CZEGLÉDY ISTVÁN–DR. HAJDÚ SÁNDOR
Nyíregyháza

A tárgyi tevékenység szerepe a matematikai készségek, képességek fejlesztésében

Az általános iskolai matematikatanítás korszerűsítésének – a tartalmi változtatások mellett – legszembetűnőbb törekvése az, hogy *a tanulók ne készen kapják a matematikai ismereteket, hanem kísérletekből, tárgyi tevékenységből kiindulva, mintegy felfedezzék azokat.* Ez a törekvés pszichológiailag megalapozott, de tantárgypedagógiai vonatkozásai még nem kellően kidolgozottak, s így kedvezőtlenül befolyásolják az új tanterv célkitűzéseinek megvalósítását:

– Hiányoznak azok a feladatrendszerek, módszertani útmutatások, amelyek segítenék a tanárt abban, hogy a tárgyi tevékenységtől a „tényleges" matematikai tevékenységig eljuttassa a tanulókat. Ezért sokan úgy érzik, hogy a „játék" elveszi az időt a „tanulástól", s mivel hasznát nem látják, értelmetlennek is tartják azt.

– A „hosszú érlelés" fogalmilag nem teljesen tisztázott, ezért a pedagógiai gyakorlatban sem töltheti be optimálisan a szerepét. Nem váltak be azok a remények, amelyek hallgatólagosan azt feltételezték, hogy a „hosszú érlelés" automatikusan elvezet a fogalomrendszerek kialakulásához és megszilárdulásához, a készségek és képességek kifejlődéséhez. Éppen ellenkezőleg! A nem kellően tervezett „hossszú érlelés" sokszor ezen folyamat akadályozója.

– A tartalmi koncentrációt és fejlesztési koncepciót nélkülöző tanmenet- és óratervezés óhatatlanul azt okozza, hogy sokan áttekinthetetlennek és begyakorolhatatlannak érzik a tananyagot.

Tanulmányunkban olyan tantárgy-pszichológiai, illetve szakdidaktikai modellt kívánunk bemutatni a tanulási folyamat megszervezésére, amely segíthet a fenti gondok kiküszöbölésében.

A TÁRGYI TEVÉKENYSÉGRE ÉPÜLŐ MATEMATIKAI TEVÉKENYSÉG TANTÁRGY-PSZICHOLÓGIAI MODELLJE

Piaget kutatásai nyomán a pszichológiai kísérletek és megfigyelések egyértelműen bizonyították a következő alapelvet: *A gondolkodás tartalmát nem lehet statikus visszatükröződéseknek tekintenünk, hanem olyan aktív, értelmi műveleti sémáknak kell felfognunk, amelyek a tárgyi tevékenység során alakulnak ki, fokozatosan belsővé válnak, a tevékenység többszöri megismétlődésével generalizálódnak, differenciálódnak, működésük optimalizálódik, kifinomul, újabb és újabb tartalmakra terjed ki.*

Piaget szerint a „külső" és a „belső" tevékenység viszonya alapján különböző gondolkodási szinteket határolhatunk el. A gyerek csak akkor képes a rá jellemző szintről egy magasabb szintre emelkedni, ha az annak megfelelő gondolkodási struktúrák már fokozatosan kiépültek. Ez rendszeres műveletvégzést és az idegrendszer érését feltételezi, ezért ez a folyamat éveket vesz igénybe. Végeredményben az egyes gondolkodási szintek életkori szakaszokhoz kapcsolhatók.

Más vizsgálati eredmények viszont arra figyelmeztetnek, hogy ezeket az életkori szakaszokat nem szabad abszolútnak tekintenünk. Nehezebb problémahelyzetben a tanuló „visszaeshet" alacsonyabb gondolkodási szintre; optimális esetben viszont, már képes a „legközelebbi fejlődési zónában" is tevékenykedni. Vagyis *a matematikai tevékenységben minden korosztálynál megjelennek a különböző gondolkodási szintek*, csupán a tartalmuk más és más korosztályonként. Melyek ezek a szintek?

1. Kísérletező szakasz: A tanuló viszonylag konkrét tárgyakkal tevékenykedik a logikai rendezés és általánosítás igénye nélkül. A tevékenység eredménye bizonyos élmények, tapasztalatok felhalmozódása, elemi műveletek belsővé válásának megindulása.

