

DR. KOPASZ ÉVA

Baja

## A test és a síkidom fogalma alakulásának vizsgálata 6—10 éves korban

Az 1978/79-es tanévben új tanterv szerint kezdődött el a tanítás az ország általános iskoláiban. Ez egy sor problémát vetett fel. Ebből a problémásorozatból a geometria témakör két exponált fogalmát – a test és a síkidom – vizsgálatát választottuk.

Vizsgálatainkat a tanterv alapján végeztük 1982 júniusában Bács-Kiskun megye 32 általános iskolájának alsó tagozatán. Közel 2000 tanuló írásos anyaga állt rendelkezésünkre. Ebből mutatunk be itt néhány feladatot, amelyek leginkább mutatják a 6–10 évesek ismereteit az említett két fogalommal kapcsolatban.

Reprezentatív mintavétellel dolgoztunk.

A reális eredmények érdekében Ágoston-Nagy-Orosz (1971) nyomán szinteztük a feladatokat:

- ráismerés, megnevezés (1 pont)
  - reprodukálás (2 pont)
  - adott szabály alapján végzett operatív alkalmazás (3 pont)
  - tanult szabály alapján végzett operatív alkalmazás (4 pont)
- ez utóbbin belül: összehasonlítás (4 pont)

rendszerzés (5 pont)

algoritmizálás (6 pont)

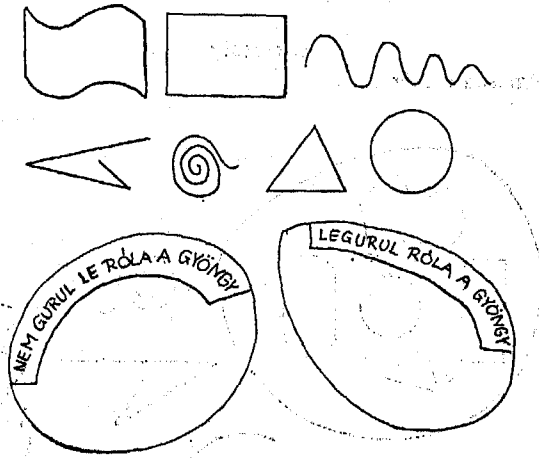
A kapott eredményeket a könnyebb összehasonlítás végett százalékpontra számítottuk át.

Az alábbi hipotézisekből indultunk ki:

1. Az új tanterv által biztosított ún. nyújtott érési idő alaposabb, szilárdabb fogalmakhoz vezet.
2. A tanterv nem segíti a definiáló tulajdonságok kiemelését.
3. Nincs lényeges különbség a tanyasi, falusi, városi iskolába járó gyermekek teljesítménye között.

Most nézzük az egyes osztályok feladatait!

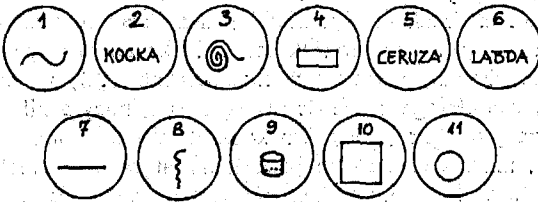
1. Nyilazd mindegyiket a helyére!



Síkban elhelyezett nyitott és zárt alakzatokat kellett a megfelelő helyre jelölni. Nem biztos, hogy a későbbiekre nézve szerencsés a két címke felirata, de azért ezt használtuk, mert ilyen megfogalmazásban találkozhatnak a problémával a gyerekek is. 75%-uk sorolta be jól mind a 7 alakzatot. Legalább egyet a vizsgált tanulók mindegyike be tudott helyesen jelölni. 14%-uk egy vagy két zárt alakzatot a nyitottakhoz húzott, illetőleg egy vagy két nyitottat a zártakhoz, ennél többet 1%-uk. Nem sorolt be 6%-uk egyet vagy kettőt, ennél többet 4%-uk. Az átlagos teljesítmény 89,0%<sup>op</sup>. Volt olyan tanuló is, aki előbb az összes nyitott, illetőleg zárt alakzatot egymáshoz rendelte, és csak utána húzta a megfelelő helyre.

