

3. Az önálló tanulói tevékenység szorosan kötődik a harmadik kérdéskörhöz, a tanulói aktivitáshoz és a gondolkodás fejlesztéséhez, melyet a tanterv is központi feladatnak tekint. A tanulók az önálló feladatvégzés során a kombinációs és variációs lehetőségeket biztosító gyakorlatokat megoldva a legkülönbözőbb gondolkodási műveleteket végzik. Igen lényeges két gondolkodási fajtának a központi szerepe e műveletvégzés során. Ez a megértés és a problémamegoldó gondolkodás. Kelemen László (1970) e két gondolkodási fajtát tartja legfontosabbnak. A jelek segítségével a tanulók figyelme a valóságösszefüggésekre, azok feltárására irányul, közben létrejön az azt tükröző gondolat, mely az orosz nyelvi kódhoz kapcsolódik. Ezt az asszociációs bázist az biztosítja, hogy a jelek használata az orosz nyelvi verbális elemekhez kapcsolódnak. A hipotézisem bizonyításához a bilingvizmus területéről hoznék példát. Több nyelvet anyanyelvi szinten beszélő ember azon a nyelven végez számítási műveletet, amelyen azt megtanulta, amelyhez az adott tevékenység elsajátítása kötődött. A játékos gondolkodtató feladatok motiváló ereje is igen lényeges.

4. Az alkalmazott eljárás a célnyelv használatát az optimális szinten biztosítja, már a szóbeli kezdő szakaszban, a nyelvoktatás kezdetekor. A feladatok egyértelmű körülhatárolt jellege az algoritmusok kialakításából következik. Az algoritmusok lehetőséget biztosítanak a fokozatosság elvének érvényesüléséhez, a tanulók gondolkodási és nyelvi tevékenységének fejlesztéséhez.

A kialakított eljárásom lényegét összegezve azt szeretném hangsúlyozni, hogy ez a valós beszédtevékenység eszközrendszerének a kialakítását szolgálja. A jelrendszer alkalmazása révén sikerül leegyszerűsíteni az információközlést és az utasításadást, s lehetőség nyílik a nyelvi feladatok vizuális ábrázolásának kiszélesítésére, mely a nyelvtanulás kezdetén fontos szerepet kap. A kérdészerkesztés mechanizmusának automatizálása fontos feladat, ezért a bemutatott részműveletek kidolgozása is segítséget nyújt az automatizálás és tudatosítás összekapcsolásában, mely a nyelvoktatás hatékonyságának egyik meghatározó tényezője.

FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] *Guberina, Petar*: Az audio-vizuális globális strukturális módszer 1964.
- [2] *Kelemen László*: A gondolkodás nevelése az általános iskolában. Tankönyvkiadó, 1970.
- [3] *Landa, L. N.*: Algoritmizálás az oktatásban 1969.
- [4] *Lénárd Ferenc*: A képességek fejlesztése a tanítási órán. Budapest, 1982.
- [5] *Leontyev, A. A.*: Pszichológia és nyelvtanítás. Budapest, 1973.
- [6] *Lieber Péterné*: Az orosz nyelv tanításának elméleti és gyakorlati kérdései. Budapest, 1987.

TAKÁCS GÁBOR—TAKÁCS GÁBORNÉ
Budapest

Negatív számok, törtszámok az alsó tagozaton

A számfogalom kiterjesztése nem korlátozódhat a számkör bővítésére (természetes számok: százas számkör — ezres számkör — tízezes számkör stb.), lehetőleg minél előbb indokolt nem természetes számokkal is találkozniuk a gyerekeknek. Ugyanis a gyerekek nagyon gyakran mereven elkülönítik az újonnan megismert fogalmat az évek óta ismert, sokszor használt fogalmaktól. Ezért nem elegendő az új fogalom szemléletes kialakítása, foglalkozni szükséges a régi és az új fogalom összekapcsolásával, esetünkben egy általánosabb számfogalommal.