2. Az indukció megjelenésének szintje: A kísérletezés során a viszonylag konkrét jelenségekhez, tárgyakhoz erősen kötődő, de már az általánosítás irányába mutató következtetéseket is képes levonni. Esetenként a konkrét tárgyakat képes általánosabb, de még materiális jellegű modellel helyettesíteni.

3. Az indukció teljessé válásának és a dedukció megjelenésének szintje: Támaszkodik a tárgyi tevékenység során nyert tapasztalatokra, de az értelmi cselekvés már megelőzi, irányítja a tevékenység egészét. A logikai rendezés teljessé, az általánosítás döntővé válik. A tevékenység tárgyait elsősorban az absztrakt elemek képezik, de ezek még a konkrét dolgok megjelenítései.

4. A dedukció szintje: A tanuló úgy is képes dolgozni a viszonylag absztrakt elemekkel, hogy már nincs szüksége a konkrét élmények felelevenítésére. Képes az egyedi problémákat az általános felől megközelíteni és megoldani, ily módon olyan fogalmakhoz, összefüggésekhez, eljárásokhoz stb. is eljuthat, amelyek már nem vezethetők le a közvetlen szemléletből, manipulációból. Ezen összefüggéseket, eljárásokat képes (életkori és képzettségi sajátosságainak megfelelő szinten) logikailag igazolni.

AZ EGÉSZ SZÁMOK TANÍTÁSÁNAK SZAKDIDAKTIKAI MODELLJE

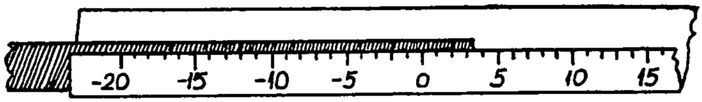
Ebben a részben nem új eljárásokat kívánunk bemutatni, hanem a már alkalmazott, gyakorlatilag bevált „fogásokat" akarjuk szembesíteni a fenti pszichológiai modellel, azaz e pszichológiai elveket fogjuk adaptálni az egész számok tanulásának folyamatára. Ennek a hosszú folyamatnak néhány csomópontját kívánjuk érzékeltetni a pszichológiai modell tükrében. A cikk keretei nem teszik lehetővé, hogy a kérdéses tananyag tartalmát teljesen átfogjuk, példáink elsősorban a didaktikai mozzanatokat szemléltetik.

1. A megalapozás, az előkészítés szakasza

Ebben a szakaszban a tanulók többféle „eszközzel" kísérleteket hajtanak végre egyénenként, vagy tanulópáronként. Amíg a modell ismeretlen számukra, addig a tanár demonstrációját követik. A kísérlet eredményeit rajzban, írásban regisztrálják.

a) feladatsorozat: Kísérletezés a hőmérőmodellel

A gyerekek A/3-as formátumú rajzlapból elkészítik az 1. ábrán látható hőmérőmodellt. A higanyszálat színes kartoncsík helyettesíti:



1. ábra

Utasítások, kérdések:

- Mutasson a hőmérő +5 fokot, -7 fokot, 0 fokot stb.
- A hőmérő +3 fokot mutatott. +2, +9 fokkal nőtt a hőmérséklet. Mennyit mutat ezekben az esetekben a hőmérő?
- A hőmérő -6 fokot mutatott. +4, +6, +10, 0 fokkal nőtt a hőmérséklet. Mennyit mutat így a hőmérő?
- A hőmérő +10 fokot mutat. Csökkenjen a hőmérséklet 0, +6, +10, +20 fokkal. Mit mutat ekkor a hőmérő?
- A hőmérő -3 fokot mutat. Hogyan kell változnia a hőmérsékletnek ahhoz, hogy 0, -8, +10 fokot mutasson a hőmérő?

