Gyorsan, ügyesen, kedvvel dolgoznak. Problémát főleg a „h" hang besorolása okoz. Nem érzik az akadályt. Legtöbben a magánhangzók közé sorolják.

Közben értékes megfigyelések tehetők. Látjuk, ki dolgozik rendszertelenül és ki szisztematikusan. Kik azok, akik lassan, pontatlanul dolgoznak, és kiknek fejlett a megfigyelőképessége, gyors a munkatempója. A komplex matematikatanítás hatása is megmutatkozik. Bár ez nem volt feladatuk, néhányan a magánhangzókat rövid-hosszú párba állították és összeszámlálták őket. Ilyesfajta „leltározás"-t szívesen végeznek. Nem első alkalommal tapasztaltuk, hogy nyelvi jelenségek között mennyiségi összefüggéseket keresnek a tanulók. Bizonyos matematikai gondolkodásmódot sajátítanak el az első osztályban, s hogy ez olykor nyelvtanórán is kiütközik, az bizonyára annak is tulajdonítható, hogy matematikaórákon betűkkel, szavakkal is oldanak meg logikai feladatokat. A kísérleti nyelvtantanítás egyik célja többek közt, hogy megfelelő nyelvi szemléletet alakítsunk ki a tanulókban, s mivel az ismertetett órához hasonló jó hangulat uralkodik az órákon, mivel a nyelvi vizsgálódások eredményeként saját maguk fedezhetik fel a nyelvi törvényszerűségeket, remélhető, hogy ez a nyelvi szemlélet valóban ki is fog alakulni, kinek-kinek saját fejlődési tempójának megfelelően.

ALFRÉD KNUTH
Köthen, Pedagógiai Intézet (NDK)

Az NDK tízosztályos általános iskoláiban folyó matematikatanítás korszerűsítéséről

Körülbelül 20 esztendő óta sok országban beszélnek a matematikatanítás korszerűsítéséről. De nemcsak beszélnek róla, hanem cselekednek is. Ezt bizonyítják az új tantervek, új tankönyvek és oktatási eszközök, új tanulmányi tervek a tanítók számára, maga a megváltozott oktatás. Úgy látszik, a matematikaoktatásban sokkal több a mozgás, mint más tárgyakban. E mozgás oka valószínűleg a következőkben rejlik:

1. A modern matematika olyan absztrakt lett, hogy a matematikai ismeretek és eredmények a társadalom csaknem minden területén alkalmazhatók.

2. Következésképp, egyetlen tantárgy sem távolodott el annyira a megfelelő tudománytól, mint a matematika.

Néhány csípős nyelvű ember így nyilatkozott:

Egy tizedik osztályos tanuló matematikailag a 17. században él, egy tizenkettedik osztályos a 18. században.

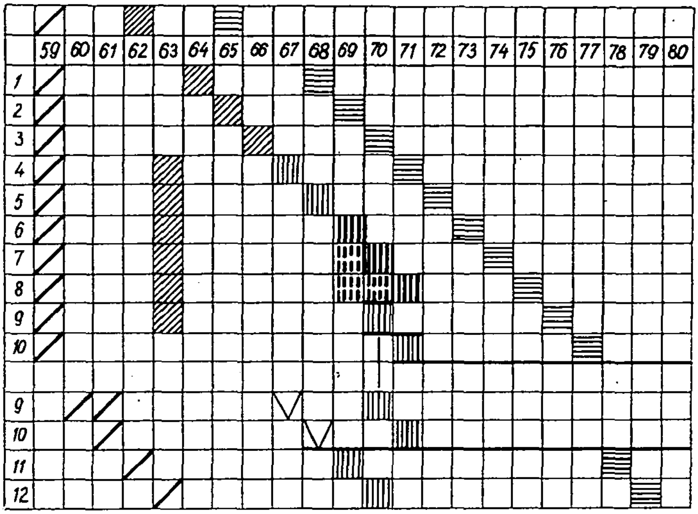
A 19. század és a 20. század első felében alakult ki az, amit modern matematikának nevezhetünk. (Bár a „modern" szó ellen is akadtak ellenvetések: a „modern" szó a „módi" (divat) szóhoz hasonlóan cseng. Ilyen állhatatlannak mégsem mondhatjuk a matematikát.)

Csupán néhány fogalmat említek:

1. Halmazelmélet. A tartalmi alap.
2. Formális logika. A logikai alap.
3. Axiomatika. A matematikai módszer.
4. Struktúrák. A matematika tárgya.

