

Eszközhasználat az alsótagozatos matematikaoktatásban

Az új tanterv nemcsak módosította, hanem szemléletében megváltoztatta a matematika tanítását. Ennek a szemléleti változásnak egyik alapja: a felfedezés örömet biztosítani kell a tanulóknak. Ehhez pedig eszközök kellene, még hozzá sok eszköz! Mi az, amit leggyakrabban használunk? Számológép, színes rúd, logikai készlet, feladatlap. Gyakran kerül sor a különböző Dienes-készletekre, szögestáblára. A hagyományostól eltérően gyakrabban kerülnek kézbe a különböző mértékegységek gyakorlását szolgáló eszközök. Megmaradt a korong, pálcika, sőt, bővült bármilyen olyan eszközzel ami a tanulók életkorához közel áll. A számkártyák szintén a gyerekek kezébe kerültek. A játékpénz, számmérleg sem a bemutatást szolgálja többé. Mér-tani síkidomok, testek fából és műanyagból, babylon építő, applikációs képek, mind a matematika tanítás eszközévé lett.

Eszköz tehát van bőven. Ma egy matematika órára való felkészülés elsősorban szervezést jelent. Át kell gondolni, hogy a tananyaghoz milyen eszköz, vagy eszközök kellene, milyen módon akarom felhasználni azokat, és milyen szervezeti formában. Az órán már a gyereké a főszerep. Nem az a lényeg, hogy használják a tanulók az eszközt, hanem hogy segítségével rájöjjenek valamire, megtanuljanak valamit. Nem is mindig kell használni. Az új matematika tanítása nem egyenlő eszközhasználat. Ez csak kísérő jelensége.

A tanítás során ez az eszközbőség sok gondot jelent a pedagógusnak.

Az első mindjárt az, hogy az eszköz használatára meg kell tanítani a gyerekeket. Amikor legelőször új eszközt adunk a kezükbe, be kell látnunk, hogy akkor még csak az ismerkedés lehet a cél. Hiszen eszközeink színesek, érdekes alakúak, nagyon hasonlítanak a játékhöz, tehát a tanulók óhatatlanul játszani kezdenek vele. Hagyni kell! A következő lépcsőfokot már eszköze válogatja. Van olyan, melynek használatához elengedhetetlenül szükséges, hogy több órán keresztül csak barátkozzanak vele a gyerekek, és közben megtanulják alapvető tulajdonságait. A színes rúdnál azt, hogy melyik szín mennyit ér. A logikai eszköznél, hogy milyen elemek vannak. A Dienes-készletnél, hogy milyen alakok vannak. Ha ezekre az alapozó ismeretekre nem hagyunk elég időt, később megbosszulja magát, a tanulók bizonytalanok lesznek az eszköz használatában. Természetesen vannak olyan eszközök is, melyek nem igényelnek ennyi alapozást, egyből lehet cél szerint használni azokat. Ilyen például a számkártya, feladatlap, szögestábla stb. Az alapok megtanulása közben gondot kell fordítani a szervezésre is. Legyen meg mindennek a helye. Tanulják meg a gyerekek azt is, melyik eszközt honnan kell elvenni, a padon hová kell rakni, hol kell vele dolgozni, ha már nem használja hová kell tennie. Ezek fontosságát nem szabad lebecsülni, mert ha ez szokássá válik, akkor a későbbi szervezést és ezzel a tartalmi munkát is nagyon megkönnyítjük. Ha a tanulók már jól ismerik az eszközöket, akkor lehet velük dolgozni. Természetesen a munka során egyre többet és többet tudnak meg az eszközökről. Pl. hogy a színes rúd relatív, tehát a fehér egység érhet 1-et, 10-et, sőt 100-at, 1000-t is. Vagy hogy Dienes-készlet többféle van, 2-es, 3-as stb. Ezek azonban már nem jelentenek teljesen új ismeretet, analógiával könnyen áthidalhatók. Külön alapozást már nem igényelnek. Így tehát egy eszköz használatára csak egyszer, akkor viszont alaposan meg kell tanítani a gyerekeket. Így későbbi munkánkat nemcsak megkönnyítjük, de biztosítjuk, hogy az eszköz valóban elérje célját.