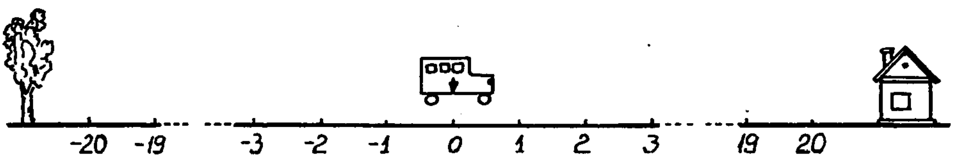
b) feladatsorozat: Kísérletezés a „kisautó" modellel

Színes kartonból kisautót vágunk ki, amelyik rajzlapból kivágott 10×40 cm-es csikra rajzolt számegyenes mentén mozog. A tanulók a kisautók mozgását a füzetükben színes nyilakkal ábrázolják számegyenes mentén. Mégpedig, ha a kisautó a ház felé néz, azt piros, ha a fa felé, azt zöld nyíl jelzi. A nyíl iránya azonos az elmozdulás irányával.

Utasítások, kérdések:

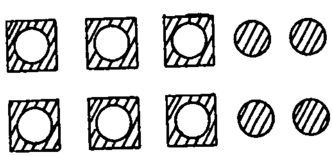
Hová jut a kisautó, ha a 0-tól indul...

- a ház felé néz, és előrehalad 5, majd 6 egységet?
- a ház felé néz, előrehalad 8 egységet, majd tolat 8 egységet?
- a ház felé néz, előrehalad 6 egységet, majd tolat 9 egységet?
- a ház felé néz, előrehalad 6 egységet, majd a fa felé fordul, és ismét előrehalad 10 egységet?
- a fa felé néz és tolat 5 egységet?
- a fa felé néz, előrehalad 7 egységet, majd tolat 8 egységet?
- a ház felé néz és 3–3 egységet halad előre 4-szer egymás után?
- a ház felé néz és 2–2 egységet tolat 5-ször egymás után?
- a fa felé néz és 3–3 egységet tolat 4-szer egymás után?



2. ábra

c) feladatsorozat: Kísérletezés a „lyuk-korong" modellel



3. ábra

Az eszközzel való megismerkedés során a tanulókkal elfogadtatjuk, hogy a korong +1-et, a lyuk -1-et, a lyukra helyezett korong nullát jelenít meg.

Néhány kérdés a feladatrendszerből:

- Rakd ki a +3-at, 0-t, -5-öt többféleképp!
- Adj 3 koronghoz 5 lyukat; végy el 2 lyukból 3 korongot; végy el 3 lyukból 5 lyukat! Mit kapsz eredményül?
- Tégy az asztalra 4 korongot háromszor egymás után! Végy el az asztalról 5 lyukat 4-szer egymás után! (Kiindulásul elegendő „nulla" áll rendelkezésre.) Mit kapsz eredményül?

d) feladatsorozat: Kísérletezés az adósságcédula-készpénz modellel: (Lásd 5. osztályos tankönyv 11–23. lapja.)

A gyerek az előzőekhez hasonló feladatsorozatokban tevékenykedik az eszközzel, az eredményeket rajzban rögzíti.

Ezt a tanulási szakaszt tekinthetjük a hosszú érlelés első fázisának. Itt a matematikai tartalom általában még globálisan, komplex módon jelentkezik. Minél tovább tart ez a szakasz és minél többféle modellel ismerkedik meg a tanuló, annál valószínűbb, hogy a mechanikus tanulás helyett az értelmes tanulás kerül előtérbe.

2. *A tapasztalatok, a sejtések összegyűjtése, megfogalmazása*

A hosszú előkészítés után viszonylag rövidebb tanulási szakasz következik, amelynek elsődleges didaktikai célja a korábbi tapasztalatok tudatosítása. Továbbra is a megismert eszközökkel dolgoznak, de ezeket kapcsolatba hozzák egymással, illetve újabb (általánosabban használható) eszközökkel. Olyan kérdéseket, feladatokat adunk, amelyekkel a különböző modellekben rejlő azonos matematikai tartalmat kidomboríthatjuk. A tanulók tapasztalatait, sejtéseit szóban, írásban, rajzban megfogalmaztatjuk, matematikai jelekkel rögzíttetjük. Kívánatos a heterogén csoportmunka alkalmazása, mert az biztosítja a kollektív viszonyból származó speciális többletet: a gondolkodási műveletek összekapcsolódásának legkülönbözőbb variációit, az ötletek szabad áramlását, egymás gondolatmenetének követését, saját gondolat megfogalmazását stb.

a) Feladatsorozat: (heterogén csoportmunkához, 4–5 fős csoportokkal). A csoportvezető ossza el a munkát! Végezzétek el eszközzel, írjátok le a matematika nyelvén, ábrázoljátok számegyenesen nyilakkal!