A törtszámok fogalmának kialakítását nem fejezzük be az alsó tagozaton, a tantervi feladatok csak előkészítésre vonatkoznak, de még így is sokat tehetünk az egész számoktól való merev elkülönítés kialakulása ellen, az elkülönülés csökkentése érdekében, tanítványaink általános (egyre bővíthető) számfogalmának kialakításáért.

Először a megfelelő relációfogalom kialakításához szükséges tapasztalatokat (méréseket, számlálásokat, összehasonlításokat), a tapasztalatok megfogalmazásához szükséges passzív szókinccset alakítjuk ki. Konkrétan a kétszer akkora—fele, négyszer akkora—negyede stb. alakú fogalmi kapcsolatokra (inverz kapcsolatokra) vonatkozóan. Sok különböző tapasztalat szükséges, amíg tartalommal telnek meg ezek a szavak, amíg megértik a gyerekek, hogy egymagában semmi sem lehet kétszeres, sem fél, csak valaminek lehet egy másik valami éppen kétszerese vagy fele. Sőt, ha egyiknek kétszerese a másik, akkor a másikkal éppen fele az egyik. Tehát a kétszerese-fele, háromszorosa-harmada, négyszerese-negyede kifejezések ugyanannak a kapcsolatnak ellenkező szempontból történő megfogalmazásai.

Második osztályban a törtekre vonatkozó tapasztalatgyűjtés két fő típusba sorolható. Első félévben a fele, harmada, negyede, hatoda, nyolcada kifejezések értelmezése, második félévben az egységörtek előállításai.

A kétszer annyi darab — fele annyi darab, háromszor olyan hosszú — harmada a hosszúsága a másik rúdénak, négyszer olyan nehéz — tömege csak negyede a másik test tömegének, hatszor annyi ideig tartott — időtartama hatoda volt a másik időtartamnak, nyolcszor annyi az űrtartalma — nyolcadnyi víz fér bele, azok az alap-típusok, amelyek ebben az időszakban esedékesek (második osztály első félév), és remélhetőleg azt is kifejezik, hogy tényleges mérésekkel (számlálásokkal) elvégzett összehasonlításokra gondolunk. Egyébként ezek a kapcsolatok nehézségnek bizonyulnak a másodikos gyerekeknek.

A legegyszerűbb egységörteket — a felet (kettedet), negyedct, nyolcadot, harmadot, hatodot — egyenlő részekre osztással állítatjuk elő (második osztály második fele). Az egyenlő részekre osztás tárgyak darabszám szerinti szétosztásaként, zsinég, papírcsik vágásával, hajtogatással, alma darabolásával, folyadék széttöltésével, négyzetlap-téglalap (olyan téglalap, amelyik nem négyzet) területének felezéseként—negyedelésként—stb. ténylegesen elvégzett manuális tevékenységként dolgozandó fel. Második osztályban a törtszámok írásban való rögzítésének még semmiféle alakban sincs létjogosultsága.

Harmadik osztályban az előző tanévben megismert egységörtek használata (előállítás, leolvasás, mérés ilyen egységekkel) mellett újakat is bevezetünk. Egyrészt a nyolcad felezésével a tizenhatodot, a hatod felezésével a tizenkettedet, a harmad harmadolásával a kilencedet. Másrészt az ötödből származtatva a tizedet és a tizenötöd felezésével, illetve harmadolásával, majd a tizedből felezéssel a huszadot. Harmadrészt előállítjuk a hetedet és a tizenegyedet is. A fenti sorrend az új egységörtekkel való első találkozás célszerű időrendjének is megfelel.

