IRODALOM

Bódy Gábor: Video és film. in: Videó-Alfa. Szerk.: Márczi Imre és Zelnik József. Múzsák Közművelődési Kiadó, Budapest, 1987.

Ő: Jelentéstulajdonítások a kinematográfiában, in: B.G. 1945–1985. Szerk.: Beke László és Peternák Miklós.

Ő: Elégia in: Kortársunk a film. Szerk.: Dániel Ferenc. Múzsák Közművelődési Kiadó, Budapest é.n.

Erdély Miklós: Művészeti írások, Képzőművészeti Kiadó, Budapest 1991.

Ő: A „Kísérleti" film, Mozgó Film 2., a BBS műhelykiadványa, 1986.

Ő: A filmezés késői fiatalsága. Az underground filmmozgalom kialakulásának társadalmi háttere, Helikon, 1976. 1. sz.

F.I.L.M. A magyar avant-garde film története és dokumentumai. Szerk.: Peternák Miklós. Képzőművészeti Kiadó, Budapest, 1991.

Háy Ágnes: Film-Mozgás-Trükk, Mozgó Film 1., a BBS műhelykiadványa, 1984.

Hegyi Loránd: film/művészet. Kiállítás a magyar kísérleti film történetéből, Filmvilág, 1983. 7. sz.

TAKÁCS GÁBOR
Gelléri Andor Endre Általános Iskola
Budapest

Bűvös négyzetek

Matematikából a tanulás által megszerzendő jártasságok, készségek elvárt szintjének elérése jó néhány számításos feladat megoldását feltételezi. Ez a monotónia veszélyével jár, hiszen a többször ismétlődő tevékenység elveszti pozitív mozgósító erejét, egyre gyengül a tevékenység jellegéből fakadó motiváció. Nyilván az a legjobb, ha a tevékenység tárgya, konkrétan a matematikai probléma, egyúttal a motiváció erősítésének funkcióját is betölti. Ezt az elvárást az összeadás és a kivonás gyakorlásának vonatkozásában jól teljesíthetjük, ha bűvös négyzetek hiányzó adatainak pótlását tűzzük ki feladatul.

Bűvös négyzetnek számok négyzet alakban történő olyan elrendezését nevezzük, amelyben a számok összege minden sor, oszlop és átló mentén ugyanaz. Ez az összeg a bűvös négyzet állandója, a bűvös négyzet valamelyik sorában vagy oszlopában levő számok darabszáma pedig a négyzet rendje. Így pl. egy harmadrendű bűvös négyzet soraiban és oszlopaiban három-három szám van, egy negyedrendűjében négy-négy, és így tovább.

A bűvös négyzetben szereplő számok legalább két összegben fordulnak elő összeadóként, az átlókban elhelyezett számok pedig háromban, mégis egyenlőek ezek az összegek!

A bűvös négyzetekkel való foglalkozás nyomai már az ókorból származó tudománytörténeti leletek között előfordulnak. Mágikus négyzetnek tekintve az i.e. 1100 körül keletkezett „I-csing" nevű könyvben már található egy „bűvös négyzet":

4	9	2
3	5	7
8	1	6

1. ábra

A régi babonás világban titkos varázserőt tulajdonítottak az ilyen számösszeállításoknak, „mágikus négyzetnek” nevezték. Jelentős matematikusok foglalkoztak mágikus négyzetek szerkesztésével. Többek között Stifel (1487?–1567), Adam Riese (1492–1559), Bachet de Méziriac (1587–1638). A mágikus négyzetekkel való foglalkozás gyakorisága a középkor jellemző példája Dürer Albert (1471–1528) magyarországi származású festő „Melankólia” című rézmetszete, amelyen a műszaki és matematikai kutatást megszemélyesítő allegorikus alak feje felett egy „szuper” mágikus négyzet jelképezi talán éppen a matematikát:

16	**3**	**2**	**13**
5	**10**	**11**	**8**
9	**6**	**7**	**12**
4	**15**	**14**	**1**

2. ábra

Ebben a bűvös négyzetben nem csak a sorok, az oszlopok és az átlók összege állandó, hanem például 34-el, a bűvös négyzetek állandójával egyenlő:

a) A négyzet négy sarkában elhelyezett számok összege is:

$16+13+1+4=34.$

b) A négyzetből két középvonala meghúzásával keletkező, négy-négy mezőből álló négy kisebb négyzet számainak összege, valamint a középső négy mezőben levő számok összege is:

$16+3+5+10=34,$

$2+13+11+8=34,$

$9+6+4+15=34,$

$7+12+14+1=34,$

$10+11+6+7=34.$

c) Ha a bűvös négyzet szomszédos oldalainak felezőpontjait összekötjük, az összekötő szakaszok négyzetet alkotnak.

