

Számrendszerek az alsó tagozaton

Az alsótagozati számtantanítás gyökeres megreformálására irányuló tantervi javaslatok között igen gyakran felbukkan a nem tízes alapú számrendszerek ismeretetének követelése. Aki ismeri annyira a számrendszereket, hogy ha nem is otthonosan, de magabiztosan végzi az alpműveleteket a nem tízes alapú számrendszerekben is, az nem csodálkozik ezen, hanem természetesnek találja, legfeljebb arra kíváncsi, hogy *mikor, mennyit és milyen módszerrel* taníthatnánk a számrendszerekről. Aki azonban keveset vagy semmit sem tud a számrendszerekről, az „fél” tőlük, s ezért — a maga szemszögéből tekintve jogosan — tantervi *maximalizmust* emleget, *nehéznek, céltalannak* és gyakorlati szempontból nélkülözhetőnek, tehát *felteslegesnek* minősíti a velük való foglalkozást.

Hazánkban jelenleg még nem elég érettek a feltételek ahhoz, hogy a számrendszerek tanítását máról holnapra elrendelhetnék. Azonban bízunk benne, hogy ezen a téren öröndetes fejlődés mutatkozik, talán már néhány éven belül. Ennek előmozdítására szükség van — a jelenlegi tantervi és óratervi keretek figyelembevételével végzett — módszertani kísérletekre, a tapasztalatok kicserélésére, megvitatására, majd ezek nyomán újabb és újabb kísérletekre. Ehhez szeretnénk az alábbiakban néhány gondolattal hozzájárulni és közben válaszolni a fentiekben ismertetett kérdésekre és ellenvetésekre is.

A matematikában a számrendszerek mindjárt a kezdet kezdetén, a számlálásnál merülnek fel, azzal a kérdéssel kapcsolatban, hogy meddig számláljunk önállóan, külön számnevekkel; vagy ami ugyanazt jelenti, melyik számtól kezdve, melyikre alapozva kezdjük újra a számlálást. Az emberiség fejlődése során is így alakultak ki a különböző alapú számrendszerek. Különösen gyakori lett az ötös, tízes, tizenkettes és a húszas számrendszer, de volt példa hatvanásra is, (ha nem is mindig teljesen tiszta formában).

Ezt figyelembevéve, elképzelhető volna olyan számtantanítás is, hogy szimultán módon ismertetnénk meg a számolni tanuló gyermekekkel több számrendszert is, mindjárt az I. osztályban; majd az így megismert számrendszerek közül csak fokozatosan emelkedne ki, válna végül szinte egyeduralgóvá a gyakorlatban legáltalánosabban használt tízes számrendszer. Annyi bizonyos, hogy aki ezen az úton ismerkedne meg pl. a tízesátlépéssel, annak az sokkal többet jelentene, mint egy olyan tanulónak, akinek a négyesátlépésről, nyolcasátlépésről, stb. kezdetleges fogalma sincs, mert élménye sem volt velük kapcsolatban. A számrendszerek szimultán módon való fenti ismertetése azonban sok-sok részlet problémát vet fel, (gondoljunk pl. az alapszámnál nagyobb számok irányára!), didaktikai szempontból is aggályos volna ez az út, hiszen a bonyolultból, sokrétűből kiindulva jutnánk el és állapotodnánk meg

a megszokottnál, az egyszerűnél: a tízes számrendszernél. Jóval megnyugtatóbb valamelyik egyszerű megismerése után közelíteni meg a bonyolultat, (ami természetesen nem feltétlenül a tízes számrendszer). Ezért a szimultán módszer kipróbálását nem is javasoljuk, jelenlegi tantervünk sem tenné azt lehetővé.

Járható útnak látszik azonban a *kitérés* egyéb számrendszerekre is, a hagyományos módon megismertetett tízes számrendszerben való tájékozódás után. Ehhez feltétlenül konkrét, megfogható, könnyen rendezhető *tárgyak számlálásából kiindulva* fogjunk hozzá. Például számláltassunk meg a tanulókkal egy halom gombot, korongot, vagy pálcikát, (amik persze jelenthetnek mást is: gyümölcsöt, gyártmányokat, vagy akár katonákat is). Előbb végeztessük el a számlálást a tízes rendszerben, a szokásos módon: tízes csomókat (kötegeket) képeztetünk; azokból ismét tízes csomókat (kötegeket), stb. Eredményeinket rögzítsük a helyiérték-táblázatban, előbb csak vonások húzgalásával, majd számjegyekkel, pl. az alábbiak szerint:

Százaz	Tízes	Egyes
·IIII	IIII	IIIIII
4	5	6

A számlálásban vegyen részt az osztály minden tanulója, ők végezzék el az eredmény számbavételét is, tanító irányításával.