Rövid áttekintést szeretnék nyújtani arról, hogy az NDK iskoláiban miként próbálták meg csökkenteni a tudomány és a matematikaoktatás közötti távolságot. Az 1. részben ismertetem a tantervek alakulását 1959 óta. Ebben megmutatkozik az oktatás és a társadalom fejlődése közötti összefüggés. – A 2. részben megmutatom, milyen módszerrel dolgoztak a tantervek megalkotásakor, hogy az oktatás korszerűsítésekor mind a tudományok fejlődését, mind a pedagógiai, pszichológiai elveket figyelembe vegyék. Tekintettel az alsó tagozatra, a 6–8. osztályokra szorítkozom. – A 3. részben kissé részletesebben foglalkozom az alsó tagozatos és a 4. és 5. osztályos előzményekkel.

1. A tantervek alakulása 1959 óta



1. ábra.

1959. januárjában a Német Szocialista Egységpárt 4. kongresszusán megtárgyalták „A tanügy szocialista fejlődéséről" szóló téziseket. Ezek a tézisek képezték az alapját a hasonló nevű törvénynek, amelyet a parlament még az évben kibocsátott. Az általános iskola 1–10. osztályában eszerint minden tárgy számára egységes tantervet vezettek be. A 9–12. osztályok számára fokozatosan történt a bevezetés a 9. osztályos átmenet után.

Előnyei: Valamennyi tárgy koordinálása. A politechnikai oktatás bevezetése.

Hátrányai: Csak anyagfelsorolást tartalmaz, nincs utalás a célokra, a szintre, egyes anyagrészekre, módszerre. A matematika különösen a 10. osztályban prakticizmusra törekvést mutatott.

1962. decemberében a kormányzat és a KB határozatot hozott „A matematikaoktatás javításáról és további fejlesztéséről".

Következmények:

Az 1959-es 4–10. osztályos tervek pontosabbá tétele, utalás a célokra, szintre, módszerekre, az anyag kifejtésére. Az 1–3. osztályok számára teljesen új tantervek készítése. Új programok a tanárképző intézetek számára, amelyek tartalmazzák a halmazelméletet, matematikai logikát, a számtartományokat, projektív geometriát. – A kormányzat mellett Állami Matematikai Bizottságot létesítettek, a berlini egyetemen intézetet az iskolai matematikaoktatás számára. Saját folyóiratot jelentettek meg Matematika az Iskolában címen. Ezzel kezdődött tulajdonképpen a korszerűsítés pontosan 1963-ban.

1965-ben határozták el az egységes szocialista oktatási rendszerről szóló törvény hozatalát (az óvodától a főiskoláig). Ugyanebben az évben dolgozták ki az 1—12. osztályok számára egységes tanterv koncepcióját. Fokozatos bevezetése 1968-ban kezdődött meg az 1. osztályban. Ez a koncepció következetesen érvényesíti a precíziós szakasz gondolatait minden osztály vonatkozásában. Ez a koncepció a modern matematikára irányul, de figyelembe veszi a saját hagyományokat és tapasztalatokat is. (Ez tehát sem nem a francia, sem nem az amerikai út.) Megállapították: nem arról van szó, hogy mindenáron új anyagrészeket vezessenek be: halmazelméletet, logikát, axiomatikát, algebrát, leképezéseket stb., hanem a hagyományos anyagot kell a korszerű felfogásnak, szemléletmódnak, eljárásnak áthatnia. Tárgyalni kell természetesen az oktatás során alapvető fogalmak és eljárások egész sorát. A modern anyagrészeket fakultative oktatták a 11–12. osztályban, a 9–12. osztályban pedig szakkörökben.

Bonyolult probléma volt az 1963–64. évi tantervről átmenet az 1968. évire. 1. Tovább kellett vinni az 1–3. osztályok vonalát. 2. 1970-től a 9–10. osztályok számára egységes tanterveket kellett adni. (Tízosztályos iskolát minden gyermek számára.)

Hogy 1–12. osztályig az egységet biztosítsák, az anyagrészeket koordinálják, figyelembe vegyék a matematika és más tárgyak közt a koordinációt, a tantervek megalkotásakor az irányelvek módszerét alkalmazták. Megkülönböztetünk:

a) szakjellegű irányelveket: pl. tömegek, leképezések, bizonyítások;

b) általános irányelveket: pl. általános értelmi képzés, az értelmi tevékenység, nyelvi képzés, politechnikai oktatás, nevelés (filozófiai, erkölcsi, politikai).

