Beszélgetést kezdeményezhetünk arról, hogy ki mivel szeretne foglalkozni felnőtt korában, és rámutatunk arra, hogy minden foglalkozásra egyformán szükség van. A foglalkozások, valamint a rájuk jellemző szerszámok nevének elsajátításához célszerű gyermekkártyát alkalmazni. A csoport egyik fele különböző szakmákat ábrázoló kártyát kap, a másik fele pedig szerszámok képét. Egymás kártyáját nem láthatják a tanulók. A feladat az, hogy kérdés-felelet alapján mindenki találja meg a párját, vagyis azt, hogy melyik szerszám milyen foglalkozáshoz illik.

Az egész vers megtanulása után a tanulók dramatizálhatják azt. Majd minden versrészletet illusztráló képet megszámozunk. A gyerekek dobókockával dobnak. Ha pl.: 4-est dobnak, akkor a 4-es képhez tartozó szöveget kell elmondaniuk. Aki megakad, kiesik a játékból. Az nyer, aki bármilyen számmal ellátott képhez el tudta mondani a verset.

Az üzletek és a foglalkozások nevét a következőképpen gyakoroltathatjuk: Kijelölünk egy gyereket, aki boltok, szolgáltató helyek képét tartja a kezében. A többi tanuló egymás után odamegy hozzá, és ő megmutatja az egyik képet, és felteszi a kérdést:

— Куда идут дети? — Дети в ателье.
— Кто работает в ателье? — Портной.

Az nyer, aki minél több helyre el tudja vezetni társait.

Mai oktatási rendszerünk a gondolkodva tanulásra helyezi a hangsúlyt, így az utóbbi időben meglehetősen lecsökkent a kívülről megtanulandó tananyag mennyisége. Az unalmas magolást senki sem sírja vissza, azt hiszem azonban, a különböző nyelvtani szerkezetek, szókapcsolatok automatizálásának legcélravezetőbb módja a verstanulás. Amennyiben a fent leírt játékos formában próbáljuk elsajátíttatni a szebbnél szebb, a gyermek világához közel álló verseket, nem lesz gyötrődés a memorizálás, ugyanakkor hosszú időre rögződnek olyan nyelvi fordulatok, melyeket gondolkodva csak nehézkesen tud kikövetkeztetni a nyelvet tanuló.

IRODALOM

1. Az általános iskolai nevelés és oktatás terve. Orosz nyelv, 4–8. osztály, 1978. 3–5. p.
2. Szergej Mihalkov: Sto u vasz?, Russzkij jazik, 1981.

DR. KISS SÁNDOR
Nyíregyháza

A matematikai tehetség egyik jele: a gondolkodás eredetisége

Az utóbbi években újra a közoktatás és a társadalmi érdeklődés középpontjába került a tehetségek kiválasztásának és fejlesztésének kérdésköre. Maga a tehetség fogalma történelmileg változó. E század elején még a magas fokú intelligenciával (IQ≧140), később a kreativitással azonosították. Ma már sokan a kérdéskört a maga komplexitásában vizsgálják, azaz, a személyiség általános megnyilvánulásaként, amelynek alapját a képességek adják. A tehetség szintjét a személyiség teljesítményeinek minőségi és mennyiségi mutatói jelzik, de fontos szerepet játszanak a személyiség irányultsága, akarati tulajdonságai is. Ennek megfelelően a tehetségdefiníciók többsége teljesítménycentrikus, mert a tehetség meglétére, annak szintjére csakis a teljesítményekből tudunk következtetni.

A modern tehetségelméletek mindegyike fontosnak tartja a személyiség kreatív tulajdonságait: Ilyenek pl.: gondolkodásbeli könnyedség, hajlékonyság, adott információk alapján történő rendszeralkotó képesség, a problémák át- és újrafogalmazásának képessége, a szokatlan porblémák iránti érzékenység, a gondolkodásbeli eredetiség.

Írásomban csak ez utóbbival kívánok foglalkozni. Ez irányú tapasztalataimat szakkörös tanítványaim önálló feladatmegoldásaival szemléltetem. A közölt megoldások gondos elemzése során a többi fent említett személyiségjegy bizonyos szintű meglétére is lehet következtetni.