A különböző egységörtek megismerésével párhuzamosan a kis nevezőjű (kettő—három—négy) egységörtek többszöröseit is előállítjuk. Ez az előállítás vágás, hajtogatás, rajzolás, színezés, szétrakás (tárgyakat), mérlegelés (tömeg), széttöltés (űrtartalom) lehet. Sőt a száméret kialakításának segítése érdekében még területek és időtartamok összehasonlítása is célszerű (mármint négyszerese-negyede stb. vonatkozásában). A kettedek, harmadok, negyedek többszöröseinek előállításakor az egy egésznél nagyobb esetekkel is foglalkozunk. Az a szemléletesebb megközelítés, amikor a négyharmadot úgy kapjuk, ha az egészet három egyenlő részre osztjuk (hajtjuk, vágunk, rajzolunk stb.), s ezekből a részekből négy részt veszünk (nyilván ehhez legalább két egésszel

kell rendelkezünk). Ehhez az értelmezéshez viszont nem egy szám (négyharmad valami), hanem négy valami (a harmad) kötődik. Végső célunk a négy egésznek három egyenlő részre történő osztásának megfelelő értelmezése. Ugyanis felső tagozaton a szakaszos tizedes törték bevezetéséhez erre a második értelmezésre van szükség (bár kevésbé szemléletes, de matematikai szempontból is ez a korrektebb). Ez a probléma harmadik osztályban csak annyi figyelmet igényel, hogy az egységtörtek egésznel nagyobb többszöröseinek az első értelmezés szerinti meghatározásának nem célszerű túlságosan nagy hangsúlyt kapnia. Inkább az egy (esetleg) több egészre történő kiegészítés fordulhat elő gyakrabban. Az egységre való kiegészítés is megfelelően segíti az egységtörtek számmá válását a gyerekek gondolkodásában.

A törtekkel kapcsolatos feladatokat második osztályban még minden alkalommal szóban kapják a gyerekek, és a megoldás is szóban vagy tevékenységként (kirakás, rajzolás, színezés stb.) fordul elő. Harmadikban is ez a domináns forma, csak alkalmanként adjuk meg írásban, és kérjük (jegyeztetjük le) írásban a törteket. De még ezekben az esetekben sem a közismert törtvonalas jelöléssel, csupán betűkkel (háromnegyed), illetve a számlálót számjellel, a nevezőt betűkkel (3 negyed) írva.

A törtek nagyság szerinti összehasonlítását (harmadik osztályban) konkrét mennyiségként előállított törtekkel, a következő fokozatok szerint célszerű végezni:

- egyenlő nevezőjű egységtörtek (azokat a tapasztalatokat is szükséges biztosítani, amelyek azt tudatosítják, hogy például ugyanabból az egységből származtatott hetedek egyenlők — sőt a megfelelő egységtörtekre vonatkozóan ezek a tapasztalatok már második osztályban esedékesek);
- egyenlő nevezőjű egységtörtek;
- különböző nevezőjű egységtörtek.

Negyedik osztályban a törtekkel (egységtörtekkel és többszöröseikkel is) kapcsolatos tapasztalatok gyűjtését tovább folytatjuk. A domináns tevékenységi formák:

- különböző mennyiségek mérésével (alkalmanként becsléssel) történő összehasonlítása;
- adott mennyiségek különböző törtrészeinek megkeresése, előállítása (méréssel, kirakással, darabolással, rajzolással, színezéssel stb.);
- adott egység esetén mennyiségek mérőszámának törttel való kifejezése;
- nagyság szerinti összehasonlítások (néhány egyszerűbb esetben ugyanazon tört különböző — bővített, egyszerűsített — alakja is, de ezekhez az alakokhoz ne bővítéssel, egyszerűsítéssel jussanak el a gyerekek);
- törtszámok sokféle neve (kirakással, rajzról).

Jelölések vonatkozásában a tanév első harmadában indokolt bevezetni a számláló és a nevező számjeggyel írását, a törtvonal használatát. Ezt követően az előbbiekből felsorolt feladatokkal összekapcsolva rendszeresen gyakoroltathatjuk a törtjelölést.

