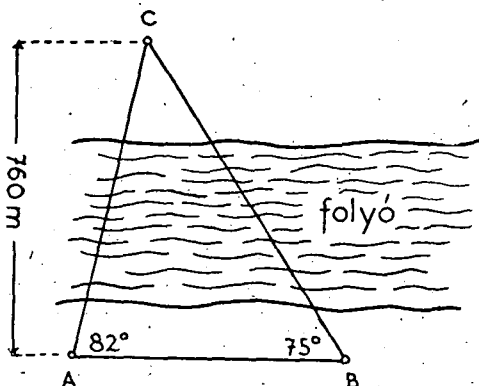
3. Előremetszés

A terepmérések során többször előfordul, hogy a mérendő távolság nagysága, a terep fedettsége miatt a mérőszalaggal való mérés igen hosszadalmas és fáradságos lenne. Ilyenkor a szalagozás helyett előremetszéssel határozzuk meg az ismeretlen távolságot. Előremetszést végünk akkor, ha egy ismert távolság (alap) két végpontjából szöget mérünk arra a pontra, amelynek távolságát a végpontok valamelyikétől (esetleg mindkettőtől) meg akarjuk határozni. Az alap és a két szög ismeretében a háromszög könnyen megszerkeszthető. (4. ábra.)

Legyen a feladat a Tisza túlsó oldalán mostanában elkészült hidroglobusz távolságának meghatározása iskolánktól. A távolságot előremetszéssel fogjuk meghatározni, mert nagysága kb. 800 m, akadály a folyó. Az iskolaépületünk sarkától, A ponttól jobbra, vagy balra kb. 300 m-re keresünk olyan pontot (B), ahonnan A és C is látható. A B pont választásánál ügyeljünk arra, hogy az AB (alap) szalagmérésre alkalmas legyen (pl. út), és az A -nál levő szög ne térjen el nagyon a derékszögtől. Ezekre a kikötésekre azért van szükség, hogy a háromszög szerkesztésekor éles metszést kapjunk. A tanszergyári vízszintes irányú szöget mérő eszköz használatakor, mely fél fok pontossággal mér, a mérendő távolságnak kb. harmadrésze legyen az alap. Pontosabb mérőeszköznél (teodolitnál) megelégszünk a tizedrésszel. A fenti feladatban mivel a mérendő távolság kb. 800 m volt, az alapot kb. harmadrésznek, 300 m-nek választottuk. A szerkesztéskor a metszés élességét B pont irányával is biztosítjuk, mert ha az A -nál levő szög nagymértékben eltér a derékszögtől, annyi mintha kis alappal dolgoznánk. A szögmérést két tanuló végzi. Az egyik mér, a másik ellenőriz. A szögméréshez az A pontban leállítjuk az eszközt, és középpontját cövekkel megjelöljük a földön. Az eszköz középpontját úgy keressük meg, hogy a műszerfej középpontjából kis kődarabot

ejtünk le. Az esés helyére szúrt cövek a szalagozó kiindulási pontja. Az alap másik végpontjába (B) már előzőleg jelzőrudat szúrtunk. Három tanuló elvégzi az alap szalagozását. Az A pontban végrehajtva a szögmerést, az eszközt felemeljük, kihúzzuk a cöveket, és helyére jelzőrudat szúrunk. A B pontba átvíve az eszközt, ugyanúgy mé-

$$\overline{AB} = 310 \text{ m}$$



4. ábra

rünk vele szöget, mint A pontban. A csoportvezető a mérési eredményeket vázlatába feljegyzi.

A szerkesztést rajzlapon végezzük 1:2000 kicsinyítéssel. Az alap és két szög ismeretével megszerkesztjük a háromszöget.

Az előremetszés a terepmérések során a távolság meghatározásának leginkább használatos módja minden esetben, amikor közvetlen szalagmérést nem alkalmazhatunk. Szalaggal való mérésre itt is szükségünk volt, de rövid távon, és általunk tetszés szerint kiválasztott könnyű tereprészen.

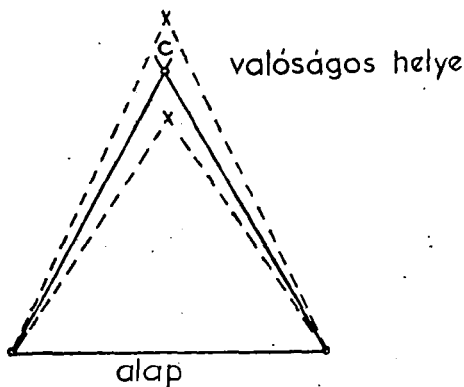
Az előremetszés alkalmazásakor nagyon ügyeljünk a szögmerés pontosságára, mert kis szögeltérés nagy távolságeltérést eredményezhet, különösen akkor, ha aránylag kis alappal dolgozunk.