A másik gond az óra megszervezése. Ha minden tanuló ugyanazt az eszközt használja, nehéz munkájukat áttekinteni. Ezért inkább a csoportmunka a jobb. Csoportmunkát viszont nem minden anyagrésznel előnyös használni.

Vegyünk egy példát! A második osztályban szorzótábla felépítése szögestáblával. Az anyag azt kívánja, hogy az egész osztály egyszerre végezze. Tehát minden tanuló dolgozik a szögestáblán, úgy, hogy előre megbeszélt feladatot végez rajta. Így a tanító felszabadul, munka közben segíthet, javíthat, és a tanulók egyéni ütem szerint haladhatnak. Aki hamarabb kész, új feladatba kezdhet. Az ellenőrzést és az észrevételek meghallgatását már lehet közösen végezni. Részlet egy ilyen óravázlatból:

a) A nyolcas szorzótábla felépítése szögestáblával:

$8 \cdot 1 =$	$8 \cdot 6 =$
$8 \cdot 2 =$	$8 \cdot 7 =$
$8 \cdot 3 =$	$8 \cdot 8 =$
$8 \cdot 4 =$	$8 \cdot 9 =$
$8 \cdot 5 =$	$8 \cdot 10 =$

Közlés: Másoljátok le a tábláról! Rakjátok ki szögestáblán, töltsétek ki a hiányzó adatokat!

Aki kész, feladatlapot javíthat!

Munkaforma: frontális osztálymunka.

Módszer: a tanulók önálló munkája eszközzel és feladatlappal.

Idő: kb. 10 perc.

b) A nyolcas szorzótábla tudatosítása:

- a táblán levő szorzótábla kitöltése, javítása;
- csak szorzatok vizsgálata: nyolcasával növekvő, ill. csökkenő sor. Csak páros számok. Könnyen megjegyezhető szorzatok stb.;

- összefüggések keresése: $8-40-80$

$$16-32-64$$

$$24-48-72$$

- a szorzás kommutatív tulajdonsága eszközzel is.

Munkaforma: frontális osztálymunka.

Módszer: beszélgetés.

Idő: kb. 10 perc.

Ugyanakkor a szorzótábla gyakorlásánál már jól alkalmazható a csoportmunka. Részlet az óravázlatból:

a) A csoport: a nyolcas szorzótábla gyakorlása szögestáblával.

$8 \cdot 4 =$	$6 \cdot 4 = 48$	$8 = 24$
$8 \cdot 7 =$	$8 \cdot 4 = 48$	$3 = 24$
$4 \cdot 8 =$	$4 \cdot 3 = 32$	$9 = 72$
$7 \cdot 8 =$	$8 \cdot 3 = 32$	$8 = 72$

Munkaforma: csoportmunka.

Módszer: a tanulók önálló munkája eszközzel és füzetrel.

Idő: kb. 10 perc.

B csoport: 48-as feladatlap.

A csoport megbeszéli a tanító irányításával a feladatokat.

Ezután minden tanuló önállóan dolgozik, a pedagógus csak javít, segít, ha kell.

Munkaforma: csoportmunka.

Módszer: a tanulók önálló munkája feladatlappal.

Idő: kb. 10 perc.

Tíz perc múlva a két csoport munkát cserél. Az A csoport feladatát közösen értékeljük és javítjuk.

* * *

A Dienes-készlettel csoportmunkában jó dolgozni. Az ezzel végezhető feladatok elég összetettek, tanítói irányítást kívánnak. Eredményesen elsősorban úgy használhatók, ha a tanító látja a tanulók munkavégzését. Nagyobb létszámú osztályban ezt frontális munkával nem lehet megvalósítani. Jól meg kell gondolni azt is, hogy csoportmunka esetén milyen feladatot kapjon a másik csoport. Új eszközt használni a szervezés miatt elég bonyolult. Kivétel ez alól a feladatlap vagy a füzet. Mindkettő nagyon eredményesen használható, ha irányítást nem igényel. Ennek a csoportnak tehát olyan feladatsort kell összeállítani, melyet a tanulók önállóan meg tudnak oldani. Részlet egy óravázlatból:

* * *

A csoport: elvétel, beváltás hármas Dienes-készlettel.

