KUNSTÁR JÁNOSNÉ DR.
Szeged

Összefüggés a matematika témakörei között

Az általános iskolai nevelés és oktatás terve írja: „A matematikatanítás célja...: alkalmazásra képes, korszerű matematikai műveltség nyújtása, ... Váljanak képessé a tanulók arra, hogy felismerjék, milyen esetekben, hogyan lehet és érdemes alkalmazni a matematika ... fogalomrendszerét...

A fenti célok megvalósítása érdekében a matematikatanítás *feladata* a tanulók fejlesztése a következő területeken:

– ...

– Megértés: összefüggések felismerése; megkülönböztetés; általánosítások megértése; gondolatmenet követése; átfogalmazás;

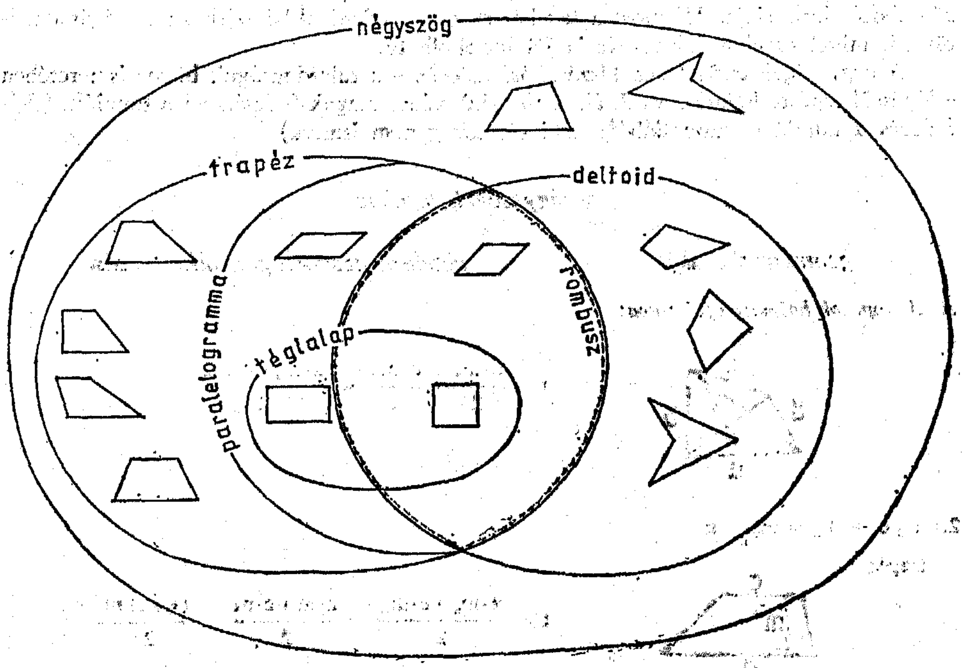
– ...

– ...

– Motiváltság: a matematika egészének és egy-egy részének értékelése, az iránta való érdeklődés és vonzódás ... a matematika belső értékei alapján (harmónia, igazság, szépség) ..."

A tantervből azokat a részleteket emeltem ki, amelyek lehetséges gyakorlati megvalósítását egy konkrét *példán mutatom be.*

Az általános elvekről a tanterven kívül is több helyen olvashattunk, előadásokon, konzultációkon, továbbképzéseken hallhattunk már. Tapasztalatom szerint, a tantervi elveknek a gyakorlati életben való megvalósításának megmutatása mindenkor hasznos ahhoz, hogy még érthetőbbé, más esetekre is alkalmazhatóbbá váljanak az alapelvek.



1. ábra

Válasszuk példának a négyszög területének kiszámítását! Ez már jól ismert a hagyományos anyagból is. Most az előbbi tantervi kiemeléseket szem előtt tartva, vizsgáljuk azok érvényesülését!

A matematika korszerűsítésének elgondolásait valósítjuk most meg, amikor az általánostól haladunk a speciális felé! Tegyünk a négyszögre egy kikötést: pl. legyen két oldala párhuzamos, így jutunk el a trapézhoz. Most egy újabb kikötés a kapott trapézra, pl. legyen a másik két oldal is párhuzamos, így jutunk el a paralelogrammához. Így folytatva tovább, végül a négyzetet kapjuk meg.