2. Válogasd szét a karikába írtakat a megadott szempontok szerint! Csak a számokat

írd a megfelelő helyre!



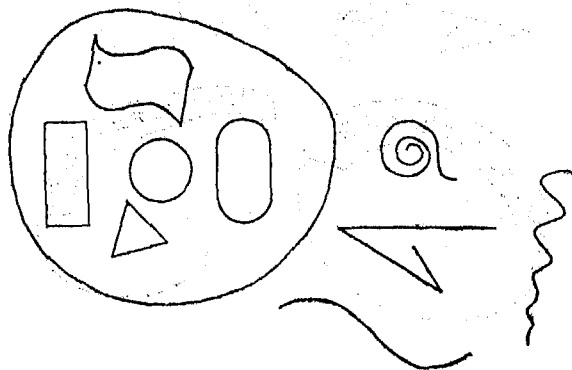
vonal: .....  
 síkidom: .....  
 test: .....

Ez osztályozási feladat volt. A felmérésben résztvevők 42%-a dolgozott hibátlanul. Az átlagos teljesítmény 82,9%<sup>op</sup>. A gyermekek 25%-a rossz helyre vagy sehova nem írta a kockát, 22%-uk a labdát, ugyanennyien a négyzetet, 16%-uk a ceruzát, 15%-uk a téglalapot. Egyidejűleg a kockát és a téglalapot több helyre sorolta a tanulók 3%-a, tehát ez nem tekinthető tipikus hibának.

Ezen eredmények birtokában mondhatjuk, hogy az elsősök nagy százaléka felismeri a test, a síkidom, a vonal specifikus tulajdonságát, és a megfelelő osztályba be is tudja sorolni.

## 2. osztály

1. Nézd meg figyelmesen a rajzokat!



A karikában ..... vannak.

A karikán kívül csak ..... vannak.

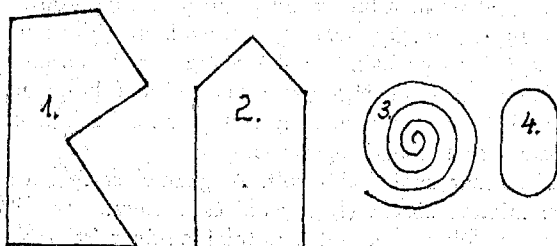
Az 1. osztályosok 1. feladatához hasonló ez a probléma. Itt némileg gyengébb eredmény született: az átlagos teljesítmény 85,5%<sup>o</sup>p. (89%<sup>o</sup>p.) Ennek oka az lehet, hogy az elsős feladat jobban kötődik a gyermek tapasztalatához, a játékhoz. Míg 1. osztályban senki nem ért el 0%<sup>o</sup>p-ot, itt 10%, viszont a hibátlan megoldások száma 75%-ról 81%-ra emelkedett, tehát növekedett az egyes tanulók tudásbeli különbsége. A gyermekek jelentéktelen hányada síkidomnak nevezte a nyitott alakzatokat (1%<sup>o</sup>), illetőleg felcserélte a két halmaz nevét (2%<sup>o</sup>).

A konkrét testek, síkidomok, vonalak osztályozása – amely azonos volt az 1. osztályosokéval – 11,5%<sup>o</sup>p-tal gyengébb eredményt hozott, mint elsőben. Most is legtöbben a kocka besorolásánál hibáztak (31%<sup>o</sup>), illetőleg nem írták sehova (6%<sup>o</sup>). Nehéz megkeresni ennek az okát, ugyanis az interjúk során kocka alakú tárgyakat szép számmal tudtak felsorolni (dobókocka, bűvőkocka, mokkalokocka, ...), sőt azt is tudták, hogy ezek kézbe vehetők, van térfogatuk, tehát testek. Lehet, hogy a hiba forrása a betűvel való megadás volt, vagy pedig az, hogy nem konkretizáltuk (dobókocka, ...). A „kocka alakú” vagy „olyan, mint a kocka” kifejezések hallatára a gyermekek tényleges tárgyakat idéznek fel, és ezáltal könnyebben válaszolnak a kérdésre. Tehát a kocka fogalma, ami minden kocka alakú tárgyból a közös tulajdonságokat hordozza – anyagi minőségtől, használati funkciótól és így tovább függetlenül –, még nem alakul ki a 2. osztály végére. A konkrét tárgytól a gyermekek még nem tudnak elszakadni. A felmérésben részt vevők negyedrésze írta rossz helyre a kört. Ezt kisebb hibának tartjuk, mert tanterv szerint még nem foglalkoztak vele. Bár a síkban való elhelyezkedés és a zártság alapján be kellett volna tudni sorolniuk. Annál is inkább, mert a vizsgálatok alapján tudjuk, topológiai jellemzőket könnyebben ragad meg ez a korosztály, mint az euklideszi alakzatok tulajdonságait. A négyzetnek és a téglalapnak jó osztályba való sorolása 25%-nak nem sikerült, 5% pedig nem írta sehova. Ebben az osztályban fog-