- Jóska vagyona 5 Ft, amely készpénzből és adósságcédulából áll. Édesapja átvesz tőle 7 adósságcédulát. Mennyi vagyona lesz így Jóskának?
- A kisautó a 0-ról indult, 5 egységet ment előre a ház felé, majd megfordult és tolatott 7 egységet. Hova jutott?
- Rakj az asztalra korongokat és lyukakat úgy, hogy elvégezhesd! Végy el 5 korongból 7 lyukat! Mennyi marad?

Hasonlítsátok össze az eredményeket! Ellenőrizzétek megoldásotokat számolóléccel!

b) Feladatsorozat: (Egy-egy típusra 4–4 feladatot adunk, amelyekben az eszközök és a számok különböznek. A csoportvezető osztja szét a munkát.)

Írjátok le a matematika nyelvén, hasonlítsátok össze az összekapcsolt feladatok eredményeit! Ábrázoljátok számegyenesen nyilakkal! A kisautó a 0-ról indul,

- a ház felé néz, 8 egységet megy előre, majd 3 egységet megy előre. Hová jut?
- a ház felé néz, 8 egységet megy előre, a fa felé fordul, majd 3 egységet tolat. Hová jut?
- Jóska vagyona 10 Ft volt. Ekkor apja átvállalta 5 adósságcéduláját. Mennyi a vagyona most?
- Pista vagyona 10 Ft volt. Ekkor még kapott 5 Ft-ot. Mennyi a vagyona most?

Mi a közös a feladatokban? Sejtéseteket fogalmazzátok meg!

c) Feladatsorozat:

– Végezzétek el különböző eszközökkel, (a csoport minden tagja más eszközzel dolgozzon) az alábbi műveleteket. Hasonlítsátok össze a végeredményeket!

$+5 + -3 =$; $-3 + +5 =$;
$+5 + +8 =$; $+8 + +5 =$;
$-11 + -8 =$; $-8 + -11 =$.

Beszéljétek meg tapasztalataitokat!

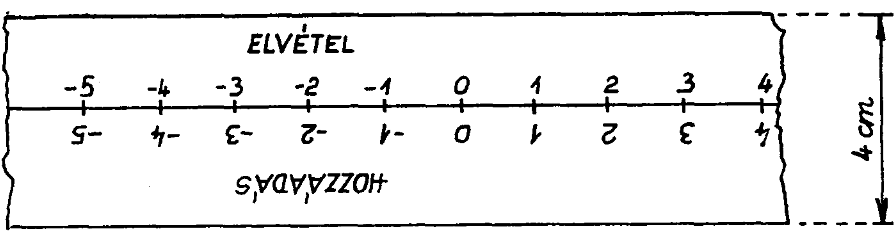
– Cseréljetek eszközt!

$+5 - +8 =$; $+8 - +5 =$;
$+5 - -3 =$; $-3 - +5 =$;
$-8 - -4 =$; $-4 - -8 =$.

Beszéljétek meg tapasztalataitokat! Cseréljetek eszközt!

A csoportmunkában szerzett tapasztalatokat – minden csoport bevonásával – dolgozzuk fel frontális munkában is! Ezáltal a sejtéseket tudatosítjuk, és induktív úton, konkrét esetekhez kapcsolódva „igazoltatjuk".

Megjegyezzük, hogy a számolóléc a hőmérő modelljéből alakítható át úgy, hogy a hőmérő színes nyelvét az ábrán látható skálázott nyelvvel helyettesítjük.



4. ábra

Ebben a szakaszban – mint ezek a feladatsorozatok is mutatják – már az előző globális megközelítésen túllépve, elkülönülten is jelentkeznek az egyes matematikai fogalmak, összefüggések, eljárások.

