BORSODI ISTVÁN
Baja, Tanítóképző Intézet

Az összeadás és szorzás kapcsolata ismétlő-rendszerező órán

A második osztályban a tanév végén már rendszerint nagyon jól ismerik a gyerekek a szorzótáblákat, ezeket alkalmazni is tudják különböző feladatok megoldására. Feltűnik azonban, hogy többen *kezdenek megfeledkezni az összeadással való kapcsolatról,* noha annak idején a szorzás fogalmát az ismételt összeadással vezették be. Ennek a kapcsolatnak a háttérbe kerülése még nem formalizmus, de komoly figyelmeztetés a tanító számára.

Nem lenne szerencsés a szorzás fogalmát újra magyarázni, egy játékos gyakorlat eredményesebb.

1. *Játék a szorzótáblával*

Írjuk fel pl. a $6 \cdot 7$-et a táblára:

$$6 \cdot 7 = 7+7+7+7+7+7 = 42$$

Versenyezzünk! Ki tud ebből több feladatot csinálni?

Ha nem értitek, milyen feladatra gondolok, mondok egyet. Tegyük zárójelbe az első négy tagot, aztán a többit:

$$6 \cdot 7 = (7+7+7+7) + (7+7)$$

Tehát $6 \cdot 7 = 4 \cdot 7+2 \cdot 7 = 28+14 = 42$.

Hogyan lehetne még a zárójelet használni?

$$6 \cdot 7 = (7+7+7) + (7+7+7) = 3 \cdot 7+3 \cdot 7 = 21 + 21 = 42$$
$$6 \cdot 7 = (7+7+7+7+7)+7 = 5 \cdot 7+7 = 35+7 = 42$$

Megtalálják a fordított eseteket is: $6 \cdot 7 = 2 \cdot 7+4 \cdot 7 = 1 \cdot 7+5 \cdot 7$

Mivel ilyen bontással több lehetőség már nincs, felteszem a következő kérdést: Ki tudná több zárójellel is felbontani? Milyen szorzási feladatokat kapnánk így?

$$\begin{aligned} 6 \cdot 7 &= (7+7)+(7+7)+(7+7) = \\ &= 2 \cdot 7+2 \cdot 7+2 \cdot 7 = \\ &= 14+14+14 = 42 \end{aligned}$$

vagy:

$$\begin{aligned} 6 \cdot 7 &= (7+7+7)+(7+7)+7 = \\ &= 3 \cdot 7+2 \cdot 7+1 \cdot 7 = \\ &= 21+14+7 = 42 \end{aligned}$$

Lehet kivonást is használni, de csak szorzással írjuk le az eredményt.

$$6\cdot 7 = 7\cdot 7 - 1\cdot 7 = 49 - 7 = 42$$
$$6\cdot 7 = 8\cdot 7 - 2\cdot 7 = 56 - 14 = 42$$
$$6\cdot 7 = 9\cdot 7 - 3\cdot 7 = 63 - 21 = 42$$
$$6\cdot 7 = 10\cdot 7 - 4\cdot 7 = 70 - 28 = 42$$

Játsszunk tovább! Fordítsuk meg a tényezőket:

$$7\cdot 6 = 6+6+6+6+6+6+6 = 42$$

Milyen feladatokat lehet ebből csinálni? Most is használjunk zárójeleket!

$$7\cdot 6 = (6+6+6)+(6+6+6+6) = 3\cdot 6+4\cdot 6 = \\ = 18+24 = 42$$

Megy már könnyen a bontás. Csak eredményeket mutatok szorzással:

$$7\cdot 6 = 2\cdot 6+5\cdot 6 = 6\cdot 6+1\cdot 6 = 10\cdot 6-3\cdot 6 \text{ stb.}$$

Versenyezni is lehet, ki tud többféle változatot mondani. Még ilyen igazán ötletes javaslatokat is hoznak:

$$7\cdot 6 = 5\cdot 6+4\cdot 6-2\cdot 6 = 30+24-12 = 42$$
$$7\cdot 6 = 10\cdot 6-5\cdot 6+2\cdot 6 = 60-30+12 = 42 \text{ stb.}$$

Ez a munka nem csupán az összeadás és a szorzás közötti kapcsolat rögzítését célozza, de a rugalmas gondolkodás kialakításának is hatásos eszköze.

Az írásbeli szorzás tanításánál még gyakrabban megfeledkezünk az összeadással való kapcsolatról. A tanév végi ismétlő órákon, de a tanév eleji ismétlésnél is éppen ezért nagyon indokolt olyan típusú gyakorlatokat tervezni, amelyek a lassan már feledésbe merülő kapcsolatok felidézését szolgálják.