Ezek az irányelvek kezdetben csupán a tantervek szerkesztői számára nyújtottak segítséget. De kitűnt, hogy ezek didaktikai-metodikai segédeszközök az oktatáshoz is, és segítséget jelentenek a tanár számára a tervezéshez. Így ugyanis jobban felismeri, mire építhet és mire kell előkészítenie. A nagyobb tanulók számára is tudatosítani kell az irányelveket, hogy a matematikai tárgyak közötti összefüggéseket ők is jobban felismerjék és felhasználják. Mert nincsenek-e szép számmal tanulók, akik számára az iskola befejezésekor a matematika sokrétű, bonyolult terület, amely fogalmak, tételek, törvények, szabályok és eljárások tömkelegéből áll? És akiknél a próba-szerencse elv érvényesül?

Mindenesetre ezek az irányelvek nem mindenható módszertani eszközök. Nem szabad őket abszolutizálni, csak segédeszközök lehetnek, azoknak szabad csak lenniök.

A következőkben a 6–8. osztályos szakmai irányelvekre szorítkozom. Minthogy azonban ezek nem léteznek elszigetelten a többi irányelvtől, olykor ezeket is említem.

2. *Szakmai irányelvek a 6–8. osztályokban*
(Átmenet a szisztematikus deduktív szakaszhoz)

1. Irányelvek a halmazelméletre vonatkozóan:

A tanulók megtanulnak halmazokat képezni és felismerni, elemkapcsolatokat és részhalmaz-kapcsolatokat találni. Ezt a felismerést alkalmazzák a tanulók az aritmetikai, geometriai és azon túli összefüggések leírásánál és bizonyos feladatok megoldásakor. Ezáltal megtanulják absztrakció útján a matematikai lényeget megtalálni.

A következő szimbólumokat használják:

$A, B, C, M, N \ldots$ (halmaz)

$a, b, c \ldots$ (elem)

$a \in A$ (a eleme A-nak)

$\subseteq$ valamint $\subset$ (a tartalmazás jele)

$\emptyset$ (üres halmaz)

2. A számtartomány szerkezetére vonatkozó irányelvek:

Az 5. osztályos előzmények után a természetes számok tartománya a 6. osztályban a törtszámok és a 7-ben a racionális számok tartományává bővül. Az egész számokat az izomorfián át a 7. osztályban vezetik be. A négyzetgyök tárgyalásakor a 7. osztályban megismerik az irracionális számokat (ϱ) a körnél a transzcendális számokat (π).

3. Az egyenletek, egyenlőtlenségekre vonatkozó irányelvek:

Már az 1–5. osztályokban oldanak meg a tanulók tartalmilag egyenleteket és egyenlőtlenségeket. A 6. osztályban az egyenleteket és egyenlőtlenségeket pontosan definiálják és néhány sajátos egyenletet részletesen megtárgyalnak, ugyanúgy néhány egyenlőtlenséget is.

$$a \cdot x = b \quad \frac{a}{x} = b \quad x : a = b : c \quad a : c = c : b$$

A 7. osztályban megtárgyaljuk az egyenletek átalakítása szabályainak egész rendszerét, és tartalmilag megértenek néhány egyenlőtlenségre vonatkozó szabályt. A 8. osztályban összetett feladatok következnek.

4. Az ábrázolás és függvényre vonatkozó irányelvek:

A 4. osztályos „eltolás", az 5. osztályos „egy pont körüli forgás" és az „egyenesen való tükrözés" transzformációkat a 6. osztályban „mozgások" néven foglalják össze. (Az iskolában használt szó, amely az egybevágósági transzformációnak felel meg.) Ehhez járul a 8. osztályban a „nyújtás" hasonlósági transzformáció. A mozgásokat egyértelmű (vagy megfordíthatóan egyértelmű) leképezésekként definiálják. A 7. osztályban vezetik be a projekciót, mint egyértelmű leképezést. A 6. osztályos „halmaz", „rendezett pár" (x, y) „arányosság" ismeretek segítségével és további vizsgálódások révén megismerik a 8. osztályban a függvény fogalmát, mint a rendezett párok halmazát. Ezt a fogalmat a geometriai leképezések figyelembe vételével egyértelmű leképezésként értelmezik.