lalkozni kell a két speciális négyszöggel. Ha ezt figyelembe vesszük, akkor magas a hibázók száma. 20–25% között mozgott a henger, a ceruza, a labda rossz besorolása. A tanulók 7%-a írta be ugyanazt az alakzatot egyidejűleg több helyre is.

### 3. osztály

1. a)



b) Miért nevezed síkidomnak?

c) Rajzolj ide Te is még síkidomokat!

d) Milyen jellemzőit tudnád még felsorolni a síkidomoknak?

A feladat d) részében a két síkidom kiválasztása a megoldások 81%-ában sikerült. A tanulók 1–1%-a mindent, illetve semmit sem húzott át. Az átlagos teljesítmény 86,4%<sup>0</sup>p.

A b) részben az indoklásokat az esetek 77%-ában tudtuk elfogadni. A gyermekek 72%-a írta magyarázatul, hogy zárt vonal, 4%-a, hogy „területet határol be”, 1%-a, hogy „nincs rajta nyílás”. Az átlagos teljesítmény 76,6%<sup>0</sup>p.

A c) részben olyan tanuló is tudott síkidomot rajzolni, aki az a) részben rosszul végezte el a kiválasztást. Valószínű azért, mert itt nem volt zavaró körülmény. Mindenki hibátlanul dolgozott.

Az újabb jellemzők felsorolásánál [d) rész] olyan válaszokat is elfogadtunk, amelyek a b) esetben nem, mert aki ott jól meghatározta a síkidomot, annál ezek a tulajdonságok többletet jelentettek. 57%-ban írtak a gyerekek helyes jegyeket: egyenes vagy görbe vonal határolja, lehet szimmetrikus, nincs térfogata. A többiek semmit vagy nem a síkidomra jellemző tulajdonságokat írtak, közülük 5% testjellemzőket sorolt fel. 57,1%<sup>0</sup>p átlagteljesítmény adódott.

2. a) Nevezd meg vagy rajzolj ide testeket!

b) Próbáld megfogalmazni, mit nevezünk testnek! .....

c) Milyen tulajdonságait ismered a kockának? .....

d) Milyen tulajdonságait ismered a téglatestnek? .....

Van-e eltérő, illetve közös tulajdonsága a kockának és a téglatestnek?

e) Eltérő: .....

f) Közös: .....

A feladat első részében a tanulók 57%-a írt vagy rajzolt legalább két jó alakzatot. Leggyakrabban a téglatest (30%), a henger (23%), a kocka (22%) fordult elő. Természetesen használati tárgyak is szerepeltek a felsorolásban. A tanulók 24%-a síkidomot írt (téglalap, négyzet, háromszög, ...). Ez elég jelentős arány, de úgy gondoljuk, hogy itt elsősorban a nevekkel van probléma, az nem rögződött még megfelelően. Az interjúk

nyomán mondhatjuk ezt. Ott ugyanis az ismételt rákérdések során tudták a gyermekek, hogy a négyzet síkidom, a kocka pedig test, és többnyire indokolni is tudták. 19%-uk sorolt fel vegyesen testet és síkidomot. Az átlagos teljesítmény 56,7%<sup>0p</sup>.