Nagy alap esetében a fellépő szögmerési hiba az éles metszés miatt gyakorlatilag elhanyagolható távolsághibát ad. Az elkövetett szögmerési hiba folytán (fél foknál kisebb) a C pont helyének egy valóságos és nyolc hibás változatát kaphatjuk. (5. ábra.) Célunk az, hogy a hibás változatok minél közelebb essenek a valóságos helyzethez. Ezt pontos szögmeréssel és viszonylag nagy alap választásával érhetjük el.

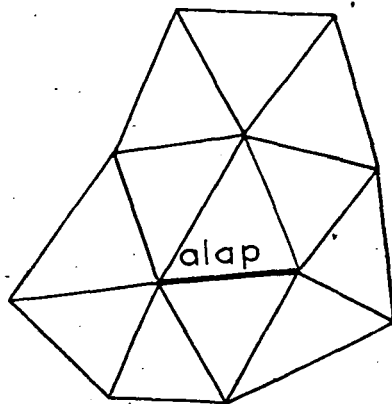
Földméréskor sűrűn előfordul, hogy az előremetszés alapját is előremetszéssel határozzák meg. Sőt egy nagyon pontosan mért alaphól csupán szögmerések segítségével a mérendő területet háromszögek rendszerével hálózzák be. (6. ábra.) A háromszögek csúcspontjai az ún. háromszögelési pontok. Ezek a valóságban egymástól több km távolságban vannak.

Az előzőekben vázolt alapeladatok megoldása során lehetőleg elhanyagolható szintkülönbségekkel dolgozzunk, kerüljük a tanulók számára zavaró bonyodalmakat.

A terepmérési anyag fenti tárgyalása véleményem szerint elegendő mélységű ahhoz, hogy megfeleljen a reformtervezet célkitűzésének. Az anyag megfelelő tantervi beillesztésén és a gyakorlati élet követelményeinek megfelelő tankönyvi feldolgozáson kívül két tényező biztosítja a sikert: az egyik a matematika tanár biztoskezü vezetése,



5. ábra



6. ábra

a másik pedig a megfelelő mérőeszközök beszerzése. Ezért a terepmérés során előforduló minden feladattípust oldjunk meg a gyakorlatban, hogy megismerkedjünk a mérés közben felmerülő problémákkal. Ez a feltétele annak, hogy a tanár a terepméréseket a rendelkezésére álló időkeretben szervezni és irányítani tudja. Ha mi a gyakorlati élet számára akarunk nevelni az iskolában, akkor lehetőleg olyan eszközöket adjunk a tanulók kezébe, amelyek a gyakorlati életben is használatosak. A mérőszegek, jelzőrudak a gyakorlati foglalkozások óráin könnyen elkészíthetők. Az acélmérőszalag, a teodolitot helyettesítő szögmérők nélkülözhetetlen eszközök a terepméréshez, ezért minden iskola számára kell példányban (legalább 5–6 db) be kell szerezni. A mérőeszközök beszerzésére fordított anyagi áldozat bőven megtérül a terepen végzett eredményes, örömteli munkában. Több kartárs jószándékú, de eredménytelen munkájának egyik oka éppen a megfelelő eszközök hiánya volt.

A terepmérési óra fegyelmének biztosítására gondoskodjunk arról, hogy minden tanulónak legyen munkája. A különböző beosztásban szereplő tanulóknak hívjuk fel a figyelmét arra, hogy munkájuk eredménye felhasználásra kerül és mérőcsoportjuk jó, vagy rossz munkája az ő közreműködésükön múlik. Ezeken a foglalkozásokon látja be a tanuló, hogy hibás, laza munkájáért nemcsak rossz jegyet kap, hanem a mérőcsoport kis közösségének munkáját is hátráltatja. Ebből következően a terepmérési óráknak nevelőhatása sokkal nagyobb, mint a többi geometria óráknak.

Süli Dezső

Felhasznált irodalom:

Művelődésügyi Minisztérium és Pedagógiai Tudományos Intézet: Az általános iskola tartalmi továbbfejlesztésének vitaanyaga. (1961.)
Süli Dezső: Mérés a terepen az általános és középiskolai matematikaórákon. (K. P. T. I. 1959.)