5. Bizonyításokra vonatkozó irányelvek:

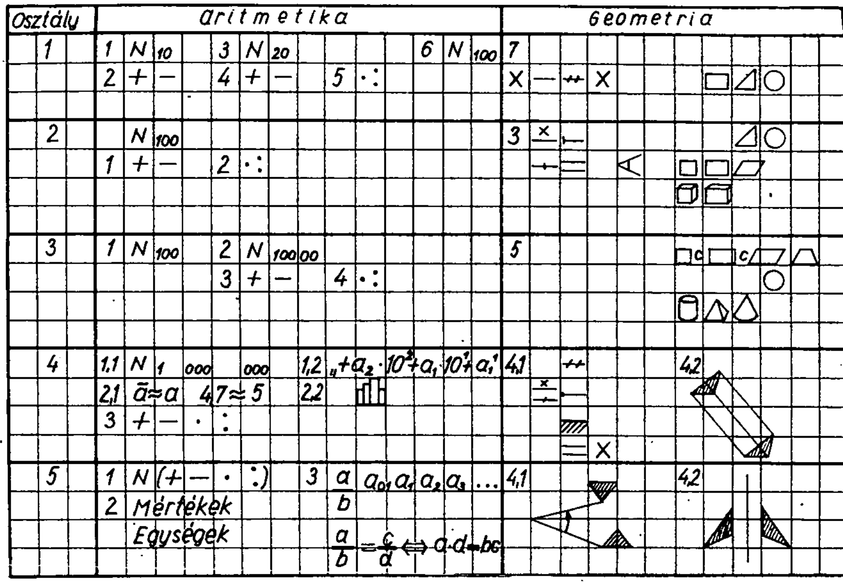
A 6. osztályban vezetik be a „tételt", (tantétel, teoréma) és definíciót. A tételeket, definíciókat és a fogalmak közötti összefüggéseket ezután folyamatosan bővítik. A 6. osztályban vezetik be az első direkt bizonyítást, a 8-ban az első indirekt bizonyítást. A bizonyítással kapcsolatos követelmények emelkednek: a 6.-ban megértés és reprodukálás, a 7.-ben egyszerű bizonyítás önálló végzése a követelmény, és így tovább. A 8.-ban az indirekt bizonyítást kell megérteni és reprodukálni stb. A logikus gondolkodás készségének fejlesztése megtalálható minden irányelvben, különösen azonban a halmazra és bizonyításra vonatkozóban. A tanulók maguk használnak bizonyos logikai fogalmakat, mint pl. „változó", „tétel", „állítás", „kifejezés", „végrehajtani", „alaphalmaz", „ha ... akkor" (implikáció), „akkor és csakis akkor ... ha" (ekvivalencia). Itt szoros kapcsolat van a szakon túlmutató nyelvi képzésre vonatkozó irányelvvel. Mindezeknek az irányelveknek hozzá kell járulniok az értelmi képességek fejlesztéséhez is. Néhány példát említek: absztrahálás és konkretizálás, szerkezetek felismerése és átalakítása, elemzés és összefoglalás, induktív és deduktív eljárás, rendszerezés, összehasonlítás (analógia), bírálatra és önbírálatra nevelés, térbeli szemlélet, elképzelés és ábrázolás képessége.

Már eddig is szükséges volt, hogy néhányszor utaljak az alsó tagozatra és a 4–5. osztályra. A következőkben azt mutatom meg, hogyan készítjük elő a 6–8. és természetesen a felsőbb osztályokat.

Mindannyian tudjuk, milyen nehézséget okoz a tanulók számára, ha új anyag bevezetésekor túl sok fogalom és tétel – amelyekre szükség van –, egyszerre rájuk zúdul. Ezért kell hosszú távon terveznünk. Közben azonban nem szabad megsértenünk az érthetőség elvét. Így tehát valamennyi irányelv tulajdonképpen már az első osztálytól kezdve érvényesül. Ezért ennek az osztálynak kissé több figyelmet szentelek.

