

# ÚJ MATEMATIKAI NEVELÉS

BALOGH VIKTÓRIA

Eger

## Közös tulajdonsággal rendelkező pontok halmaza

(Mértani helyek előkészítése az általános iskolában)

A középiskolában való továbbtanulás „átmeneti” nehézségei között a matematika az egyik tantárgy, amelyik sok küzdelmet, gondot jelent a tanulóknak. A továbbtanulókat az első „kudarcs” akkor éri, amikor a geometria körében a *mértani helyekre vonatkozó feladatokat* kell megoldaniok.

A gimnáziumok és szakközépiskolák 1. osztályos matematika tankönyvében  *nagyon igényes mértani helyekkel kapcsolatos szerkesztési feladatok* találhatóak. Sok problémát okoz a tanulóknak ezen szerkesztések elkészítése.

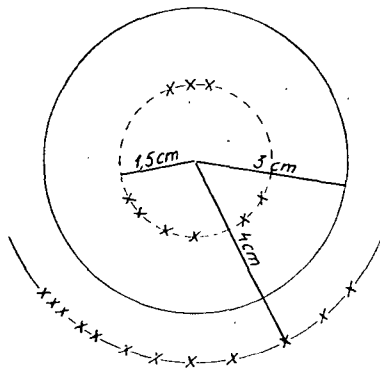
Az általános iskolában a mértani helyeket *előkészítő 8. osztályos tankönyvi feladatok* jobb feldolgozása nyújtana kielégítőbb szemléletformálást e feladatok megértéséhez, megoldásához.

A *8. osztályos tankönyvben a 205. oldal* 86. feladatától a 102. feladatig a „közös tulajdonságú pontok halmazának vizsgálatára” vonatkozó feladatsort találjuk.

*Vizsgáljuk meg* az említett 8. osztályos tankönyv 205. oldal 86. feladatát! „Hány olyan pontot tudsz a füzetedben megrajzolni, amelyek egy 3 cm sugarú kör középpontjától *a)* 1,5 cm; *b)* 4 cm távolságra vannak?”

„Nagyon sok pontot tudunk megrajzolni!” – legtöbbször ilyen rövid válasszal intézik el a feladatot. Nem minden tanuló érti, látja be ezt a rövid, tömör megállapítást. – Megfelelő türelemmel, a *rajzok tényleges elkészítésével*, a sok pont megrajzolásával célszerű ezeket a feladatokat megbeszélni, – mert ezzel a konkrét szemlélettel tudjuk a „közös tulajdonságú pontok” elhelyezkedését, a „mértani hely” fogalmát előkészíteni. A pontok sokasága ad lehetőséget a pontok elhelyezkedésének vizsgálatára:

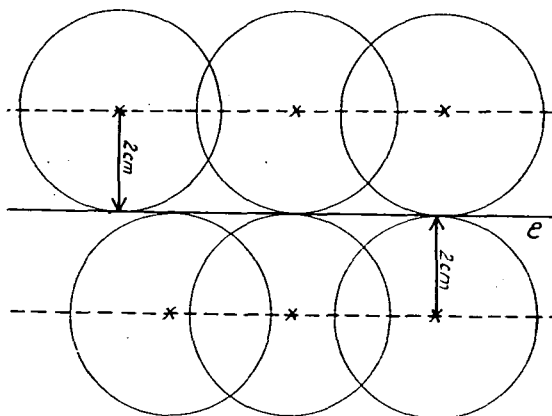
„Hogyan helyezkednek el a feltétel szerint megrajzolt pontok?”



„A kör középpontjától 1,5 cm sugarú körnek a körvonalát képezik, valamennyi pont az 1,5 cm sugarú körnek a pontjai” stb. vizsgálódással emeljük ki, irányítsuk a tanulók figyelmét a közös tulajdonságú ponthalmaz helyzetére, a ponthalmaz által alkotott körvonalra. *Ez a vizsgálódás vezethet el az általánosításhoz:* „Egy adott ponttól egyenlő távolságra levő pontok halmaza körvonalat alkot.”

*A 8. osztályos tankönyv 220. oldal 129. feladata:*

„Rajzolj egyenest! Rajzolj 2 cm sugarú köröket, amelyek az egyenest érintik! Hányat tudsz rajzolni?”