16	**3**	**2**	**13**
5	**10**	**11**	**8**
9	**6**	**7**	**12**
4	**15**	**14**	**1**

3. ábra

Ha e négyzet szemközti oldalai mentén elhelyezkedő számokat összeadjuk, a végeredmény is a bűvös négyzet állandójával egyenlő:

$5+3+14+12=34,$

$9+15+2+8=34.$

Ezek szerint Düres Albert „mágikus négyzetének" állandója a négyzetről valamilyen szabály szerint leolvasható négytagú összegként tizennyolcféleképpen kapható meg. Egyébként a 16 egymást követő számból alkotott bűvös négyzet közel kétezer éve (i.e. I. század) ismert alakja:

1	14	15	4
12	7	6	9
8	11	10	5
13	2	3	16

4. ábra

amelyet Dürer átrendezett, mert így például az alsó sor két középső számát egybeolvasva a rézmetszet keletkezési évszámát (1514) kapjuk.

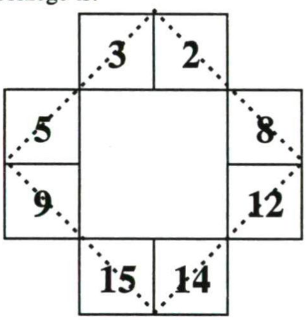
Még néhány érdekes tulajdonság:

a) A két szélső és a két középső sorban levő számok négyzetének összege páronként egyenlő:

$16^2+3^2+2^2+13^2=438$ és $4^2+15^2+14^2+1^2=438$

$5^2+10^2+11^2+8^2=310$ és $9^2+6^2+7^2+12^2=310$

b) A bűvös négyzet szemközti oldalai felezőpontjainak összekötésével kapott négyzet szemközti oldali mentén elhelyezkedő számoknak nemcsak az összege egyenlő, hanem ugyanezen számok négyzeteinek, sőt köbeinek összege is!

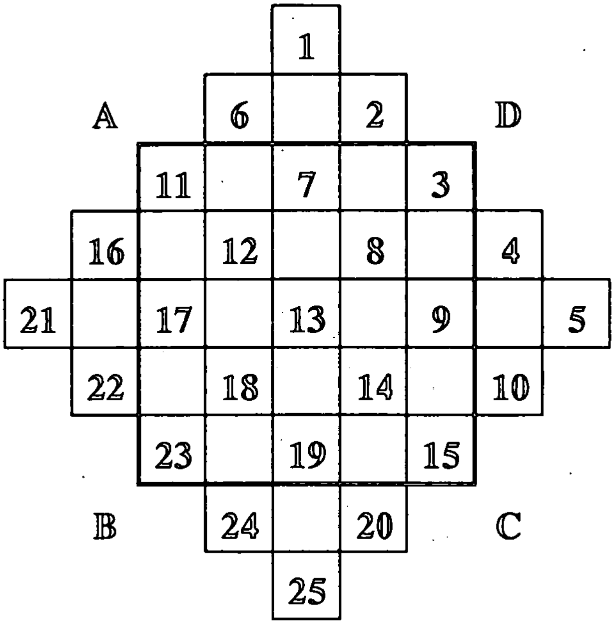


5. ábra

$5^2+3^2+14^2+12^2=374$ és $2^2+8^2+9^2+15^2=374$

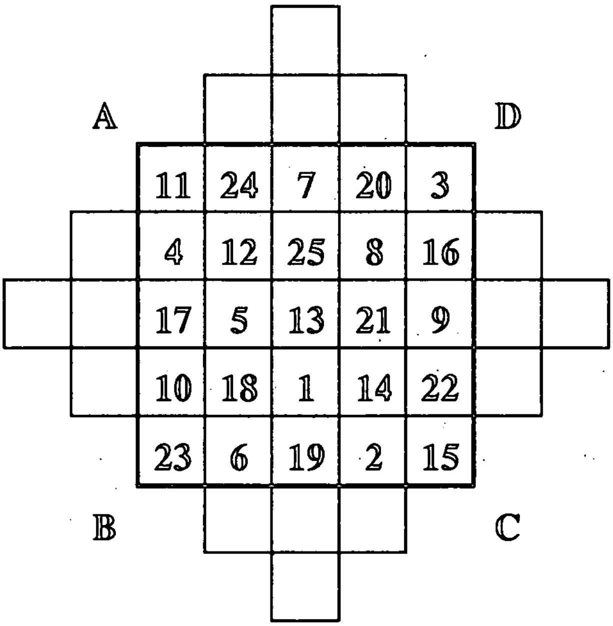
$5^3+3^3+14^3+12^3=4624$ és $2^3+8^3+9^3+15^3=4624$