3. *A rendszeres – deduktív szakasz előzményei az 1–5. osztályokba*

Az ábra segítségével az 1–5. osztályokról áttekintést adok, csupán ezen azonban nem ismerhető fel a korszerűsítés. Tulajdonképpen csak a 4–5. osztályos fejezetek: eltolás, fordítás, tükrözés, tehát a leképező geometria, és a 4.-ben a pontok, egyenesek mutatják ezt. De már az 1. részben utaltam arra, hogy nem elsősorban új anyagrészek bevezetéséről van szó, hanem a hagyományos anyagrészek „áthatásáról". Természetesen nem maradt el, hogy néhány anyagot magasabb osztályból alacsonyabba helyezzünk. Gyorsabb megértés végett ennél az ábránál túlnyomóan a matematika nemzetközi nyelvét használom. Mivel kis eltérések adódhatnak. mindenekelőtt félreértések, ha túlságosan rövidítek, néhány dolgot szeretnék megmagyarázni, mit értek rajta:



2. *ábra.*

N_{10}	a természetes számok halmaza 1 (illetve 0)-tól 10-ig,
$<$	a természetes számok rendezése (1. oszt. 6. fej.) A rendezés itt külön fejezet.
(	itt a négyszögek rendszerét jelenti (3. oszt.),
a/b	tört (közönséges tört) (5. oszt.),
$a_0\ a_1\ a_2\ a_3\ a_4$	tizedes tört

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \quad a \cdot d = b \cdot c$$

Mindkét tört egy osztályban van, és a törtek osztálya, amelyre ez az egyenlet érvényes: $a \cdot d = b \cdot c$ abszolút racionális számok.

Kétségtelen, hogy a korszerűsítés címén egyes iskolákban akadtak túlzások. Így az egyik berlini 1. osztályos tanulótól ezt hallottam: „Ez a két halmaz egyenlő számú elemek halmaza." „Az x változó az a szám, amelyiket még nem ismerünk." – Oka ennek részben az 1964-es tanterv néhány túlzása. Így az 1. osztályos tanulóknak már a 9. héttől kezdve használniok kellett a „halmaz", „halmazok összehasonlítása", „ismeretlen" kifejezéseket. 1968. óta az a helyzet, hogy az 1. osztályos matematikakönyvben fejezetek címeként szerepelnek ugyan ilyen megfogalmazások: „Halmazok egyesítése", „Változók alkalmazása", ezek azonban elsősorban a tanároknak, szülőknek, napközis nevelőknek szolgálnak tájékoztatásul. Ez nem zárja ki, hogy érdeklődő és eleven eszű gyerekek olykor-olykor ne használják a „halmaz", „változó" szavakat. A „halmaz"-ra vonatkozó irányelvekben alapjában erről van szó.

Az oktatásban mindig használtuk a halmazok, halmazkapcsolatok vizsgálatát, a halmazokkal végzett műveleteket, hogy a számfogalmat, a számok közötti relációkat és számokkal végzett műveleteket kialakítsuk. Az új az, hogy mindenekelőtt a tanítók számára tegyük világossá, matematikailag mi rejlik az ő és a gyermekek tevékenysége mögött, vagyis, hogy

a) a matematika egészét egységes alapra helyezzük,

b) minden matematikai absztrakciós folyamat ekvivalencia reláción nyugszik, a természetes számoknál az egyenlő számosságon. Más szóval: a tanulóknak meg kell ismerniök a matematikát és az absztrakciót. Matematikailag nézve mit tesznek ekkor?

Így az 1. osztályos aritmetikatanítás úgy épül fel, hogy minden új anyagnál elvileg a halmazokból indulunk ki, miközben valóságos tárgyakat, és az abból nyert első absztrakciókat képek formájában szemlélik. Ezekből a képekből absztrahálják a matematikai fogalmakat, és vezetik be a matematikai szimbólumokat. Fordítva aztán mindent konkretizálnak. Lényegesen újnak kell azt is tekintenünk, hogy a matematikai fogalmakat, szimbólumokat és eljárásokat már tudományos értelemben használják. Nincs tehát külön alsó tagozatos matematikanyelv, mint a korábbi években.

Pl. korábban a következő kifejezéseket használták:	most:
„és"	„plusz"
„kevesebb vagy el (-ból)"	„mínusz"
„van" az = jelre a számfeladatoknál	„egyenlő"
„vannak" = az alkalmazó jellegű feladatoknál	

A számjegyek megszemélyesítése vagy tárgyiasítása is végleg eltűnt. Így az 1. osztály végén. A számok 1—100-ig c. fejezetben kevesebb hangsúly esik a halmazokkal végzett munkára. A túlhangsúlyozás gátolhatná a szükséges absztrakciós folyamatot. A halmazoktól való eltávolodásnak ez a folyamata a 2. osztályban folytatódik. Ez azonban nem jelenti azt, hogy továbbá ne legyen mindig a valóság a kiindulópont, valahányszor ez könnyen lehetséges. Az absztrakciókat újból és újból konkrétizálják. Az objektív valóság azonban egyre inkább a motivációt és alkalmazást szolgálja. Egyébként nem is tudnánk dialektikus gondolkodásra nevelni.