A tulajdonképpeni új most kezdődik:

— A szerszámokat (vagy egyéb termékeket) azonban nyolcasával csomagolták dobozokba. Azután nyolc dobozból töltöttek meg egy ládát, végül nyolc ládából állítottak össze egy szállítmányt — közölje a tanító. — Számoljuk ki, hány szállítmány, hány láda és hány doboz telik meg a 456 darabból! Hogyan fogjunk hozzá?

A tanulók hamar rájönnek, hogy ezúttal nyolcas kötegeket kell képezniük, azokból ismét nyolcas nagyobb kötegeket, stb. (Gyufásdobozokat is segítségül vehetünk a csomagolás bemutatására, ezzel — a 8 választása miatt — praktikus elrendezést mutathatunk be.) — Persze, könnyen kerülhet olyan tanuló, aki osztást javasol, azt dicsérik meg és intsük türelemre, később erről is szó lesz, most nem sietünk annyira, ráérünk újra elrendezni a tárgyakat.

Eredményeink feltüntetésére készítsünk most is táblázatot! — mondja a tanító. — Mit írjunk a rovatok fölé?

A beszélgetés folyamán kialakul, hogy ezúttal ez lesz a táblázat alakja és tartalma:

Néhány további kérdés és válasz:

— Mit mondhatunk erről a táblázatról?

(— Nyolcra vonatkozó. — Nyolc szerinti . . .)

Nyolc nyolcas	Nyolcas	Egyes
IIIIII	I	
7	1	0

Nevezzük el nyolcas rendszerű táblázatnak. Eszerint minek nevezhetnénk el a régóta ismert táblázatunkat?

(— Tízes rendszerűnek.)

— Mit mondhatunk a nyolcas rendszerű táblázatba írt 710-ről?

(? ? Esetleg ilyen választ kapunk: — a számjegyek azt mutatják, hány nyolcszor nyolcas, nyolcas és egyes telik ki 456-ból.)

— Nevezzük el 710-et a megszámlált tárgyak nyolcas rendszerű számának. Írjuk ezt a továbbiakban így: 710. Ennek megfelelően mit mondhatunk 456-ról?

(— Ez a megszámlált tárgyak tízre vonatkozó, vagy tízes rendszerű száma.)

— Ezt is jelölhetnénk a szám mellé jegyzett „tíz”-zel. Mivel azonban a gyakorlatban legtöbbször tízes rendszerű számokat használunk, ezeknél mellőzzük a jelölést.

Ezzel máris kiléptünk a tízes számrendszerből. Találkoztak a tanulók a nyolcas számrendszerrel és egy nyolcas számrendszerben felírt számmal. A továbblépés előtt kíváncsiak, hogy rögzítsük elért eredményeinket. Ennek érdekében értelmeztessünk más nyolcas rendszerbeli számokat. Tegyük fel ilyen kérdéseket:

— Mit jelentene, ha a táblázatban 532-öt kaptunk volna?

— Mit adott volna 13? 31?

Az értelmezéshez nagy számokat is választhatunk, az átszámításhoz azonban csak kis számokat vegyünk. Közben használhatjuk az „alapszám” szót is, végül pedig megkérdezhetjük, hogy hány különböző számjegyre van szükség a nyolcas rendszerben a számok leírásához.

Miután így az egyik nem tízes számrendszerben annyira tájékozódunk, hogy a tanító vezetésével eligazodnak a tanulók, sor kerülhet más számrendszerekre is. Könnyen tárgyalható az 5-ös, 4-es, vagy 6-os számrendszer is. (Szemléltetésüket el ne mulasszuk! Ehhez bőven választhatunk kézbevehető anyagot a tanulók játékaik közül, készíthetünk játékpénzeket, csomagokat, kötegeket stb. a kereskedelemből, iparból, mezőgazdaságból vett tárgykörök illusztrálására.) A 3-as és a 2-es számrendszer ismertetését csak akkor vegyük sorra, ha már a tanulók szilárdan megvetették a lábukat a számrendszerekben. Itt ugyanis — a kis alapszám miatt — nagyon hamar kapunk sokszámjegyű számokat és ez könnyen megzavarhatja a tanulókat. Óvatosan haladjunk a 10-nél nagyobb alapszámú számrendszerek felé is, mert az új számjegyek bevezetésének szükségessége gondokat okozhat, bár éppen ez teszi igen érdekessé a kérdést.