A feladatnak olyan rövid elintézése, hogy „Nagyon sokat!” – még ha ténylegesen meg is rajzolják a köröket, – *nem elegendő.*

Egészítsük ki a „Hányat tudsz megrajzolni?” kérdést, a „Mit alkotnak a sűrűn megrajzolt körök középpontjai?”, vagy „Hogyan helyezkednek el az egyenest érintő körök középpontjai az egyeneshez viszonyítva?” kérdésekkel.

Az egyenestől 2 cm távolságra levő párhuzamos egyenest alkotják a körök középpontjai, – az egyenessel párhuzamos egyenesen helyezkednek el, – az egyenes mindkét „partján” megrajzolható az egyenest érintő „körserég” stb. Az ilyen tartalmú megbeszélés, többszöri feladatjelölés *elvezethet abhoz az általánosításhoz,* hogy „az  $e$  egyenest érintő  $a$  sugarú körök középpontjai az  $e$  egyenestől  $a$  távolságra levő párhuzamos egyenesen helyezkednek el, vagy az  $a$  távolságra levő párhuzamos egyenest alkotják.”

*Hasonlóak a 220. oldal 128., 130., 131., 132. stb. feladatok,* amelyek szintén a mértani helyeket előkészítő feladatok:

- egyenestől adott távolságra levő körök középpontjainak halmazát,
- a párhuzamosokat érintő körök középpontjainak halmazát,
- a szög szárait érintő körök középpontjainak halmazát stb.

vizsgálják.

A gimnáziumi tankönyvek feladatai feltételezik, hogy a tanulók már ismerik a közös tulajdonságú, egyenlő távolságra levő pontok elhelyezkedését *az egyenestől, a szög száraitól, a körvonalától, a ponttól* – azaz az „egy feltételt kielégítő” közös tulajdonságú pontok elhelyezkedését.

Ezt a megállapítást *igazolja a gimnáziumi tankönyv 204. oldalán levő „Mértani hely fogalmát előkészítő feladatok” feladatsora.*

A mintafeladatok kapcsán már a „két feltételnek eleget tevő, közös tulajdonságú pontok” elhelyezkedésére ad magyarázatot a könyv, pl.:

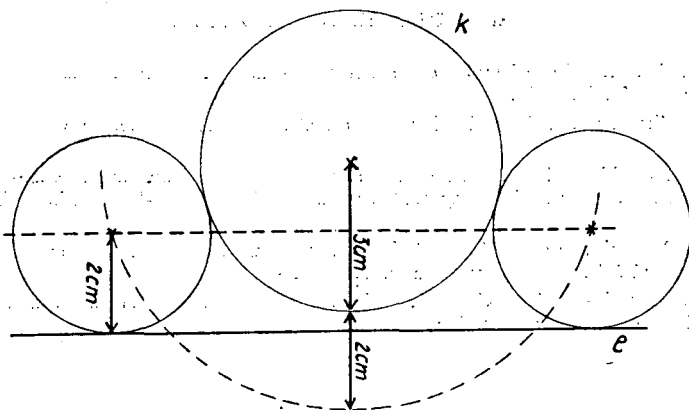
1. Rajzolj egy  $60^\circ$ -os szöget, a szárakat jelöljük  $a$ -val és  $b$ -vel! Keressünk a szögtartományban olyan pontot, amely az  $a$  szártól  $2\text{ cm}$ , a  $b$  szártól  $3\text{ cm}$  távolságra van!

2. Vegyünk fel  $e$  és  $f$  metszőegyeneseket! Keressünk olyan pontot a síkban, amely  $e$ -től  $2\text{ cm}$ -re,  $f$ -től  $3\text{ cm}$  távolságra van!

Azt hiszem világosan érezzük, hogy csak azok a tanulók látják a mintafeladat problematikáját, akik tudják, hogy egy egyenestől  $2\text{ cm}$ -re levő pontok hogyan helyezkednek el, és adott másik egyenestől a  $3\text{ cm}$ -re levő pontok hogyan helyezkednek el. Csak ez alapján „találja meg” az egyik szártól  $2\text{ cm}$  távolságra levő közös pontot. (A két ponthalmaz metszetét.)

Az 1. oszt. gimnáziumi tankönyv 207. oldal 4. mintafeladatát azért emelem ki, mert ezen keresztül belátjuk, hogy a „két feltételt kielégítő pontok halmazának közös részét” meghatározni csak akkor tudja jól a tanuló, ha általános iskolában jó előkészítést nyert.

„Vegyünk fel egy  $e$  egyenest és egy  $3\text{ cm}$  sugarú  $k$  kört, amelynek középpontja  $4\text{ cm}$ -re van az  $e$  egyenestől! Szerkesszünk a megrajzolt egyenest és a kört érintő  $2\text{ cm}$  sugarú kört!”