Néhány példán szeretném bemutatni az absztrahálás egymást követő lépéseit:

Egyenlő számosságú halmazok összehasonlítása, elemek egymáshoz rendelése.

Absztrakció: „több mint", „kevesebb mint", „egyenlő sok" (köznyelv).

Számok: 1, 2, 3, 4, 5.

Számok összehasonlítása: „kisebb mint", „nagyobb mint", „egyenlő" (természetes szaknyelv),

Jelek: $<$ $>$ $=$

Halmazok egyesítése. Absztrakció: „plusz" $+$ jel.

Egyenlőségben: $3 + 2 = 5$.

Már említettem, hogy más irányelvek is áthatják még a „szám"-ra vonatkozókat. Ennél talán még világosabb a korszerűsítés, mint a halmazoknál. Néhány évvel ezelőtt ugyanis még pedagógiátlannak és pszichológiátlannak tartották, hogy ezzel kezdjenek az alsó tagozatban.

Az „egyenletek", „egyenlőtlenség"-re vonatkozó irányelvekhez:

Mint az előző két példán láttuk, ez már a tanév első heteiben elkezdődik. Az 1. osztály 2. fejezetében tárgyaljuk az egyenlőség oldalainak felcserélését, és a tanulók használják az „egyenlőség" szót. Ezután következnek a következő szavak: „egyenlőtlenség" és „közte fekszik"; a változók használatakor pedig a jelölése $3 + a < 5$.

Az egyenlőségek és egyenlőtlenségek megoldását, mint említettem, tartalmilag végzik el, tehát nem átalakítási szabályok rendszere alapján, hanem a természetes számok, azok rendje és a számlálási módok segítségével. Az egyenlőségek és egyenlőtlenségeknek ez a megoldása szoros kapcsolatban van a „bizonyítás" irányelvével, amit az alsó tagozatban „indokolás"-nak nevezhetnénk. Pl. a gyerekek azt mondják: $5 - 2 = 3$, *mert* $3 + 2 = 5$. *De csak ezt írják:* $5 - 2 = 3$

$3 + 2 = 5$.

A központilag szerkesztett munkafüzetekben mindenesetre a „mert" szerepel.

Másik példa: a tanulók azt mondják: „ha $a = 4$, *akkor* $3 + a = 7$. Így készítjük elő a tanulókat a következtetésre, feltételre, és állításra.

A felsőbb osztályokra való előkészítés jelentős eszközének mutatkozott a táblázatokkal végzett munka. Így elvezetjük már az 1. osztályos tanulókat a 2 oszlopos táblázattól a 3 oszloposig. A táblázatokkal végzett munka az egyszerűsítést szolgálja. Ezenkívül oda számíthatjuk a „leképezések", „függvények" irányelvhez is. Ezzel a következő fogalmak megértését készítjük elő: „hozzárendelés", „rendezett pár", „eredeti", „kép", „rendezett párok halmaza", „őstartomány", „képtartomány", „egyenértékűség".

Az 1. osztályban elsajátított logikai aspektus „mert", „ha . . . akkor" a 3. osztályban bővül. A 3. osztály utolsó harmadában az asszociatív-törvény megértésekor vezetjük be a „mindegyik számára" általánosítást, és ettől kezdve az aritmetika valamennyi törvényénél alkalmazzuk. A kétértékűségre vonatkozó logikai tételt a harmadik osztályban úgy vezetjük be, hogy „igen-nem" táblázatot kell a tanulóknak kitölteniök vagy elkészíteniök. A tanulók vizsgálják ilyen táblázatok segítségével a kívánatos és osztás lehetőségét a természetes számok tartományában. Pl.:

e	e : 10	e	e osztható-e 10-zel?
50	5	60	igen
508	n. l. (nem oldható meg)	603	nem

Ezzel szeretném befejezni a számok vizsgálását, hogy még 3 területre rámutathassak, amelyeket korábban az 1—5. osztályban nem így vagy egyáltalán nem tárgyaltunk.