A második félévben már a számok törtrészeinek meghatározásával is időszzerű foglalkozni. Egyszerű esetekben, azaz amikor a törtrész egész szám. A problémát szöveges feladatokkal vehetjük fel, amelyek megoldásával — szakaszokkal, területekkel ábrázolva — fokozatosan indokolt eljutnunk a mennyiségektől a számokig. De csak kicsi vagy nagyobb kerek számokig, mégpedig kivétel nélkül olyan esetekben, amikor a törtrész egész szám.

A nagyság szerinti összehasonlításokat ugyanazon mennyiségek (több egész) különböző részekre történő osztásaként egyenlő számlálójú törtekre (nyilván nem egységtörtek) is ki kell terjesztenünk.

A törtjelölések bevezetése után, az elnevezések használatának gyakorlásaként a halmazok—logika témakör anyagával való tantárgyon belüli koncentráció alkalmazásával az „egyik sem”, „mindegyik”, „nem mind”, „van olyan” kifejezéseket törtekhez kapcsolódó állításokban is értelmezhetjük.

Alsó tagozaton csak a konkrét tapasztalati előállítás igényével foglalkozunk a negatív számokkal. Az elvont számfogalom kimunkálása nem az alsó tagozatos matematikatanítás feladata. Alsó tagozaton a szemléletes bevezetés és a lassú érlelés a negatív számokkal való tevékenység funkciója.

Második osztályban három situációban fordulhatnak elő negatív számok. Nulla foknál hidegebb hőmérsékletként, számegyenesen való visszafelé lépések (0-n túl is) eredményeként, adóssáértelmezéseként. Ez a sorrend a tapasztalatszerzés időbeli sorrendje is. Ha az iskolában gyakran szóba kerül, hogy a szabad levegőn hány fok a hőmérséklet, akkor éppen időben adódik a kézenfekvő alkalom, az első negatív szám értelmezésére. A hőmérő higanyszálának (alkoholszálának) tágulása-összehúzódása természetes egységbe foglalja a pozitív és a negatív számokat. Ezt az egységet véleményünk szerint nem is célszerű piros-kék színezéssel megbontani. Hőmérőnkön előfordul a színrel történő megkülönböztetés, ezért a mindennapi életvitellel való szoros kapcsolat megtartása érdekében esetenként a hőmérőmodelleken matematikaórán is használhatjuk, de a számegyeneseken (először függőleges számegyeneseket használva) már nem célszerű a színekkel való megkülönböztetés. Használjuk az „ellentett” jelet. Következtesen főt jelöljük a negatív számok előjelét. Ezzel lényegében azt hangsúlyozzuk, hogy más az előjel, és más a műveleti jel. Sőt, amikor a feladat jellege megkívánja, akkor még a kis emelt + jelet is jó, ha kiírjuk. A műveleti jelektől való határozott elkülönítést az is segítheti, ha például második osztályban kérdéseink, feladataink hőmérsékletre, időpontra (számegyenesen: korábban-későbbben), vagyoni állapotra vonatkoznak.

A hőmérséklettel kapcsolatos tapasztalatgyűjtés (második osztályban):

- hideg, meleg;
- negatív szám a hőmérőn;
- pozitív és negatív hőmérsékleti értékek leolvasása hőmérőről (modellről, rajzról);
- hőmérsékletek összehasonlítása (hidegebb, melegebb);
- állandó különbségű sorozat folytatása hőmérsékletekkel (a negatív tartományban is);
- hőmérsékleti értékek nagyság szerinti rendezése;

A számegyeneshez kötődő tapasztalatgyűjtés (második osztályban):

- hőmérőhöz kapcsolva (függőleges helyzetű számegyenesen);
- földszint, emelet, pince (lépcsőfokok—függőleges helyzetű számegyenes);
- vízszint (tengerszint), dombtető, bűvárok (függőleges helyzetű számegyenes);
- lépegetések (vízszintes helyzetű számegyenes);
- időtengelyen, valamilyen esemény után, előtt (vízszintes helyzetű számegyenes).