3. A tapasztalatok általánosításának és logikai rendezésének szakasza

Az ismeretelsajátítási folyamat előző fázisaiban a gyerekek képzettsége várhatóan egyenlőtlenül fejlődik, ezért erősen differenciálódik. Így a tanulók különböző időben és különböző szinten lépnek be ebbe a szakaszba. Előtérbe kell, hogy kerüljön a differenciáltan tervezett egyéni munka, vagy a homogén csoportmunka. (A csoportokat közel azonos képességű, képzettségű tanulók alkotják.) Olyan feladatrendszereket kell terveznünk, amelyek a tanulókat fokozatosan elszakítják az eszközök használatától, és általánosításra, absztrahálásra késztetik őket.

A felfedeztető tanulási folyamatban a tanulók már eljutnak egyszerűbb tételek, összefüggések kimondásához, és – az eddigi ismeretrendszerük szintjének megfelelő – logikai igazolásához. Ám *semmiképpen sem lehet az a célunk, hogy a tanulók a megtanult szabály alapján végezzék el a matematikai műveleteket, hanem éppen fordítva, a matematikai eljárások „felfedezése" és belsővé válása alapján legyenek képesek megfogalmazni a szabályokat. Hasonlóképpen, a fogalmak definícióit is már a fogalom kialakulása után önállóan fogalmazzák meg a tanulók.*

a) Feladatsorozat:

(Egyéni munkára tervezett, fokozatosan nehezedő feladatokból álló feladatsorozat.) Próbáld meg eszköz nélkül megoldani! (Ha sikerül, használhatsz eszközt.) Készíts rajzot!

- A kisautó a ház felé néz, előrehalad 8 egységet, majd a fa felé fordul, és tolat 15 egységet. Hová jut? Írd le a matematika nyelvén!
- Fejezd be a mondatot!
  $+8$-ból -15-öt elvéve ugyanazt az eredményt kapjuk, mint ha...
- Borinak 423 Ft vagyona van, amely készpénzből és adósságcédulákból áll. Mikor lesz nagyobb vagyona, ha édesapja átvállalja 128 Ft adósságát, vagy ha kap édesapjától 128 Ft készpénzt? Mennyi lesz így a vagyona? Írd le a matematika nyelvén is!
- Írd be a $\square$-be a hiányzó műveleti, illetve előjeleket, add meg az eredményt!

$$+18 - -9 = +18 \square +9 =$$
$$-9 - -36 = -9 \square +36 =$$
$$-8 - -17 = \square 8 + \square 17 =$$
$$+258 - -642 = +258 \square +642 =$$
$$-359 - -418 = -359 \square +418 =$$
$$+89 - -56 = \square 89 + \square 56 =$$

- Fejezd be a mondatot!
  Negatív szám kivonását elvégezhetjük úgy is, hogy...
- A kis $\square$-ekbe írj előjeleket úgy, hogy mindig igaz legyen az állítás! Hányféle megoldást találsz!

$$+a + \square b = +a - \square b$$

A műveleti algoritmusok egyéb mozzanataira is tervezhetők hasonló feladatsorozatok.

b) Feladatsorozat:

(A kialakult fogalmakat, eljárásokat az általánosság szintjén alkalmazó, de a szemlélethez jól kapcsolódó feladatok – belső és külső koncentráció.)

- Időszámításunk kezdete után, 36-ban 65. születésnapját ünnepli egy ember. Mikor született? (Vigyázat! 0. év nincs.)
- Egy tengerből kiálló hegy legmagasabb pontja 4531 m-re van a tengerszinttől. A hegy teljes magassága (a hegy lábától a hegy csúcsáig) 5682 m. Mekkora a hegy lábának a tengerszinttől mért magassága?

Ezen a szinten válik igazán lehetővé s egyben szükségessé a már kiépült matematikai ismeretrendszerek (Pl.: összeg, különbség, szorzat, hányados változásai; a nyitott mondatok; a függvények stb.) bevonása a tanulási folyamatba. Ez egyben azt is eredményezi, hogy a tanuló deduktív úton képes magyarázatot találni bizonyos matematikai összefüggésekre, jelenségekre.

Ilyen tárgyalásmóddal találkozunk a 6. osztályos tankönyv Műveletek az egész számokkal című fejezetében.