A bűvös négyzetek készítése legalább két évezrede tartja „bűvkörében" a szórakoztató játékok kedvelőit és a hivatásos matematikusokat. Sokan foglalkoztak, és foglalkoznak még ma is a speciális terület elméleti megalapozásával. Sok jól működő többé-kevésbé általános módszer, eljárás ismeretes a bűvös négyzetek előállítására. A gyakorló tanítók valószínű igényéhez igazodva elegendőnek tartom a teljes elmélet áttekintése nélkül a két legfontosabb típusból egy-egy módszer ismertetését. Páratlan rendű bűvös négyzet készítésére általános és viszonylag egyszerű módszer ismeretes. Ötödrendű négyzeten ismertetem az alkalmazását, de minden nehézség nélkül alkalmazható harmad-, heted-, kilenced-, s más páratlan rendű bűvös négyzetek szerkesztésére is. Az ötödrendű négyzet 25 mezőből áll, csúcspontjait rendre A, B, C, D jelöli az ábrán. A négyzetet az ábrán látható módon mind a négy oldalán egy-egy lépcsős idommal kell kiegészíteni. Az így kapott idomba, jobb felső sorával kezdve, írjuk be az egész számokat 1-től 25-ig, az ábrán látható módon:



6. ábra

Ezt követően azokat a számokat, amelyek az ABCD négyzeten kívülre kerültek, toljuk el saját sorában, illetve saját oszlopában annyi mezővel, amennyi a bűvös négyzet rendszáma. Így például a 16-os a 8-as jobboldalára, a 24-es a 12 fölé, a 10-es a 18 baloldalára, a 2-es a 14-es alá kerül. Valamennyi négyzeten kívüli számot áthelyezve kapjuk a bűvös négyzetet, amelynek állandója 65.



7. ábra

Páros rendű bűvös négyzet készítésére nem ismeretes olyan egyszerű s egyúttal általános módszer, mint a páratlan rendűek esetében. Az általános módszer ismertetése meghaladja e cikk kereteit, ezért csak egy nem túl bonyolult, negyedrendű bűvös négyzet készítésére alkalmas eljárást ismertetek. A negyedrendű bűvös négyzet készítéséhez az egész számokat 1-től 16-ig soronként balról jobbra növekedve helyezzük el a 16 mezőbe úgy, hogy az átlók által érintett mezőbe kerülő számokat meg csökkenő sorrendben írjuk le.

	2	3	
5			8
9			12
	14	15	

8. ábra

16			13
	11	10	
	7	6	
4			1

9. ábra

Így mind a 16 mezőbe került egy-egy szám, mégpedig olyan elrendezésben, hogy ez a négyzet bűvös négyzet:

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

10. ábra

A bűvös négyzetek készítésének ismertetését az egyszerűség kedvéért végeztem az első 25, illetve 16 pozitív egész számmal. E számokat más számokkal is helyettesíthetjük, de csak olyanokkal, amelyek számtani sorozatot alkotnak, azaz a sorozat egymás után következő elemeinek különbsége állandó. A bűvös négyzet invariáns az elforgatással, a tükrözéssel és a négy alapműveletekkel szemben.

Az alapműveletekkel szembeni invariancia azt jelenti, hogy bármely négyzet

- elemeihez ugyanazt a számot hozzáadva,
- elemeiből ugyanazt a számot levonva,
- elemeit ugyanazzal a számmal megszorozva,
- elemeit ugyanazzal a számmal elosztva

újból bűvös négyzetet kapunk, bár a sorok, oszlopok, átlók összege nyilván változik.

Az is bebizonyítható (konkrét bűvös négyzetet tekintve pedig könnyen tapasztalható), hogy páratlan rendű bűvös négyzetek középső mezőjében a bűvös négyzet állandójának és rendszámának hányadosa áll.