Vagyoni helyzet vizsgálatával összefüggő tapasztalatgyűjtés (második osztályban):

- pénzhasználat gyakorlása, pénzváltás;
- készpénz, mint pozitív vagyon; adósság, mint negatív vagyon;
- készpénz és adósság együtt (egyszerű esetekben, kirakással);
- szöveges feladatok vagyoni helyzet változására (feladatonként vagy csak készpénzkiadás, vagy csak adósságszerzés), megoldás: kirakással.

Harmadik osztályban a forgásirány előjellel való megkülönböztetésével bővülnek a negatív számokkal kapcsolatos tapasztalatgyűjtés lehetőségei. A négy fő típus közül a forgások vizsgálata inkább csak alkalmilag (például az időtartam méréséhez kapcsolva) fordulhat elő. Ennek ellenére szükségesnek tartjuk megjegyezni, hogy a felső tagozaton fizikából tanítandó forgatónyomaték előjelével való összhang biztosítása

érdekében pozitívnek az óramutató járásával ellentétes irányt célszerű választani. Ez nyilván matematikából a forgásszögek későbbi értelmezése és a derékszögű koordináta-rendszer síknegyedeinek számozása vonatkozásában sem mellékes.

A negatív számok másik három típusú tapasztalati megjelenítése a változások irány és mérték szerinti vizsgálatával és ugyanannak az értéknek többféle előállításával bővül. Például egy változásvizsgálat a pénzhasználat és a kivonás problémaszituációban történő gyakorlásához:

Hogyan és mennyivel változott az ára 1970 és 1980 között az alábbi táblázatban szereplő árucikkeknek?

Az árucikkek megnevezése, jellemzői	Ár, Ft-ban		Változás
	1970	1980	
Cement (pernye, 350-es) 100 kg	97	136	
Citrom (I. oszt.) kg	19	25	
Férfipizsama (puplin) db	194	315	
Férfizokni (szintetikus) pár	32	21	
Női nejlonharisnya pár	34	18	
Nyomott műselyemszövet m	68	53	
Öltönyszövet (nyári jellegű) m	272	221	

Nyilván a „hogyan”-ra a válasz a növekedés (pozitív előjel) és a csökkenés (negatív előjel), a „mennyivel”-re pedig a különbség nagysága.

Negyedik osztályban a vízszintes helyzetű számegyenesen való ábrázolásnak a korábbiaknál már nagyobb hangsúlyt indokolt kapnia. Negyedikben már ugyanazon negatív szám többféle előállítása (de még most is csak tevékenységre alapozva), a hőmérsékletben, a vagyoni helyzetben bevált változásoknak a matematika nyelvén való megfogalmazása (negatív számokat is használva!) is lényegesen gyakoribb tevékenység kell hogy legyen, mint harmadikban. Ezen kívül több olyan feladatot is szükséges megoldatnunk, amelyek annak átgondolását igénylik, miként változik valakinek az anyagi helyzete, ha újabb adósságot szerez, illetve ha harmadik személy rendezte helyette adósságát, azaz „törlik” adósságát.

IRODALOM

- [1] *Balogh Viktória*: A számfogalom kiépítésének feladatai. A Tanító, 1985. 10. szám. 21—24. old.
- [2] *C. Neményi Eszter*: Útmutató az általános iskolai matematika tananyagának korrekciójához 1—4. osztály. Első rész. Országos Pedagógiai Intézet, Budapest, 1986.
- [3] *C. Neményi Eszter*: Útmutató a matematika tananyag korrekciójához. Második rész. A Tanító, 1987. 8. szám. 18—27. old.
- [4] *Fodor Jánosné*: A törtfogalom kialakítása az alsó tagozaton. Köznevelés, 1979. 38. szám. 23—24. old.