A tanulók a tanító irányításával dolgoznak.

- alapsor kirakása: 27 9 3 1
- beváltás az egyes helyén

$$\begin{array}{r} 27 \ 9 \ 3 \ 1 \\ \quad \quad 1 \ 2 \ 1 \\ - \quad \quad 1 \ 2 \\ \hline \end{array}$$

Egy egyesből nem lehet elvenni két egyest. Ezért egy hármast beváltak egyesekre.

$$\begin{array}{r} 27 \ 9 \ 3 \ 1 \\ \quad \quad 1 \ 1 \ 4 \\ - \quad \quad 1 \ 2 \\ \hline 1 \ 0 \ 2 \end{array}$$

- kirakás, megoldás eszközzel
- értékek kiszámítása

$$\begin{array}{r} \overset{3}{\underbrace{\quad}} \ \overset{10}{\underbrace{\quad}} \\ 121 = 16 \\ \overset{3}{\underbrace{\quad}} \ \overset{10}{\underbrace{\quad}} \\ 12 = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overset{3}{\underbrace{\quad}} \ \overset{10}{\underbrace{\quad}} \\ 114 = 16 \\ \overset{3}{\underbrace{\quad}} \ \overset{10}{\underbrace{\quad}} \\ 12 = 5 \end{array}$$

$$\overset{10}{\underbrace{\quad}} \ \overset{10}{\underbrace{\quad}} \\ \text{Tehát: } 11 = 11$$

- beváltás a hármás helyén

$$\begin{array}{r} 27 \ 9 \ 3 \ 1 \\ \quad \quad 1 \ 1 \ 2 \\ - \quad \quad 2 \ 1 \\ \hline \end{array}$$

Egy hármásból nem lehet elvenni két hármast. Ezért egy kilencet beváltak hármásokra.

$$\begin{array}{r} 27 \ 9 \ 3 \ 1 \\ \quad \quad 0 \ 4 \ 2 \\ - \quad \quad 2 \ 1 \\ \hline 2 \ 1 \end{array}$$

- értékek kiszámítása
- kirakás, megoldás eszközzel

$$\begin{array}{r} \overset{3}{\underbrace{\quad}} \ \overset{10}{\underbrace{\quad}} \\ 112 = 14 \\ \overset{3}{\underbrace{\quad}} \ \overset{10}{\underbrace{\quad}} \\ 21 = 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \overset{3}{\underbrace{\quad}} \ \overset{10}{\underbrace{\quad}} \\ 42 = 10 \\ \overset{3}{\underbrace{\quad}} \ \overset{10}{\underbrace{\quad}} \\ 21 = 7 \end{array}$$

$$\overset{10}{\underbrace{\quad}} \ \overset{10}{\underbrace{\quad}} \\ \text{Tehát: } 7 = 7$$

- beváltás a kilences helyén

$$\begin{array}{r} 27 \ 9 \ 3 \ 1 \\ \quad \quad 1 \ 1 \ 1 \ 1 \\ - \quad \quad 2 \ 1 \ 1 \\ \hline \end{array}$$

Egy kilencesből nem lehet elvenni kettőt. Ezért egy huszonhetest beváltak kilencesekre.

$$\begin{array}{r} 27 \ 9 \ 4 \ 1 \\ \quad \quad 0 \ 4 \ 1 \ 1 \\ - \quad \quad 2 \ 1 \ 1 \\ \hline 2 \ 0 \ 0 \end{array}$$

- kirakás, megoldás eszközzel
- értékek kiszámítása

$$\begin{array}{r} \underline{3} \quad \underline{10} \\ 1111 = 40 \\ \underline{3} \quad \underline{10} \\ 211 = 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{3} \quad \underline{10} \\ 411 = 40 \\ \underline{3} \quad \underline{10} \\ 211 = 22 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \underline{10} \quad \underline{10} \\ \text{Tehát: } 18 = 18 \end{array}$$

Munkaforma: csoportmunka.

Módszer: a tanulók munkája eszközzel, beszélgetés.

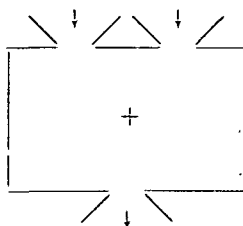
Idő: kb. 20 perc.