Az originalitás azt a készséget jelenti, amellyel dolgokat másként látunk, mint az emberek többsége. Ezt a faktort a ritka válaszokkal, az eredeti ötletekkel, távoli asszociációkkal, az „okossággal" tudjuk mérni. Megítélésem szerint, ezt a tényezőt legnehezebb fejleszteni a matematikai tehetséggondozás során. Ennek oka az lehet, hogy az originalitás elsősorban spontán alakul ki, s fejlődik a tanuló tudáskészletével együtt.

Az alábbiakban közölt megoldásokban szereplő „eredeti" ötletek természetesen a 13–14 évesek szintjén értendők. A gyerekek önmaguk, korosztályuk eddigi teljesítményeihez képest hoztak létre itt valami újat, s nem az emberiség eddigi ismeretanyagához viszonyítva.

Három 8. osztályos tantíványomtól ismertetek 1–1 megoldást. A gyerekek 2 éve tagjai a Nyíregyházi Megyei és Városi Művelődési Központ matematika szakkörének, amely a város legjobb matematikus diákjainak gyűjtőhelye, magas szinten biztosítja a matematikai tehetséggondozást. Többször jutottak már valamilyen úttörő matematika versenyen országos döntőbe, s értek el szép helyezéseket, többek között mindegyikük 1–1 alkalommal első lett. Hetedikes koruk óta a Középiskolai Matematikai Lapok feladatmegoldói közé tartoznak. Nyolcadikos korukban mindhárman bejutottak a gimnazisták Arany Dániel matematikai versenyének döntőjébe. A fentiekből bizonyára kitűnik, hogy korosztályukat messze megelőző tudással, gondolkodással rendelkeznek.

1. feladat: Igazoljuk, hogy $(n-6)/24$ és $(n-5)/15$ nem lehetnek egyidejűleg egész számok, ha n egész szám!

Ehhez hasonló feladat szerepelt az 1985. évi egyetemi felvételin (első napi írásbeli, 7. feladat, *a)* része).

A feladatra algebrai megoldást „szoktak" adni. Feltételezzük, hogy az állítás hamis, azaz, mindkettő lehet egyidejűleg egész szám. Legyen az első értéke a, a második b. Ekkor $n=24a+6$, illetve $n=15b+5$, azaz, $24a+6=15b+5$, rendezve: $24a-15b=-1$. Itt a baloldal osztható 3-mal, a jobb oldal pedig nem, így az egyenlőség az egész számok halmazában nem állhat fenn.

Tornyi Lajos, aki a KÖMAL egyik legeredményesebb feladatmegoldója, a következő megoldást adta: Ha mindkét kifejezés egyidejűleg egész szám, akkor mindkét számláló osztható 3-mal, mert a nevezők is oszthatók. A két számláló azonban két egymást követő egész szám, így közülük legfeljebb az egyik osztható 3-mal. Ezzel igazoltuk a feladat állítását.

Látható, hogy a tanuló egy „apró" részletet ragad meg, amit csak kevesen vesznek észre. A megoldásból kitűnik az indirekt bizonyítás ismerete, a magas szintű formális műveleti gondolkodás. A gyerek jelenlegi tudása közel azonos egy átlagos érettségiző diák ismeretanyagával.

2. *feladat:* Hány olyan, legfeljebb hatjegyű szám van a természetes számok halmazában, amely tartalmazza az 1-es számjegyet?

A feladatot egy Arany Dániel-próbaversenyen tűztem ki, 7 másik feladattal együtt, s 4 óra munkaidőt biztosítottam. 1960-ban OKTV-n szerepelt a feladat (lásd: Molnár Emil (1980) 218. feladat). Az említett könyv két megoldást tartalmaz. Mándi Tibor egy harmadik megoldást adott, csak ezt ismertetem.

„Számoljuk össze aszerint az 1-es jegyet tartalmazó számokat, hogy hány 1-es fordul elő bennük. A többi számjegy helyén mindig 9-féle (0–9, az 1-es kivételével) számjegy fordulhat elő.