4. *Az ismeretrendszer kiépülésének és működőképessé válásának szintje*

Az előző fázis feladatainak megoldása során a tanuló egyre több területen jut el az általánosságig; új ismereteit mindinkább képes rendszerezni, azaz logikailag kapcsolni egymáshoz, illetve a korábban kialakult ismeretrendszerekhez. Ha a tanuló tevékenységét döntően ez jellemzi, akkor mondhatjuk, hogy eljutott a tanulási folyamat befejező szintjére. De ezen a szinten folyó tanulás ezzel a mozzanattal csak elkezdődött. *A 4. szinten is folytatnunk kell a „hosszú érlelést": bővítenünk kell az ismeretrendszert, meg kell szilárdítanunk a fogalmakat, ki kell alakítanunk a készségeket, és ezeket be kell építenünk a meglevő képességekbe, új képességeket kell kifejlesztenünk.* A kialakult fogalmakkal úgy képes manipulálni a tanuló, mint korábban a konkrét tárgyakkal, eszközökkel. Így ez a fázis egyúttal egy vagy több újabb, magasabbrendű általánosítási folyamat 1. fázisának is tekinthető.

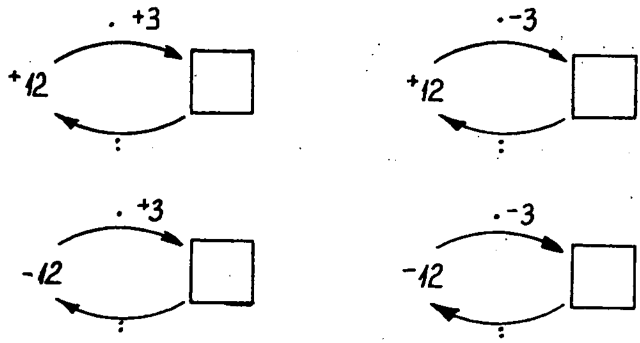
Pl.: az előző tanulási folyamatban az egészek – „végtermékként” – mint gondolati absztrakciók jelentkeztek. Ezen a szinten már konkrét elemekként jelennek meg a tanuló tudatában, és ezekkel manipulálva általánosabb algebrai összefüggésekhez juthat el egy következő tanulási folyamatban.

a) Feladatsorozat: A szerzett ismeretek logikai rendezése.

- Döntsd el, melyik állítás igaz, melyik hamis!
  Írj példákat is!
- Két negatív szám közül az a nagyobb, amelyik abszolút értéke kisebb ... Pl.: ...
- Két egész szám összege sohasem lehet nulla. ... Pl.: ...
- Találhatnak két olyan negatív számot, amelynek összege pozitív ... Pl.: ...
- Pozitív számok különbsége mindig pozitív. .... Pl.: ....

b) Feladatsorozat: (Új ismeretek integrálása.)

- Írd a keretekbe a megfelelő számokat!



- Töltsd ki a táblázatot, ha tudod, hogy a×b = c (Ha szorzatok megegyeznek, a két oszlopot különböző módon töltsd ki!)

a	$^+2$	$^+4$	$^-5$		$^-3$			
b	$^+5$	$^-4$	$^-4$	$^+3$				
c				$^+6$	$^+6$	$^+8$	$^-8$	$^-8$

- Ha $+54 \times b = c$, akkor b = ...
  Ha $-17 \times b = c$, akkor b = ...
- Ha $a \times b = c$, akkor fejezd ki ‚b’-t ‚a’ és ‚c’ segítségével.
- A „pozitív”, „negatív”, „nulla” szavak közül a megfelelőt írd be a táblázat üres helyeire, hogy igaz állítást kapj!

	a	b	c
	a = ...	b = ...	c = a×b
1.	pozitív	pozitív	....
2.	negatív	....	pozitív
3.	....	negatív	....
4.	....	....	negatív
5.	....	....	pozitív
6.	nulla	....	pozitív

Az egész számok osztásának szabályait a feladatsorozat megoldása után frontális munka keretében fogalmazzák meg a tanulók, a megfogalmazott összefüggéseket indokolják.

c) Feladatok:

(A tanulók megszerzett ismereteket általánosítják a racionális számkörre, és alkalmazzák más ismeretrendszerekben.)