A b) rész definíciós feladat elé állította a tanulókat. A leggyakrabban előfordult testjellemző a megfoghatóság és a térbeli zártság. A tanulók közel 10%-a különféle testeket sorolt fel jellemzés helyett. Nem volt könnyű kérdés, ezt tükrözi a 23,9%<sup>0p-0s</sup> átlag is. A gyermekek 76%-a nem tudott megbirkózni a feladattal.

Többen (Clark 1971, Putnoky 1964, ...) utalnak a kritikus tulajdonságok, a fogalmi szabály megoldásának problémás voltára. Egyetértünk azon megállapításokkal, hogy nem szabad siettetni a definíció megfogalmaztatását (Skowronek 1974 és mások). Nem tartjuk viszont helyesnek azt, hogy a tanterv nem kívánja egyetlen geometriai fogalom meghatározását sem az alsó tagozaton.

A feladat c) része már konkrétabb volt. A gyermekek 19%-a sorolt fel legalább két köckajellemzőt: minden oldala (l) egyenlő és 8 csúcsa van (6%); 8 csúcsa és 6 lapja van (13%). A tanulók 21%-a csak egy tulajdonságot írt, 12%-uk pedig a négyzetet jellemezte. A felmérésben résztvevők 48%-a nem válaszolt a kérdésre. Az átlagteljesítmény gyenge: 19,4%<sup>0p</sup>.

A legteljesebb jellemzés még rosszabbul sikerült (4,5%<sup>0p</sup>). A válaszok mindössze 4%-a volt elfogadható: 8 csúcsa (szöge!) van és két szemközti oldala (l) egyenlő (4%); illetve 6 oldala (l) van, 2-2 szemközti oldala egyenlő és 8 csúcsa van (3%). Csak egy tulajdonságot 15% írt. A tanulók 73%-a nem válaszolt a kérdésekre, 7% pedig a téglalapot jellemezte.

Az előzőekből következik, hogy az összehasonlítás sem járt jó eredménnyel. Pszichológiai kutatások szerint az eltérő tulajdonságot könnyebben észreveszik a gyerekek, mint a közöset. Mi éppen fordított eredményt kaptunk. Egyébként ez utóbbi tényről Skemp (1975) is beszámol. A tanulók 6%-a sorolt fel eltérő, 26%-a pedig közös jellemzőket. Az ennek megfelelő átlagok 6,0%<sup>0p</sup>, illetőleg 22,4%<sup>0p</sup>. Eltérő tulajdonságnak az oldalak (l) méretét írták, a közösek között a csúcsok és lapok száma, valamint test voltak szerepelt. A tanulók döntő többsége kihagyta ezt a részfeladatot.

Felfigyelhettünk a helytelen elnevezésekre: oldalt írtak lap helyett, szöget csúcs helyett, oldalt él helyett. A pontos szóhasználat – úgy véljük – segítené a gyermekeket a jobb válaszadásban, azaz segítené a fogalomalakulást.

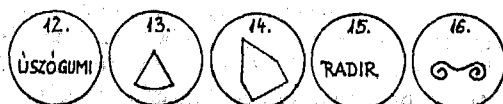
2. osztályban a téglalap és a négyzet összehasonlításával párhuzamosan tananyag a téglatest és a kocka jellemzése is. Harmadikban – igaz, hogy csak kiegészítő anyagként – szerepel a test és hálóik megfeleltetése. Ha a tanuló nem ismeri a két test tulajdonságait – például, hogy hány és milyen lap határolja –, nyilvánvalóan a hálózatokat se tudja a megfelelő testhez kötni.

3. lsd. 1. osztály és még

vonal: .....

.....

.....



Ez a feladat megegyezik az előző két osztályéval, most azonban csak megkezdtek az osztályok felsorolását, és a gyermekeknek kellett befejezni. A hiányzó két osztályt a tanulók 36%-a nevezte meg, 3%-uk csak az egyiket írta le (volt, aki tárgyakat írt test helyett). 36% más felosztásra tért át (szögletes, kör alakú, kocka, irás, rajz), 26% pedig nem folytatta az osztályok felsorolását. 37,9%-os átlagteljesítmény adódott.