A területszámítást előkészíti a négyszögek tulajdonságainak megismertetése. A megértést segíti az összefüggések felismertetése. Az egyező, illetve különböző tulajdonságok kiemelésével válhat érthetővé, melyek a tanítandó anyag lényeges jegyei (amely közös mindegyikben), és mely tulajdonságok változtatása nem befolyásolja a lényeget. E tulajdonságok változtatása sorozatán át juthatunk el a speciális esetekhez. Osztályozzuk a négyszögeket Venn-diagramon! (1. ábra)

Az osztályozáshoz felhasználtuk (a matematika korszerűsítésével megismert új témakörök közül) a halmazokról tanultakat. Az egyes négyszögek tulajdonságainak felsorolásánál segítenek a tanult alapvető logikai ismeretek is. Pl. Van két párhuzamos oldala: trapézok. Nincs két párhuzamos oldala: nem trapézok. Itt nem mondható, hogy deltoidok, mert nem minden négyszög deltoid, amelyiknek nincs két párhuzamos oldala. Ellenpélda: a nem trapéz és nem deltoidok halmaza. A tulajdonságok felsorolásánál bőven van lehetőség az átfogalmazásokra. Használjuk ki ezeket!

Egy részhalmazba tartozó újabb elem berajzolásával felsorolhatók a tulajdonságai (akkor is, ha a neve még nem ismert) és fordítva: tulajdonságok felsorolásával elhelyezhetők a négyszögek a megfelelő részhalmazban. Kapjon hangsúlyt a szükséges és elégséges feltétel alkalmazása! Vizsgáljuk meg, hogy az elégséges feltétel teljesülése alapján, hogyan következnek belőle a többi tulajdonságok! Jó példa lehet a paralelogrammák különböző definíciója. Mi most a két-két szemben fekvő oldal párhuzamosságát emeltük ki, mivel ezzel az elnevezés is jól indokolható.

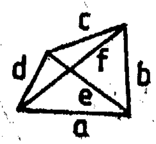
A négyszögek területének kiszámítási módját – a tulajdonságok biztos ismeretében – lépésről lépésre haladva (a 2. ábra alapján) szinte maguk fedezik fel a tanulók. (Felfedezés a tanuló szempontjából: neki új, eddig nem ismert.)

A négyszögek területe

geometriai alakja	*algebrai azonosságok alkalmazása*

A A trapézok halmazán folytatva:

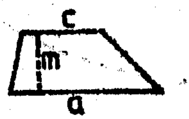
1.



$$t=\frac{a\cdot m_a}{2}+\frac{c\cdot m_c}{2}=\frac{a\cdot m_a+c\cdot m_c}{2}$$

2. $a \parallel c \rightarrow m_a = m_c = m$

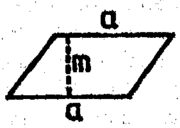
trapéz



$$t=\frac{a\cdot m_a+c\cdot m_c}{2}=\frac{a\cdot m+c\cdot m}{2}=\frac{(a+c)\,m}{2}$$

3. $c = a$

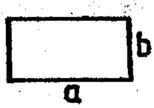
paralelogramma



$$t = \frac{(a+c)\,m}{2} = \frac{(a+a)\,m}{2} = \frac{2a \cdot m}{2} = a \cdot m$$

4. $m = b$

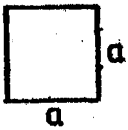
téglalap



$$t = a \cdot m = a \cdot b$$

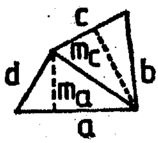
5. $b = a$

négyzet



$$t = a \cdot b = a \cdot a = a^2$$

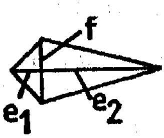
B A deltoidok halmazán folytatva:



6. $e \perp f$

$f_1 = f_2 = \frac{f}{2}$

deltoid

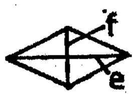


$$t = \frac{f \cdot e_1}{2} + \frac{f \cdot e_2}{2} = \frac{f \cdot e_1 + f \cdot e_2}{2} = \frac{f\,(e_1+e_2)}{2} = \frac{f \cdot e}{2}$$

7. $f_1 = f_2$

$e_1 = e_2$

rombusz



$$t = \frac{f \cdot e}{2}$$

8. $f = e$

négyzet

$$t = \frac{f \cdot e}{2} = \frac{e \cdot e}{2} = \frac{e^2}{2}$$

2. ábra

A négyzet átlója

a terület kétféle kiszámítási módjából kiindulva:

A 2. ábra *B* 8-ból és $t = \frac{e^2}{2}$

A 5-ből $\quad t = a^2$

$$\frac{e^2}{2} = a^2 \quad \cdot 2$$

$$e^2 = 2a^2 \quad \sqrt{}$$

$$e = a\sqrt{2}$$

ha $a = 1$ akkor

$$e = \sqrt{2}$$

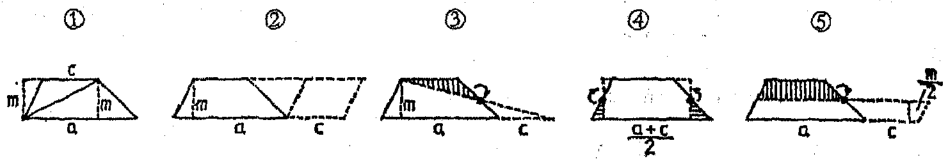
3. ábra

A négyszögek halmazán belül maradva egy újabb tulajdonságot megadva jutunk el a négyszögek egy-egy valódi részhalmazához. Az adott kikötés következményei a geometriai alakzaton és a képleten is jól vizsgálhatók minden lépésnél. (2. ábra *A)*

Kiköthetjük pl. azt is, hogy: legyen a négyszög két-két szomszédos oldala egyenlő. (2. ábra *B)* Ez a deltoidok halmazát határozza meg. Az előző gondolatmenetet követve a deltoidok halmazán felismerhetők a deltoidok és trapézok közös elemei. Végül, mindkét úton a négyzethez jutunk.

A trapéz területének kiszámítása

A Területtartó átalakítások



B Algebrai azonosságok alkalmazása

① ② ③ ④ ⑤

$$t=\frac{a\cdot m}{2}+\frac{c\cdot m}{2}=\frac{a\cdot m+c\cdot m}{2}=\frac{(a+c)\cdot m}{2}=\frac{a+c}{2}\cdot m=(a+c)\cdot\frac{m}{2}$$

tagonkénti osztás — *összeg osztása* — *szorzat osztása* — *egyik tényezőt* — *másik tényezőt osztjuk*

C Aritmetikai úton, az algebrai alak célszerű megválasztásával
Például:

① $a=2{,}8\ cm \quad c=1{,}6\ cm \quad m=10\ cm$

$$t=\frac{a\cdot m}{2}+\frac{c\cdot m}{2}=\frac{2{,}8\ cm\cdot 10\ cm}{2}+\frac{1{,}6\ cm\cdot 10\ cm}{2}=\frac{28\ cm^2}{2}+\frac{16\ cm^2}{2}=14\ cm^2+8\ cm^2=22\ cm^2$$

② $a=7\ cm \quad c=9\ cm \quad m=5\ cm$

$$t=\frac{a\cdot m+c\cdot m}{2}=\frac{7\ cm\cdot 5\ cm+9\ cm\cdot 5\ cm}{2}=\frac{35\ cm^2+45\ cm^2}{2}=\frac{80\ cm^2}{2}=40\ cm^2$$

③ $a=1{,}4\ cm \quad c=1{,}1\ cm \quad m=4\ cm$

$$t=\frac{(a+c)\cdot m}{2}=\frac{(1{,}4\ cm+1{,}1\ cm)\cdot 4\ cm}{2}=\frac{2{,}5\ cm\cdot 4\ cm}{2}=\frac{10\ cm^2}{2}=5\ cm^2$$