2. *Többezer éves számolási eljárás felhasználása*

Valamikor az egyiptomiak a szorzást többszörös összeadásra vezették vissza. Ha például valamit 14-gyel kellett szorozniuk, akkor vették ennek a számnak a kétszeresét, majd ennek duplázásával a szám négyszeresét, újra 2-vel szorozva a nyolcszorosát. Ezután a kétszerest, négyszerest és nyolcszorost összeadták, s megkapták a szám tizennégyszeresét. Pl.

$$23\cdot 14 = 23\cdot 2+23\cdot 4+23\cdot 8 = 46+92+184 = 322$$

Ez az eljárás is a szorzás és összeadás kapcsolatán alapszik. A 23-at 14-szer kellett összeadandóul venni. A 14 darab 23-as egyenlő összeadandó azonban csoportosítható úgy is, ahogyan az egyiptomiak csinálták.

Egy olyan gyakorlatot mutatok, amely ismét alkalmas az érdeklődés felkeltésére, belső motivációra, s amely ezt az ősrégi számítási eljárást idézi: *„Peti csak 2-vel tudott szorozni...”*

Volt egyszer egy tanítványom, Peti, aki betegsége miatt sokat hiányzott a harmadik osztályban, amikor az írásbeli szorzást tanultuk. Év végén már eljöhetett az iskolába, de ő csak 2-vel tudott szorozni, meg összeadni. Mégis ki tudta számítani az olyan feladatokat, mint amit a többiek csináltak, mert tudott gondolkodni.

A $32\cdot 13$ szorzási feladat megoldásánál Peti így gondolkodott: Ha nekem a 32-t 13-mal kell megszoroznom, akkor 13-szor kellene összeadnom ezt a 32-t. Összeadom először kétszer ez azonban 2-vel való szorzást jelent. Ha ezt még egyszer megszorzom 2-vel, akkor a 32 négyszeresét kapom, vagyis 32+32+32+32 összegét. Ha újra kétszerezem ezt, akkor már nyolc egyenlő tag összege lesz meg. Nekem azonban 13-szor kell venni összeadandóul a 32-t, ezért összeadom a nyolcszorost, négyszerest és az egyszer 32-t.

Eredmény:

$$32 \cdot 13 = 8 \cdot 32 + 4 \cdot 32 + 1 \cdot 32 = 256 + 128 + 32 = 416$$

Milyen érdekes, hát így is lehet szorozni! Nézzünk csak még egy példát:

$$\begin{array}{l} 12 \cdot 15 \\ \hline 12 \cdot 1 = 12 \\ 12 \cdot 2 = 24 \\ 12 \cdot 4 = 48 \\ 12 \cdot 8 = 96 \\ \hline \end{array}$$

Tehát $12 \cdot 15 = 12 + 24 + 48 + 96 = 180$

Mit figyeltetek meg, mit tudott jól Peti? Azt, hogy ha a 12-t 15-tel szorzunk, akkor a 12-t 15-ször kell összeadandóul venni. A sok egyenlő összeadandót azonban lehet csoportosítani.

3. *Alkalmazzunk más csoportosításokat!*

Az ősegyiptomi módszer nagyon fogja érdekelni a gyerekeket, azonban ezt mi mégsem akarjuk készséggé fejleszteni. Éppen ezért mutassuk meg, hogy ugyanilyen érdekes és változatos módon számolhatunk más bontások felhasználásával is. Például:

$23 \cdot 14 = 23 \cdot 9 + 23 \cdot 5$ (A használt bontás: $14 = 9 + 5$)
$23 \cdot 14 = 23 \cdot 8 + 23 \cdot 6$ (A használt bontás: $14 = 8 + 6$)
$23 \cdot 14 = 23 \cdot 7 + 23 \cdot 7$ (A használt bontás: $14 = 7 + 7$)
$23 \cdot 14 = 23 \cdot 10 + 23 \cdot 4$ (A használt bontás: $14 = 10 + 4$)

A *módszer alapgondolata* tehát ez: Sok változatos bontás felhasználása után jussunk el a helyérték szerinti bontáshoz, mint *legcélszerűbb* bontási formához. Lássák meg a gyerekek, hogy azért bontunk helyérték szerint, mert a részletszorzatok képzése így a legegyszerűbb, hiszen ilyenkor az egyik tagban kerek tízessel kell szorozni. De azért azt is lássák meg, hogy másféle felbontások egész sora is elvégezhető, s mindig ugyanazt a helyes eredményt kapjuk. Ez az útja a *formalizmus* megelőzésének.