A 16 alakzat (korábban 11 volt) besorolása átlagosan rosszabbul sikerült, mint az előző két osztályban (40,4%), mégsem tartjuk gyenge eredménynek, ugyanis a hibás megoldások száma lecsökkent. A leggyakoribb hibák: a ceruza (15%), a körcíkk (14%), a téglalap (12%), a négyzet (11%) és a henger (11%) rossz helyre sorolása. A tanulók 6%-a osztályozott hibásan. Többet tudnánk mondani a test és a síkidom fogalmának fejlődéséről, ha azok tudását is ismernénk, akik az osztályok felsorolását nem tudták folytatni (61%). A tanulók 1%-a dolgozott hibátlanul.

#### 4. osztály

Az 1. feladat azonos a 3. osztály 1/c), d) részkérdésével. A síkidomok rajzolásában nincs lényeges különbség a két osztály teljesítménye között.

A síkidomok jellemzése jobban sikerült, mint a harmadikosoknak, 69,5%-os átlagteljesítmény adódott. (3. osztályban 57,1%.) A síkbeli zártságot a tanulóknak csak 4%-a említette. 5%-uk azokat a síkidomokat jellemezte, amelyeket rajzolt; 13%-uk felsorolta, hogy mik lehetnek síkidomok (téglalap, négyzet, kör, . . .), 7%-uk testjellemzőket írt. Ez utóbbiak közül azonban többen jó rajzokat készítettek. Itt is valószínű, hogy az elnevezések okozták a problémát: nem tesznek különbséget oldal és él, lap és oldal, csúcs és szög között; hol egyik, hol másik megnevezést használják ugyanazzal az alkotórészrel kapcsolatban. Az oktatásban is hibát látunk annyiban, hogy a pedagógusok nem javítják következetesen a helytelen elnevezéseket. Pedig, ha ezek rögződnek a gyermekekben, a felső tagozaton sok nehézséget okoznak, és egyre nehezebb lesz a kijavításuk. A tulajdonságok felsorolásánál megfigyelhető a „van” és „lehet” szavaknak a 3. osztályosokhoz képest pontosabb használata. Leggyakrabban a következő tulajdonságokat írták: lehet párhuzamos oldala, lehetnek egyenlő oldalai, oldalai lehetnek egyenesek vagy görbék. A gyermekek 2%-a említette, hogy a síkidomoknak területe van és két kiterjedése. 70% dolgozott hibátlanul.

A 2. feladatban a tanulók 79%-a írt vagy rajzolt legalább két testet. Legtöbben a kockát, téglatestet, gömböt sorolták fel. 5% csak síkidomokat írt vagy rajzolt, 10% pedig vegyesen síkidomot és testet. A gyermekek 79%-a oldotta meg hibátlanul ezt a kérdést. Az átlag 80,0% volt.

A test definíciója is jobban sikerült: 45,5% ((23,9%)). A tanulók 39%-a adott meg jó jellemzőket: űrtartalma van; térben körüljárható; van elől-, oldal- és felülnézete; van magassága, szélessége, hosszúsága. Felsorolást írt tulajdonság helyett 4%, síkidom-tulajdonságokat sorolt 13%.

A kockát is jobban jellemezték: 47,5% (19%) jellemezte kielégítően: 12 éle, 6 lapja, 8 csúcsa van; 6 „egyforma” négyzet határolja; űrtartalma van.

A téglatest tulajdonságait a tanulók 40%-a nevezte meg jól (3. osztályban 4%): 12 éle, 8 csúcsa, 6 lapja van; csak a szemben levő oldalak (!) egyenlők (!); test. Volt olyan tanuló, aki 4 és 2 „egyforma” lapról írt, valószínű, ez a helytelen szemléltetés következménye: négyzetes oszlop rögződött benne téglatestként. Az átlagteljesítmény 40,0% p(3. osztályban 4,5%).

A két speciális hasáb összehasonlításában itt is az egyező tulajdonságok felsorolása bizonyult könnyebbnek (48,8%-28,8%). Az eltérő tulajdonságok között a tanulók 29%-a a lapok méretbeli különbségét említette. A közös tulajdonságokat a diákok

49%-a írta helyesen: a csúcsok, lapok, élek száma megegyezik; mindkettő test, mind-egyiknek van hosszúsága, szélessége, magassága.