B csoport: összeadás, kivonás gyakorlása száz-as számkörben.

A tanulók vagy a tábláról másolják a feladatokat, vagy előregyártott feladatlappal dolgoznak.

1. Írd be a hiányzó számokat!

be	be	ki
25	9	
32	16	
8	91	
	19	34
	14	28
		100



2. Folytasd! Mindegyiknél legalább még öt számot írd!

... 18 26 32 ...
 ... 96 89 82 ...
 8 20 32 ...
 100 83 66 ...

3. Tedd ki a hiányzó $> = <$ jeleket!

$$\begin{array}{l} 92 - 25 \quad \boxed{} \quad 24 - 7 + 16 \\ 34 + 62 \quad \boxed{} \quad 98 - 3 - 17 \\ 16 + 12 + 8 \quad \boxed{} \quad 6 + 84 - 9 \end{array}$$

4. Pótold a hiányzó műveleti jeleket!

$$\begin{array}{l} 12 \quad 6 \quad + = 22 \\ 32 \quad 18 \quad 3 = 47 \\ 56 \quad 41 \quad 18 = 33 \end{array}$$

Munkaforma: csoportmunka.

Módszer: a tanulók önálló munkája füzetrel vagy feladatlappal.

Idő: kb. 20 perc.

A két csoport az idő elteltével feladatot cserél. A órából fennmaradó öt perc alatt a B csoport feladatát közösen értékeljük.

A színes rúd és a logikai készlet megint olyan eszköz, amelynek használata akkor teljes értékű, ha a tanító átlátja a tanulók munkáját. Ezekkel is tehát csoportokban jó dolgozni. Ez a két eszköz azonban jól megfér egymással. Kiosztásuk, cseréjük nem jelent szervezési nehézséget, mivel viszonylag kicsik, könnyen mozgathatók. Természetesen attól függően, hogy milyen anyagrészt meg-tanítását szolgálják, használható mindkettő frontálisan is, vagy feladatlappal kombinálva. Hogyan használható a két eszköz együtt? Részlet egy óravázlatból:

* * *

A csoport: egy számnak több neve van
92 =

- szőnyegezés színes rúddal
- fordítás számtannyelvre a füzetbe.

Munkaforma: csoportmunka.

Módszer: a tanulók önálló munkája eszközzel és füzettel.

Idő: kb. 15 perc.

B csoport: kombinatorikus feladat (permutáció).

Utasítás: cseréljétek egymás között az összes lehetséges módon a következő betűket! Az értelmés szavakat húzzátok alá!

B E L K A

Munkaforma: csoportmunka.

Módszer: a tanulók önálló munkája füzettel.

Idő: kb. 15 perc.

C csoport: műveletek halmazokkal.

A tanulók a tanító irányításával közös ütemben végzik a munkát.

- két halmaz uniója:

a) kirakás

Az egyik karikába tegyétek azokat az elemeket, amelyek pirosak! A másikba azokat, amelyek háromszögek! Toljátok össze a két karikát! Mit tudtok mondani az így kapott csoport elemeiről?

b) megfogalmazás,

Az új karikában olyan tulajdonságú elemek vannak, hogy *vagy* pirosak, *vagy* háromszögek.



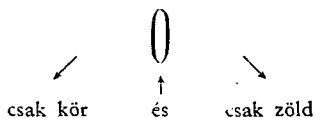
- két halmaz metszete:

a) kirakás

Az egyik karikába csak kör alakú elemeket tegyetek! A másikba csak zöldeket! Toljátok össze a két karikát úgy, hogy legyen egy kis közös részük, amelyik üres! Milyen tulajdonságú elemek kerülhetnek ide?

b) megfogalmazás

A közös részbe olyan tulajdonságú elemek kerülhetnek, amelyek zöldek és kör alakúak.



- két halmaz különbsége:

a) kirakás

Tegyétek a két karikát úgy, hogy egy kicsit fedjék egymást! A fedésen kívüli egyik részbe lyukas elemeket tegyetek! A másikba négyszögeket! Mik kerülnek a közös részbe? (Amelyek lyukasak és négyszögek.) Húzzátok el az egyik karikát! A másikban milyen tulajdonságú elemek maradtak?

b) megfogalmazás

Az ottmaradt karikában *csak* lyukas elemek vannak. (Vagy csak négyszögek, attól fügően, melyik karikát húztuk el.)