– $^{-}\left(\frac{5}{6}\right) + {}^{-}\left(\frac{3}{4}\right) = \ldots$; $^{-}\left(\frac{6}{5}\right) \cdot {}^{-}\left(\frac{15}{4}\right) = \ldots$; stb.

– Ábrázold számegyenesen az alábbi nyitott mondat igazsághalmazát, ha az alaphalmaz
  a) a természetes számok halmaza
  b) az egész számok halmaza
  c) a számegyenes pontjainak halmaza.
  $3 < 5 + \quad < 8$

– Hányféleképpen zárójelezheted?
  Számítsd ki minden esetben az eredményt is!
  $^{+}53 - {}^{-}17 - {}^{+}42 - {}^{-}26 =$

– A tíz tagból álló sorozat három eleme ismert. Add meg a sorozat többi elemét!
  Szabály: A harmadik elemtől kezdve a soron következő elem az előző két elem összegénél 5-tel több.
  ...; ...; ...; ...; 5; 10; 20; ...; ....
  Fogalmazz meg más szabályokat is, és ezek segítségével is határozd meg a hiányzó elemeket!

Mint a feladatokból kiderül, nem direkt módon „sulykoltatjuk be" az egész számokkal való műveleteket, hanem a felfedeztető tanulás során problémaszituációkban, a legkülönbözőbb matematikai és nem matematikai tartalomhoz kapcsolva alkalmazhatjuk azokat. Így a *készségek kialakulása és a gondolkodásra nevelés nem egymással szemben álló, hanem éppen egymástól elválaszthatatlan, egymást segítő feladatként jelentkezik.* A különböző matematikai tartalmak koncentrálásával pedig elérhetjük, hogy egy-egy feladatsorozattal egyidejűleg a legkülönbözőbb didaktikai feladatokat oldhatjuk meg. Ily módon a tanulási folyamat hatékonyabb lesz, ezáltal a tantervi célkitűzések reálisabbnak tűnnek, elérhetőbbekké válnak.

Mivel magyarázhatjuk a bemutatott didaktikai modell hatékonyságát? Ha a matematikai ismereteket, a képzettségi szintjüknél magasabb rendű fogalmakat készen tálaljuk a tanulóknak, magyarázatainkhoz nem képesek érdemben kapcsolódni, ezért kényszermegoldásként a szabályok bevésésére törekszenek, és alkalmazásukra csak úgy képesek, hogy először felidézik azokat. Így tevékenységük nemcsak nehézkes és bizonytalan lesz, hanem merev, csak szűk körben alkalmazható. Új területeken új szabályokra van szükségük.

Ha a tanuló a pillanatnyi fejlettségi szintjének megfelelő feladatok feldolgozásával önállóan jut el az ismeretekhez, akkor ezek az ismeretek az értelmi műveletekkel dinamikus egységet alkotnak, rendszerré szerveződnek, ezért beépülésük sokkal könnyebb és szilárdabb, az ismeretrendszerből a gondolkodási műveletek segítségével bármikor rekonstruálhatók, a szabályok mechanikus felidézése nélkül alkalmazhatók. Ez nemcsak azt eredményezi, hogy a tanuló sokkal nagyobb valószínűséggel jut el a begyakorlottság szintjére, hanem azt is, hogy ismereteit lényegesen szélesebb körben a matematika legkülönbözőbb ágaiban képes alkotó módon alkalmazni.

JAVASOLT IRODALOM

1. *Czeglédy István–Dr. Hajdu Sándor:* Az oktatási-képzési folyamat tervezése. A Matematika tanítása, 1982/5.
2. *Czeglédy István–Dr. Hajdu Sándor–Kovács Csongorné–Sztrókayné Földvári Vera:* Matematikai feladatrendszerek. Általános iskola 5. osztály. OPI, 1983.
3. *Dienes Zoltán:* Az absztrakcióról és az általánosításról. Magyar Pszichológiai Szemle, 1961. 318–329. lap.
4. *Dr. Hajdu Sándor:* Az értelmi cselekvés elemzésének egy modellje a matematikaoktatásban. A Matematika Tanítása, 1982/3.
5. *Szederkényi Antalné–Tüske Magdolna:* A racionális számok kivonásának tanításáról. Módszertani Közlemények, 1981/3.