Nagyjából vázoltuk a számrendszerek ismertetésénél követhető módszert. Ebből már kitűnik az is, hogy azt mikor alkalmazhatjuk. Az éveleji és évvégi ismétlések — ha megnyugtató a tanulók tudása a tantervi anyagban — szinte követelik, hogy egy kis újat is mutassunk közben a tanulóknak. Véleményem szerint mégis a legalkalmasabb időpont a számrendszerek ismertetésére egy új számkör ismertetése és a benne való tájékozódáshoz szükséges változatos gyakorlatok elvégzése után valamelyik óra; mielőtt még rátérnénk az új számkörben a műveletek végzésére. Tehát a 3. osztályban az 100-es számkör bevezetése után, 4. osztályban 10 000, vagy a 100 000 után. Később, a műveletek végzése során aztán néhány könnyű példát mutathatunk az összeadásra és kivonásra nyolcas, hatos, ... számrendszerekben is. Mindig hangoztassuk, hogy ezt nem kötelező tudni, csak az érdekesség kedvéért mutatjuk. A jobban érdeklődőket buzdíthatjuk, hogy foglalkozzanak a 2-vel, 3-mal, 4-gyel való szorzással is, otthon, (az ilyen szorzásokat ugyanis összeadással könnyen ellenőrizhetik). Egy „talált” órán, amikor esetleg csak a tanulók töredéke van jelen, közösen összeállíthatjuk a szorzótáblát is valamelyik nem magas alapszámú számrend-

szerben. Az osztással való foglalkozást nem ajánljuk, minthogy ezzel csak a szorzás begyakorlása után volna érdemes időzni.

Ezzel, úgy véljük, feleltünk a „mennyit” kérdésére is. Keveset végezzünk, de azt alaposan, ez sokkal többet ér, mintha elsiette sokat mondanánk. Erre az alaposan végzett ismertetésre támaszkodva tanulóink legjobbjai már önállóan is képesek foglalkozni, játszodozni az új fogalommal, versenyeznek egymással, kérdésekkel állnak elő, különösen akkor, ha az óracleji számolásban mi is újra meg újra visszatérünk a számrendszerekre, vagy a velük való egyéni beszélgetések alkalmával kérdezzük őket. Csak ilyesféle kérdésekre gondolunk: Mit is jelent a 6-os számrendszerben leírt 23? Hányas számrendszerbeli alakja 15-nek 21? Melyik, a nagyobb szám: a nyolcas rendszerbeli 25, vagy a 7-es rendszerbeli 32? Hány különböző számjegy szükséges a számok leírására a 9-es rendszerben; a 12-es rendszerben?

Azzal a váddal is bátran szembenézhetünk, hogy a számrendszerek ismertetése maximalizmusra vezet. Mert ha így, mint ajánlottuk, tehát közvetlen szemléletre támaszkodva, szinte játszodozva jutunk el a nem tízes számrendszerekhez, odajutva pedig nem kergetünk délibábokat, hanem józan mértéket tartunk, a tanulók észre sem veszik, hogy valami nehezet tanultak, még csak lényegesen újat sem látnak.

Akkor tehát mit ér az egész? Van-e értelme ennyit is nyújtani? — Sokat ér. Feltétlenül érdemes gondolkoznunk azon és kísérleteznünk annak érdekében, hogyan végezzük legeredményesebben.

Aki csak a tízes számrendszerről tud, keveset tud a tízes számrendszerről, nem látja azt „kívülről” is. Olyan emberhez hasonlítható, aki a saját faluján kívül sohasem járt, nem is hallotta, hogy máshol mi van, hogy van.

Nyilvánvaló, hogy miként egy egyszerű fogalmat, pl. az öt fogalmát majd csak akkor ismeri meg a tanuló, miután annak kapcsolatát is látja a többivel, példánkban: ha az ötnél nagyobb számokat is ismeri, tudja, hogy 5 a tíz fele, a húsz negyede, a száz huszada, prímszám stb.; ehhez hasonlóan a számrendszerek létezésének, szerkezetének megismerése után látja meg igazán, miben is áll a tízes számrendszer, mit jelent a tízesátlépés stb. Csakis ez lehet az elsőrendű célja az alsó tagozaton a más számrendszerekbe való betekintésnek.

Ezen túlmenően azonban a számrendszerekkel való találkozás élménye olyan távlatokat is nyit a tanulók számára, amelyek fejlesztik az alkotó képzeletét, érdekességüknél fogva felkeltik az érdeklődését a matematika iránt, továbbá gyakorlati kérdések (mint pl. a modern számológépek működése elve) megértése iránt teszik fogékonyá, majd alkalmassá. Ezzel, úgy vélem, válaszoltunk a várható fontosabb ellenvetésekre is.

Irodalom: A kérdés matematikai része egyszerű tárgyalásban megtalálható *Gazsó István: Matematika a tanítóképző intézetek I. évfolyama számára c. ideiglenes tankönyvben.* — Tankönyvkiadó, 1964.