Munkaforma: csoportmunka.

Módszer: a tanulók munkája eszközzel, beszélgetés.

Idő: kb. 10. perc.

A csoportok cserélnek. Az A és B csoport munkáját füzetbeszédéssel lehet ellenőrizni.

* * *

Az új tanterv szerint gyakrabban kerülnek kézbe a különböző mértékegységek eszközei is. Az ezekkel történő gyakorlás nehézkes. Legcélszerűbb együttes gyakorlásuk forgószínpad szerűen. A tanulókat brigádokra osztjuk fel. A munkát mindenhol a brigádvezető irányítja. Egy brigádban öt gyereknel ne legyen több. Az osztály létszámától függően állapítjuk meg az államások számát. Pl. egy átlagosan 25 fős létszámnál öt állomás lesz.

1. Hosszmérték;
2. Súlymérték;
3. Űrmérték;
4. Pénz;
5. Időmérték.

Itt csak az ötödik állomás kívánja a tanító irányítását. A többinél önállóan dolgozhatnak a tanulók. A pontos anyagot az osztálynak megfelelően lehet összeállítani. Egy-egy állomáson kb. 8 perc a munkaidő. Utána jön a forgás. Az óra utolsó öt percében lehet a brigádok munkáját értékelni és ellenőrizni. Így kevés eszközzel sikerül elérni, hogy minden tanuló aktívan vegyen részt a gyakorlásban. Igaz, a szervezés nagy körültekintést és pontosságot követel, máskülönben a gyakorlás nem éri el a célját.

Egyik leggyakrabban, szinte mindennap használt eszközünk a feladatlap. A mai matematikaoktatás már nemcsak használja, de anyaga nagymértékben erre épül. Felhasználásuk skálája rendkívül széles. Nyújthat új ismeretet, szolgáltathatja a gyakorlás anyagát. Nyújthat új ismeretet, szolgáltathatja a gyakorlás anyagát. Fel lehet dolgozni közösen és önállóan, részben és egészben. Nem is itt van a probléma, hanem a javításnál. Közös, önálló javításra nincs mindig mód. Vagy az életkor, vagy az idő nem teszi lehetővé. Marad tehát a beszédes. A hibát már nem húzzuk alá. Csak a helyes megoldást jelöljük, ahol nincs jel, ott hiba van. A tanuló megkapja az ily módon javított munkalapot, átnézi és a hibát megpróbálja kijavítani. Ehhez újra el kell olvasnia az utasítást, meg kell érteni a feladatot, át kell néznie munkáját, észre kell venni, hol a hiba, és a hibát javítani kell. Ez tehát a gyerektől egy rendkívül összetett, nehéz munkát követel. Ezért a feladatlapok javítása nem megy gyorsan. A kijavított lapot ismét beadja és esetleg újra visszakapja, mert hibásan javított. Megtörténik, hogy egy gyerek egy lapot háromszor is visszakap. A gyakorlat azt mutatja, hogy ennél többször nincs értelme visszaadni, hanem segíteni kell a javításban. Igen ám! De közben mindig új és új feladatlapok jönnek, köztük is akad hibás, és így a lapok csak gyűlnek, gyűlnek, a tanuló pedig egyre jobban elveszíti kedvét. Hogyan lehet ezen segíteni? Tudomásul kell venni azt, hogy a tanuló téved, és időt kell adni arra, hogy tévedését javítsa. Csakhogy ez nem mindig könnyű dolog. Az órán minden percre szükség van, nehezen áldoz az ember időt. Pedig kell! Megoldható ez úgy is, hogy a tanulók a hibás feladatlapokat külön dossziében gyűjtik. Minden órán vannak olyan kihasználatlan percek, amiket nagyszerűen föl lehet használni javításra. A tanulók könnyen megszokják azt, hogyha valamilyen feladattal végeztek és van még idő, nyúlnak a dossziéhez és javítanak a következő feladatig. Ez azonban még mindig kevés. Egy héten legalább kétszer szervezni kell olyan csoportmunkát, ahol az egyik csoport feladata csak a javítás. Egy héten egyszer pedig egy egész órát be kell kalkulálni a javításra. Itt azután differenciált munkával, egy-két jó matematikus segítségével jó eredményeket lehet elérni. Mindehhez az kell, hogy a pedagógus belássa, nem kárba vesztett idő ez. Nem látványos, de nagyon tartalmas munkát végeznek ilyenkor a tanulók. Igaz, kicsit keserves munka gyerek és pedagógus számára egyaránt. Hisz nemcsak a tanulónak jelent ez örökös javítást. Az eredmény miatt azonban nem kár a fáradságért. Az önellenőrzésnek olyan magas szintje fejlődik így ki a tanulóknál, amely meghozza gyümölcsét más tantárgy keretében is. Nem beszélve személyiségfejlesztő hatásáról. Itt viszont a tanítónak meg kell érezni, hol adja azt a kis segítséget, mely nélkül a gyerek abba hagyja a munkát.