Úgy véljük, jobb eredmény született volna – mint korábban utaltunk rá –, ha a tanulók nem keverik a testek és síkidomok alkotórészeinek nevét. 26%-uk cserélte fel a négyzet és a kocka, a téglatest és téglalap jellemzőit. Például lap helyett oldalt a gyermekek 21%-a használt. Mi ezt csak akkor vettük hibásnak, ha a számadat nem a kockára, illetőleg nem a téglatastre volt jellemző. Az a meggyőződésünk, hogy a lap szó hallatára csak test jelenhet meg a gyermek képzeletében, ha az oktatás során mi magunk is pontos elnevezéseket használunk, és diákjainktól is ezt követeljük. Ha nem így járunk el, akkor az alkotó elem neve gyengíti a fogalom alakulását.

A 3. feladatban – ellentétben a 3. osztályossal – a tanulóknak maguknak kellett megtalálni az osztályozás alapját, segítség nélkül. 34%-uk nevezte meg a vonal-, sík-, idom-, testosztályokat, közülük 1%-o két osztályt – síkidomok és nem síkidomok – jelölt meg. A felmérésben résztvevők 5%-a az osztályok megnevezése nélkül hajtott végre helyes osztályozást. Az átlageredmény 51,3%-o volt.

Az idomok besorolása 54,7%-o eredményt hozott. A gyermekek 1%-o-a sorolta be ugyanazt az alakzatot egyidejűleg több helyre. Tipikus hiba a henger (9%), a téglalap, kör, körcikk, ötszög (mindegyik az esetek 8%-ában) rossz besorolása volt.

Visszatérve hipotéziseinkre, úgy látjuk, hogy az elsőt, nevezetesen, hogy a hosszabb érési idő biztosabb fogalomhoz vezet, 4. osztállyal bezárólag nem tudjuk eldönteni. A birtokunkban levő adatok alapján azt mondhatjuk, hogy még a 10 évesek között is jelentős azon tanulók száma, akik például a négyzetet és a kockát és ezek tulajdonságait összekeverik. (Durván a negyedrészüik.) A szóbeli feleleteknél ez az arány kisebb; a megkérdezett 16 negyedikes közül 14 jól besorolta a 3. feladat 16 alakzatát. Ennek alapján azonban nem általánosíthatunk, mert a megkérdezett gyermekek száma alacsony, és csak két bajai iskola két osztályát reprezentálhatnák. Szerintünk a hipotézis tagadása előtt egy ehhez hasonló – a két geometriai fogalommal kapcsolatos – felmérést kellene a felső tagozatos tanulók körében is végezni.

Második feltevésünk a meghatározásoknál elengedhetetlen lényeges tulajdonságok kiemelését hiányolta a tantervből. A jellemzők egyenrangú kezelését teljes mértékben alátámasztja írásos anyagunk. Egy konkrét meghatározásnál a tanulók bizonytalanok, például ugyanazzal a tulajdonsággal jellemzik a téglatastet és a kockát: 12 él, 6 lap, 8 csúcs. Ezek valóban adatai a két testnek, de nem csak ezekre a testekre jellemzők. Így érthető, hogy a két test összehasonlításában az eltérő jegyek felsorolása nehezebben megy, mint a közöseké. A síkidommal kapcsolatban hasonlókat tapasztaltunk. Nyilvánvaló, hogy a pedagógusok munkája is hiányos ezen a téren. Változtatna a helyzeten, ha a tanterv kiemelné a meghatározásokat segítő tulajdonságokat. Például a tanterv (1978) 2. osztályos anyaga a hasábokkal kapcsolatban annyit ír, hogy „téglatest, kocka”. Hogy a két téridommal kapcsolatban mi az, amit feltétlen meg kell tanítani, azt nem tartalmazza. (Ezt a hibát nem lehet „kivédeni” azzal, hogy a kézikönyv ennél bővebb.) Követelmény ezzel kapcsolatban nincs, tehát az, hogy mit és milyen mélységben hall a 2. osztályos gyermek, az kizárólag tanítóján múlik. A két hasábbal kapcsolatos tennivalókról a tanterv a következő két év tananyagában nem közöl semmit. Így érthető, hogy a jelzett körben a 3. osztályosok teljesítménye gyengébb, mint a másodikosoké. 4. osztályra sem fejlődik a téglatest és a kocka fogalma lényegesen. Az ismeretek mennyiségére és mélységére vonatkozóan a felejtés egyre döntőbb lesz. Ez azt eredményezi – kis túlzással –, hogy a felső tagozaton kezdhetjük újra a fogalmak alakítását. A tapasztalat azt mutatja, hogy ezt a „nulláról indulást”

úgy tudnánk elkerülni, hogy az említett példákban a harmadikos és negyedikes tantervi anyag is tartalmazná a folyamatos ismétlés anyagát.