**Probléma:**

Érintse az  $e$  egyenest is és a  $k$  kört is a  $2\text{ cm}$  sugarú kör.

**Analízis:**

a)  $e$ -től  $2\text{ cm}$  távolságra vannak az  $e$ -t érintő körök középpontjai,

b)  $k$  körvonalától  $2\text{ cm}$  távolságra vannak az érintő körök középpontjai,  $k$  körral koncentrikus ( $3+2=5\text{ cm}$  sugarú) körön.

Mindkét feltételt a 8. osztályban külön-külön, ha alaposan megvizsgálta a tanuló, akkor e két feltétel szétbontását (analízisét), majd a két feltétel összegezését (szintézisét) felismeri és alkalmazni tudja a gimnáziumban, az összetett feladatoknál is.

A mintafeladathoz kapcsolódó gyakorló feladatsor nebezől azzal,

- a) *általános adatokkal* kell elvégezni a szerkesztéseket, legtöbbször önállóan, házi feladatként:  $r$  sugarú kört,  $a$  távolsággal stb. A gyermekeknek nem természetes kifejezés az sem, hogy „adott” egyenest, „adott” pontban, „adott” sugárral. Ezekre is célszerű lenne általános iskolában kitérni!
- b) Az általános adatokkal való feladatmegoldás igényli a *feladatok diszkuszióját*, amiben az általános iskolában is több gyakorlást vehetnénk! Pl.:
- *mikor van csak egy megoldása a feladatnak* (pl.: csak egy érintő kör rajzolható az egyeneshez és körhöz),
  - *mikor nincs megoldása a feladatnak* (pl.: nem rajzolható a két feltételnek eleget tevő érintő kör),
  - *mikor van két, vagy több megoldása* (pl.: két érintő kör is rajzolható az egyeneshez és körhöz)?

Azért kívántam hangsúlyozottan *kiemelni a 8. osztályos tankönyvben szereplő „mérési helyeket előkészítő” feladatsort*, hogy az általános iskolai és középiskolai ismeretek egymásra épülését nagyon tudatosan biztosítsuk, a tanulók gondolkodásának fejlődéséhez a fontos láncszemeket jól építsük.

A feladatsor gondos feldolgozásával hozzájárulhatunk a tanulók továbbtanulásában fellelhető „átmeneti nehézségek” feloldásához is!

#### FELHASZNÁLHATÓ IRODALOM

1. Matematika a gimnáziumok és szakközépiskolák I. osztálya számára. (Tankönyv.) V. fejezet. Tankönyvkiadó, 1966.
2. Matematika az általános iskolák 8. osztálya számára. (Tankönyv.) „A kör” című fejezet.
3. Matematika kiegészítő tankönyv az általános iskola matematika szakosított tantervű 8. osztályai számára. Geometriai alapfogalmak című fejezet, 151–190. oldal. Tankönyvkiadó, 1972.
4. Balogh Viktória: Az általános iskolai matematikai tankönyvek korszerű elemeinek hatékonyabb megvalósításáért. A matematika tanítása, 1972. 4. szám.
5. Balogh Viktória–Karádi Károlyné: Tájékoztató az általános iskolai számtan–mérési tananyagának csökkentéséhez. A matematika tanítása, 1973. 4. szám.



*Kovács Győző:*

#### A SZÁMÍTÓGÉP TECHNIKÁJA

A számítógép egyre fontosabb szerepet játszik életünkben. Nem csupán a matematikában, hanem a műszaki, a közgazdasági, az orvosi, a biológiai, a nyelvészeti tudományokban, sőt helyenként már az oktatásban is mind több felhasználására kerül sor. A jelen könyv első sorban azzal ismerteti meg az olvasót, hogy hogyan működik a számítógép, milyen egységekből áll, hogyan üzemeltethető és milyen

szervezési feladatok megoldását igényli a számítógép. A számítógépnek mint bonyolult rendszernek a működését közérthető, egyszerű nyelven fogalmazza meg a szerző, a megértést számos (173 darab) rajzos és fényképes ábrával segíti elő. Számos lenyűgöző technikai adatról is értesülhetünk a könyvben. Azoknak ajánljuk e könyvet, akik a számítógépek technikájának fejlődéséről és mai állapotáról jól áttekinthető képet kívánnak kapni.

(Tankönyvkiadó, Budapest, 1974. 288 oldal)

*Dr. Szendrei János*