1. pontosan 1 db 1-es: 6 helyen lehetnek, 5 másik jegy, össz.: $6 \cdot 9^5$ db.
2. pontosan 2 db 1-es: 15 helyen lehetnek, 4 másik jegy, össz.: $15 \cdot 9^4$.
3. pontosan 3 db 1-es: 20* helyen lehetnek, 3 másik jegy, össz.: $20 \cdot 9^3$.
4. pontosan 4 db 1-es: 15 helyen lehetnek, 2 másik jegy, össz.: $15 \cdot 9^2$.
5. pontosan 5 db 1-es: 6 helyen lehetnek, 1 másik jegy, össz.: $6 \cdot 9^1$ db.
6. pontosan 6 db 1-es: 1 helyen lehetnek, 0 másik jegy, össz.: $1 \cdot 9^0$ db.”

Ezután összegezte a tanuló a lehetőségeket, s megválaszolta feladatot. A *-gal jelzett helyen számolási hibát vétett. Tudni kell, hogy a gyerek ekkor még nem ismerte a binomiális együtthatókat, így a kombinációkat nem ezzel számolta ki, hanem konkrétan megadta az 1-es elhelyezéseinek lehetőségeit. A jó elgondolás mellett ki kell még emelnünk a gyerek rendszeralkotó, rendszerkimunkáló képességét (elaboráció).

3. *feladat:* Egy sakkversenyen két hetedik osztályos és néhány nyolcadik osztályos tanuló vett részt. Minden résztvevő mindenkivel egy mérkőzést játszott. A két hetedik osztályos együtt szerzett 8 pontot, a nyolcadik osztályosok pedig mindnyájan egyenlő számú pontot szereztek (a versenyen résztvevők 1 pontot kapnak, ha megnyerik a játszmájukat, és 1/2 pontot, ha döntetlen játszmát játszanak). Hány nyolcadik osztályos vett részt a versenyen?

A feladatot szintén Arany Dániel-próbaversenyen tűztem ki. A forrás: Skljarszkij–Csencov–Jaglom: Válogatott feladatok és tételek az elemi matematika köréből. I. kötet, 125. feladat.

Medve Zsolt a következő szellemes és eredeti ötletekben bővelkedő megoldást adta, amelynek lényegi részét szó szerint idézem: „két hetedikes és x nyolcadik osztályos tanuló versenyzik, összesen $(x^2+3x+2)/2$ partit játszanak, tehát ennyi pont kerül kiosztásra. Minden $x+1$ játszmát játszik (önmagával nem) a két hetedikes $2x+2-1=2x+1$ játszmát játszik (magukkal játszottat csak egyszer kell számolni) ebből 8 pontot szereztek, a fennmaradó $(x^2+3x-14)/2$ pontot a nyolcadikosok szerezték. $(x^2-x)/2$ meccs alatt x tanuló tehát $(x^2+3x-14)/:x=x+3/2-7/x$, vagyis $(x+3)/2-7/x$ pontot szerzett különkülön minden versenyző, de ennek oszthatónak kell lennie 1/2-del, mivel a pontot így kapjuk. $x+3/2$ biztosan osztható 0,5-del, $7/x$-nek is oszthatónak kell lenni vele. Ez csak $x=7$ vagy $x=14$ esetén lehet, vagyis, ha 7 vagy 14 8. osztályos gyerek versenyzett. . . .” Ezután a tanuló ellenőrzi a megoldást, kizárja a hamis értéket és megválaszolja a feladatot. A szövegezés talán kissé nehézkes, de így is szép teljesítmény versenyen egy általános iskolástól. Kisebb hiba is van a megoldásban, mert az $x=1$ és $x=2$, mint triviálisan kizárható eseteket nem említi.

IRODALOM

1. Harsányi (1981): A tehetségfelismerés és tehetséggondozás mai feladatai. (Somogy megyei PTI) Kaposvár. 31. l.
2. Landau (1974): A kreativitás pszichológiája. Tk. ,Bp. 154. l.
3. Molnár (1980): Matematikai versenyfeladatok gyűjteménye. Tk., Bp.
4. Skljarszkij–Csencov–Jaglom: Válogatott feladatok és tételek az elemi matematika köréből. Aritmetika és algebra c. kötet. Tk., Bp.