A települések szerinti összehasonlításban a tanyai gyermekek mind a négy osztályban jó átlageredményeket értek el az összteljesítményekhez viszonyítva. Valószínű, ebben nagy szerepe van az úgynevezett magnós programnak, amely szerencsésen segíti az önálló ismeretszerzést. Viszonylag gyengébb teljesítményt nyújtottak a falusi iskolákba járók. Az okok feltárását – úgy gondoljuk – más területen (pl. szociológia) végzett felmérések segítenék. Csak az átlaggal a tanya, város, falu sorrend nem jellemezhető. Az adatok aránya sem volt mindig megfelelő. Annait azonban állíthatunk a felmérés alapján, hogy közel azonos a különböző településeken iskolába járók teljesítménye.

### 1. osztály

Feladat	Mintahely	Minimum	Maximum	Átlag
1.	Összes	14	100	89,0
1.	Város	14	100	88,4
1.	Falu	14	100	89,5
1.	Tanya	–	–	–
2.	Összes	0	100	82,9
2.	Város	45	100	87,7
2.	Falu	0	100	74,2
2.	Tanya	55	100	84,0

### 2. osztály

Feladat	Mintahely	Minimum	Maximum	Átlag
1.	Összes	0	100	85,5
1.	Város	0	100	91,3
1.	Falu	0	100	41,7
1.	Tanya	0	100	79,4
2.	Összes	0	100	71,4
2.	Város	36	100	81,2
2.	Falu	0	100	65,9
2.	Tanya	64	100	90,1

### 3. osztály

Feladat	Mintahely	Minimum	Maximum	Átlag
1. a	Összes	0	100	86,4
1. a	Város	0	100	82,9
1. a	Falu	0	100	88,3
1. a	Tanya	0	100	91,7
1. b	Összes	0	100	76,6



Befejezésül annyit, hogy a tanítók számára ki kellene dolgozni például a vizsgált két fogalom felépítésének rendszerét, osztályokra lebontva. Úgy ítéljük meg, a pedagógusok nem látják világosan, hogy 4. osztály végére a geometria témakörben milyen lépcsőfokokon, meddig kell eljutni.

Tudjuk, hogy életkori sajátosság az a tény, hogy a gyermekek nem tudnak rangsorolni a tulajdonságok között, amit ráadásul az oktatás sem segít.

A tanulók azokban a feladatokban értek el jobb eredményt, ahol nem a szóbeliség (írásbeliség) dominált. Kifejezőképességük igen gyenge, de ennek javítása nemcsak a matematikatanítás gondja.

## IRODALOM

Az általános iskolai nevelés és oktatás terve I-III. (1978). Országos Pedagógiai Intézet, Budapest.

Ágoston Gy.-Nagy J.-Orosz S. (1971): Mérésees módszerek a pedagógiában. Tankönyvkiadó, Budapest.

Clark, D. C. (1971): A fogalmak iskolai oktatásának néhány alapelve. Journal of Educational Psychology, 3. sz. 253-278. p. OPKM.

Putnoky J. (1964): Az analízis és a szintézis funkcionális összefüggése az egész-rész reláció alapfogalmaival 6-10 éves korban. Pszichológiai Tanulmányok VI. Akadémiai Kiadó, Budapest. 239-256. p.

Skemp, R. R. (1975): A matematikatanulás pszichológiája. Gondolat Kiadó, Budapest.

Skowronek, H. I. (1974): A tanulás- és gondolkodáslélektan hatása a matematikai didaktikára. Die Grundschule, 8. sz. 411-415. o. OPKM.