④ $a=22{,}7\ cm \quad c=17{,}3\ cm \quad m=9\ cm$

$$t=\frac{a+c}{2}\cdot m=\frac{22{,}7\ cm+17{,}3\ cm}{2}\cdot 9\ cm=\frac{40\ cm}{2}\cdot 9\ cm=20\ cm\cdot 9\ cm=180\ cm^2$$

⑤ $a=23\ cm \quad c=15\ cm \quad m=12\ cm$

$$t=(a+c)\cdot\frac{m}{2}=(23\ cm+15\ cm)\cdot\frac{12\ cm}{2}=38\ cm\cdot 6\ cm=228\ cm^2$$

4. ábra

Megkaptuk a négyzet területének kétféle kiszámítási módját. Vessük össze a két képletet! (3. ábra) Figyelemre méltó az átlóból való területszámítás, mert erről a gyakorlatban többször megfeledkezünk. A két képlet egybevetésének egy további haszna is van: voltaképpen eredményként kifejeztük a négyzet átlójának hosszát. Jó lesz ezt most megjegyeznünk, mert a későbbiekben még szükség lehet rá! Ezt a töretlen utat végigjárva a sikerélmény, a matematika egysége, logikája szépségének megérzése motiválhatja a tanulókat a további munkára.

A matematika egységének megmutatásáról szó esett már az előbbiekben is. Ezeket egészítjük ki most, amikor megvizsgáljuk a kapcsolatot a geometriai területtartó átalakításai, az algebrai azonosságok és azok alkalmazása aritmetikai feladatok megoldása között. (4. ábra) E három témakörben figyelemmel végigkísérhető a geometriai átalakítás következménye az algebrai kifejezésre, és konkrét számoknál a képlet célszerű megválasztására. Példánknál jól indokolható a képlet megválasztása az adott számokhoz úgy, hogy a legkevesebb számolással, a legrövidebb úton jussunk eredményhez. Végül induljunk el más esetben az algebrai azonosságokból, amelyhez megfelelő ábrát kell rajzolni és számpéldát írni, úgy, hogy az adott képlet választása legyen a legcélszerűbb. Szükséges néhány esetben ugyanazokból az adatokból többféle algebrai alakból elindulni, hogy tartalmat kapjon: érdemes keresni a rövidebb utat, amely sok esetben feleslegessé is teheti a mellékszámításokat.

Nagyon jól megtervezett munkával érhető el az, hogy egy adott anyaghoz minden feladat egy kicsit más legyen, mint az előző, tartalmazzon valami újszerűt. Hol az egyik, hol a másik algebrai alak vezessen rövidebb megoldáshoz. A mindenben megegyező példáktól lényegesen kevesebb fejlesztő hatás várható el.

DR. DÁNOS KORNÉLNÉ
Szolnok

Egy kulturális foglalkozás leírása

Iskolánk – a közoktatáspolitikai elvárások teljesítésének szándékával – harminckét szakkört működtet falai között.

E szakkörök funkciója a következő:

1. Megteremteni azokat a művelődési lehetőségeket, amelyeket művelt családokban kapnak a gyerekek;

2. Lehetőséget teremteni a fizikai és szellemi képességek fejlesztésére, a különféle érdeklődési irányok kielégítésére;

3. Iskolánk a lakótelep kulturális centruma kíván lenni, szabadidőközpont, azzal a céllal, hogy változatosan kialakított tevékenységi lehetőségeivel becsalogassa a lépcsőházak tétlenül unatkozó fiataljait az iskolába, és megakadályozza ellenőrizhetetlen, esetleg nem kívánatos kapcsolatok kialakulását, a galeriképződést.

Szorosan együttműködve a Hazafias Népfront területi szerveivel, alakítója kíván lenni a lakótelep közösségi életének.

A szakkörök jótékony hatást gyakorolnak az osztályokon belüli közösségi élet alakulására, és segítenek a szabadidős tevékenységek összeállításában.

A gyerekek továbbadják a különböző szakkörökben tanultakat, az osztályokon be-