Lehetne még vég nélkül sorolni a különböző eszközök különböző kombinálási és felhasználási módját. Minden tanító úgy válogat, ahogy lehetősége és egyénisége diktálja. Egyet azonban nem szabad elfelejteni. Csábító a sokféle lehetőség, széles a variációs skála, de az eszköz mindig csak eszköze és soha ne célja legyen a matematika-tanításnak.



KOVÁCS KATALIN

Budapest, Tanítóképző Intézet

Egy második osztályos matematikai óra leírása

Az utolsó évtizedben nemzetközi méretű mozgalom bontakozott ki a matematika-tanítás korszerűsítésére. A gyermekek már az általános iskola első osztályában sem csak számtant tanulnak, hanem előkészítést kapnak a matematika legfontosabb gondolataira és technikáira. Célunk, hogy a matematika olyan eszköz legyen a számukra, melyet a legkülönbözőbb körülmények között használni, alkalmazni tudnak, tudásuk aktív, alkalmazható legyen.

A korszerűsítés az óra képeinek teljes megváltoztatását kívánja. A tanulók maguk szereznek tapasztalatokat, összefüggéseket, ellenőrzik azokat, keresik magyarázatukat stb. Tehát igyekezzünk felfedeztetni velük minél többet a matematikából az egyszerű ismeretközlés és reprodukáltatás helyett. Ki többet, ki kevesebbet tud majd önállóan felfedezni, de mindenki érdeklődéssel, gondolkodva haladjon. A tanulók nagyon élvezik, ha önmaguktól jutnak el valamely probléma megoldásához, vagy valamely érdekes összefüggéshez. A sikeresen elvégzett munka öröme jelenti számukra a jutalmat.

A tanító problémákat ad, megszervezi a munkát – amelyet a tanulók eszközök segítségével önállóan oldanak meg –, ellenőriz. Az órák megtervezése során arra kell törekednünk, hogy a tanulói aktivitás kerüljön előtérbe. Azonban a tanulók matematikai képességei különbözőek, az önálló felfedezés, megértés, a felidézés, az alkalmazkodás képessége is egyéni. Ezt is figyelembe kell venni az oktatás egész folyamatában. A különbségeket eltüntetni nem tudjuk, de azt elérhetjük, hogy minden tanuló képességeihez mérten a lehető legnagyobb eredményt érje el. Senkit se sűrgessünk, de a gyorsabbakat se hagyjuk tétlenkedni.

Az önálló munkának, az önállóságnak kell átszóni az órák minden pillanatát. Az eszközökkel való munka, a feladatlapok lehetővé teszik, hogy mindenki az egész órán keresztül intenzíven dolgozzon. Az eszközöket addig veheti igénybe, amíg úgy érzi, hogy szüksége van rájuk. Annak sincs akadálya, hogy ha szükséges, ismét elővegye. Nemcsak a feladatok megoldásában van lehetőségük a tanulóknak önálló munkára, hanem a feladatok kiválasztásában, sokszor a feladat készítésében is, valamint eredményeik ellenőrzésében is.

Természetesen van az óráknak olyan része is, amikor az egész osztállyal foglalkozunk, de a nagyobb részükben egyéni, vagy csoportmunka folyik. A tanulók cso-