Iskolai felhasználás alkalmával a bűvös négyzet mezőibe kerülő számok közül csak annyit célszerű megadnunk a gyerekeknek, amennyi a többi elem kiszámításához minimálisan szükséges. Például harmadrendű bűvös négyzet kilenc eleme közül négyet kell megadni: egy teljes sort (vagy oszlopot vagy átlót) és még egy tetszőlegesen választható elemet.

IRODALOM

1. Dr. Gazsó István - Dr. Mosonyi Kálmán - Dr. Vörös György: A matematika tanítása, Tankönyvkiadó, Budapest, 1979. (2. kiadás) 226-228. o.
2. Korgyemszkij, B.A.: Matematika fejtörők, Gondolat Kiadó, Budapest, 1962. 251-294. o.
3. Ligeti Béla - Mosoni György: Törd a fejed, érdemes! Tankönyvkiadó, Budapest, 1983. (6. kiadás) 83-92. o.
4. Sain Márton: Matematikatörténeti ABC, Tankönyvkiadó, Budapest, 1974. 157-158. o.

NANSZÁKNÉ DR. CSERFALVI ILONA
Kölcsey Ferenc Református Tanítóképző Főiskola
Debrecen

Az élet kertje a 4H programban és a falusi turizmusban

A turizmus fajtáinak, módjainak komoly hagyományai vannak Magyarországon. A két világháború között, a 30-as években elterjedt szokás volt a városi emberek, a középosztály körében, hogy a családok közösen vagy gyermekeiket a cserkészmozgalomhoz kapcsolva, egy-két hetet minden nyáron vidéken töltöttek. Kezdetben a rokonoknál, majd az országszerte sokasodó kínálat lehetővé tette a vidéki élet másfajta megismerését is.

A II. világháború pusztító szele a falusi turizmus hálózatát is elsodorta. Elsősorban a szervezett üdülések kerültek előtérbe, a falvak látogatók nélkül maradtak.

A 90-es évektől egyre többen kezdik feleleveníteni a régi szokásokat. A családok egy része vidéken tölti vakációját, vagy küldi gyerekét a nagyszülők szülőfalujába, hogy megismerkedjenek a hagyományok által megőrzött szokásokkal, tevékenységekkel.

A falusi turizmus kis befektetéssel, ám nagy elhivatottsággal mindenütt beindítható. A 4H klubok kedvező pénzügyi kondícióval tanyát, házat vásárolhatnak. Mezőgazdasági ismereteiket felhasználva farmgazdaságokat hozhatnak létre. Ezekben a vállalkozásokban a már-már elfelejtett mesterségeket, kézműves tevékenységeket mutathatnak be, különböző gyermektáborokat szervezhetnek, vagy elsajátíthatnak különböző termesztési és termelési eljárásokat.

Írásomban ahhoz szeretnék ötleteket adni, hogy a 4H klubok tevékenységükkel, munkájukkal, miként orientálhatják a gyerekek érdeklődését a biokertészet, az élet kertje felé. A kert a természet iskolája. Ebben a gyönyörű tanintézetben sok alázat és fáradság a tandíj. Itt mindig kijavíthatjuk tévedéseinket, a kudarcból is tanulhatunk. Környezeti ártalmak, erdőpusztulás, kihaló élőlények figyelmeztetnek sebezhető mivoltunkra, és arra, hogy számtalan tudománynak a kertművelés gyakorlatában aprópénzre váltott eredményét valós érdekeink és ne csak a jövedelmezőség szempontjai határozzák meg. A kertészkedés nem egzakt tudomány, és az a kertész, aki nem elég rugalmas, kevés sikert könyvelhet el.

A kezdő kertésznek az éves kerti munkák tervezéséhez jó néhány tanácsra van szüksége. Értékes tanácsokkal bizonyára a környék tapasztalt kertészei is szolgálnak, de itt is érvényes: több gyakorlatot, mint elméletet!

Végül is csak a tapasztalat tesz bölccsé.

„Natura sanat". Az ókori bölcsesség szerint a természet gyógyít. Szerencsére nemcsak gyógyít, de gyógyul is. Feladatunk pedig a gyógyulás elősegítése, hogy a rendelkezésünkre álló kis területen megőrizzük a természet évmilliók óta fennálló értékeit, magunk is létrehozva a hasznosság, szépség, egészség harmóniáját, a jövő kertjét.