1. A tízes helyértékrendszert korábban csak táblázat formájában tudatosítottuk. Ma ezt az eljárást kiegészítjük a hatványok írásával. Ezt a 3. osztályban készítjük elő a „tízes hatvány" „hely" bevezetésével és a következő jelöléssel:

$$34 = 3 \cdot 10 + 4 \qquad \text{ezután} \qquad 34 = 3 \cdot 10 + 4 \cdot 1.$$

A 4. osztály első fejezetében vezetjük be a 10^2-től 10^{12}-ig, tehát billióig a számneveket. Arra a lehetőségre utalás az oktatásban, hogy a tízes hatványok írását egyre tovább folytathatjuk, kell hogy segítse a „végtelen halmaz" és egyáltalán a „matematikai végtelen" fogalmának előkészítését. Szeretném hangsúlyozni, hogy előkészítését, nem többet. A tanulók gyakorolják tehát a következő összegek leírását, pl.:

$$8 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 5 \cdot 10^3 + 9 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 6 \cdot 1$$

Ehhez hasonlóan írnak a kettes számrendszerben (alapvetésként a dyada logaritmusok, logikai tanulmányok és digitális számolás — technikához).

2. Bár ez az irányelv a tantervekben nem szerepel, már utaltam az axiomatikára és struktúrára, mint modern felfogásra. Mégis ezeket az aspektusokat a „szám"-ra vonatkozó irányelvekben két helyen is figyelembe vesszük. A 4. osztályban a helyértékrendszernél (tízes hatványok) a Peano-féle axiomákat a természetes számok jellemzéséül érthetően, mégis kifogástalanul tárgyaljuk. Ezáltal a tanulóknak véglegesen el kell szakadniok a konkrét halmazképzetektől.

Az 5. osztályban az 1–4. osztályokban tanult aritmetika összes törvényeinek a számbavételével a természetes számok halmazát bizonyos mértékig lezárva strukturáljuk. Tulajdonképpen — a tanulók semmiképp sem tudatosan — modern algebrát, csoportelméletet tanulnak. A tanárnak kell ezt tudnia. A törvények leírása változókkal történik. Tehát:

1. Egzisztencia és ekvivalencia
összeadásra és szorzásra érvényes, hogy a természetes számok körében az összeadás és a szorzás egyértelműen elvégezhető.

2. Az összeadásra és szorzásra érvényes az asszociativitás törvénye.

3. A 0 és 1 neutrális elemek létezése.

4. Az összeadás és szorzás számára érvényes a kommutativitás törvénye.

Az 1. és 2. axioma mutatja, hogy a természetes számok a „félcsoport". A 4. axioma elvezet a „kommutatív csoportokhoz", a 3. axioma magához a „csoport"-hoz; az inverz elemek létezése, a számtartományok bővítésének a szükségszerűsége az egész számok gyűrűjéhez, a racionális számok testéhez stb.

Új számok alkotásának elve elkezdődik már az 5. osztályban. A törtszámokat a törtek osztályaiként vezetjük be, amelyek bővítéssel és rövidítéssel egymásból keletkeznek. Ez is valami egészen új az 5.-ben.

A további számtartományokat, amelyeket a 6., 7. és 9. osztályban bevezetünk, az ekvivalencia osztályok segítségével képezzük.

6. osztály törtszámok – hányadosegyenlőség,

7. osztály racionális számok – különbségegyenlőség,

9. osztály valós számok – határértékegyenlőség (vagyis a 9. osztályban a valós számokat értelmezzük, mint racionális számsorozatok határértékét).

Bőven tárgyaltam az aritmetikát. A geometria számára nem sok idő maradt. Ennek több oka van. Csak kettőt említek: az aritmetika óraszáma nagyobb, mint a geometriáé, s különösen az alsóbb osztályokban az aritmetika és geometria jóval inkább áthatják egymást, mint a felsőbb osztályokban. Ezért sok említett dolog épp úgy áll a geometriára is.

Ezért csupán két utalásra szorítkozom, amelyek a korszerűsítés ismérvei, amelyek szorosan összefüggnek egymással.

1/4. osztály
Pontok és egyenesek
Helyzetvonatkozások
Hozzárendelés: útszakasz hossza — mértékszám

Az iskolai geometriai oktatás teljes egészében az euklídeszi geometria Hilbert-féle axiomarendszeréhez igazodik.

2/4. osztály
Transzformációk

Hilbert axiomarendszere 5 részből áll: illeszkedés, rendezés, egybevágóság, folytonosság, párhuzamosság.

A geometria egész oktatására erősen hat a leképező geometria a megfelelő geometriai rokonsággal.

Ebből is kitűnik, hogyan csökkent a távolság a geometriatanításban az oktatás és a tudomány között.

*

A bevezetésben azt mondtam, hogy az egész világon korszerűsítik a matematikaoktatást. Arról szerettem volna Önöket tájékoztatni, hogy állunk mi ezzel. Bizonyos, hogy országról országra azonosok a megfontolások, de bizonyára vannak más megfontolások is. Minden értékes, ami az iskola továbbfejlődését szolgálja. A hagyományok nem okvetlenül gátolnak. Ezek csupán a különböző törekvéseknek bizonyos színezetet kölcsönöznek. A matematika tudomány és a matematikaoktatás jó hagyományait az Önök országában ismerjük. Befejezésül a Hilbert-féle axiomarendszert említettem. Az Önök honfitársa, Bolyai János hyperbolikus geometriát szerkesztett, tehát a párhuzamosság elve nélkülit. Ezzel kaput nyitott egy modernebb gondolkodásnak a matematikában.

Bolyait és Gauszt a sok szimbólum egyikének tekinthetjük a jó kapcsolatok példázására, amely népeink között fennáll.

Szép lenne, ha Önök is ezt a tájékoztató előadásomat a népeink közötti jó kapcsolat egyik szimbólumának tekintenék.

Fordította: *Szabó Balázsné* intézeti tanár
Baja, Tanítóképző Intézet

SÁRIK TIBOR
Ho Si Minh Tanárképző Főiskola, Eger

Feladatlapok alkalmazása az általános iskolai kémiaoktatásban

A didaktika már hosszú évtizedek óta egyik legfontosabb feladatként tűzte ki *a tanulók öntevékenységének fokozását* az ismeretek elsajátításában.

Ezt a feladatot igyekszik megvalósítani a hagyományos (klasszikus) módszerek közül is a heurisztikus (kérdés-feleleten alapuló) módszer, valamint kémiaoktatásunkban a tanulók frontális kísérletezésére való törekvés.

Az előbbi könnyen megvalósítható és igen értékes módszer, de ennek is megvan az a hátránya, hogy a kérdésre csak egy tanuló felel, tehát *az egész osztály aktivizálódása csak látszólagos.* A frontális kísérletezésnél az egész osztály dolgozik, ez a módszer, ha összekapcsoljuk a feladatlapok használatával, rendkívüli módon hozzájárul a tanulók aktivitásához.

A tanulók még teljesebb mértékű aktivitását csak a programozott oktatás hozza meg, de ennek elterjesztése nálunk még sok nehézségbe ütközik. Könnyebben megoldható azonban a *frontális kísérletezéssel egybekapcsolt feladatlapos órák* tartása, amelynek lényege, hogy a tanulók már meglevő ismereteik alapján, valamint a kísérletek alkotó elemzése útján önállóan jutnak el új ismeretekhez. Ennek rendkívül nagy szerepe van a tanulók gondolkodásra nevelésében. Tehát a feladatlapok értékelő, ellenőrző szerepükön kívül (pl. témazáró feladatlapok) nagy szerepet tölthetnek be az új ismeretek elsajátításában is.

Tanszékünk évek óta kísérletezik a tanulók aktivizálásának lehetőségeivel a kémiaoktatásban. A 8. osztályban a sók témakörét beprogramoztuk és több iskolában igen jó hatásfokkal kipróbáltuk. Ezen kívül a Heves megyei kémia szakfelügyelővel közösen elkészítettük a 8. osztályos kémia anyagához a 6 témazáró feladatlapot. (Alapfogalmak, bázisok, savak, sók, ipari fémek felmérése és az egész kémia anyag felmérése.) Erről egy más alkalommal szeretnék írni és egy-két témazáró feladatlapot bemutatni.

E cikkemben csak az új ismeret elsajátításához szolgáló feladatlapokról szeretnék szólni és egy-két ilyen általunk elkészített és kipróbált feladatlapot bemutatni.

Tapasztalataink szerint, míg a programozás szinte minden anyagrész tanítására alkalmas, a feladatlapnak megvannak a korlátai. Véleményem szerint a feladatlappal való új ismeretközlés különösen akkor szerencsés, ha ún. *analóg órákról* van szó. Például: a bázisok körében az órák a következőképpen követik egymást:

1. A nátrium, a nátrium-oxid, a nátrium-hidroxid (NaOH keletkezése egyesüléssel).
2. A nátrium hatása vízre (NaOH keletkezése helyettesítéssel).
3. A nátrium-hidroxid tulajdonságai, nagyipari előállítása.