ennek a közlésmódnak az egyik törekvése az értelmi tényezők hangsúlyozása, ugyanis a költő a világ tárgyi valóságát az értelem és a szellem élességével mutatja be. A tárgyias-intellektuális stílusirányzat sajátossága a tárgyiasságnak és a szellemiségnek a kapcsolata. A kettő egysége kommunikációs kölcsönösségből fakad. A stílus közvetlen formái a jelentéssel függnek össze. Sajátossága ennek az irányzatnak a síkváltás, amikor az egyéni látvány egy-egy részletéből általánosít a költő, majd innen egy átfogó jelentéskörhöz ér. Egyértelmű a „Gyökér"-ben alkalmazott síkváltás: a természet elemeinek a magatartásával, gyáva megnyilvánulásával szembesül az olvasó, majd a gyökér világát látjuk, amely átfogja, behálózza, megőrzi a titkot azokra az időkre, amikor az elkövetett brutalitás a nap világára kerülhet.

Sérko Békesznek, a messzi kurdföld költőjének számos európai nyelven olvasható versei most már magyarul is elérhetőek a „Dalok a vándorúton" című kötet magyarországi alkotói jóvoltából. Érdemes levennünk a polcról s belelapoznunk, hogy újabb ismerősre akadjunk a határtalan költészet jóvoltából, mindeközben erőteljesebb figyelemmel vehetjük szemügyre saját költészetünk forrásvidékeit, össze-összevetve mások irodalmával.

IRODALOM

Békesz, Sérko é. n.: *Dalok vándorúton* (Versek). Kurdból fordította: Deiary Majid és Csala Károly. Sorozatszerkesztő: Simor András. Könyvtárellátó Közhasznú Társaság

H. Tóth István 1998: *Régmúlt kövei között* (Irodalmi feladatgyűjtemény 12 – 13 éves olvasóknak). Mozaik Oktatási Stúdió, Szeged

H. Tóth István–Radek Patloka 2009: *Kettős tükrök* (A stilisztikáról magyarul – a magyarról stílusosan). Egyetemi tankönyv. Károly Egyetem Filozófiai Fakultása, Prága

Kallós Zoltán 1974: *Balladák könyve* (Élő erdélyi és moldvai magyar népballadák). Európa Könyvkiadó, Budapest

Majid, Deijary é. n.: *A költőről. Kurd nép, nyelv, kultúra.* In: Békesz, Sérko é. n.: Dalok vándorúton (Versek). Kurdból fordította: Deiary Majid és Csala Károly. Sorozatszerkesztő: Simor András. Könyvtárellátó Közhasznú Társaság

Ortutay Gyula (szerk.) 1975: *Magyar népdalok.* Szépirodalmi Könyvkiadó, Budapest

Ortutay Gyula–Kríza Ildikó (szerk.) 1976: *Magyar népballadák.* Szépirodalmi Könyvkiadó, Budapest

Szerdahelyi István 1996: *Irodalomelmélet mindenkinek.* Nemzeti Tankönyvkiadó Rt., Budapest

Szerdahelyi István 1997: *Verstan mindenkinek.* Nemzeti Tankönyvkiadó Rt., Budapest

DR. VÁRMONOSTORY ENDRE
főiskolai tanár
SZTE JGYPK Tanító- és Óvóképző Intézet
Matematika Szakcsoport
Szeged

Öröknaptárképlet

Az öröknaptárak arra a kérdésre adnak választ, hogy egy múltbeli vagy egy jövőbeli esemény a hét melyik napján történt vagy történik. Ezek a történések lehetnek például nevezetes történelmi események időpontjai, családtagjaink születési dátumai. Hahn István [1]-ben (158–116.) az öröknaptár-készítés rejtelmeibe vezeti be az olvasót, majd bemutatja az általa készített öröknaptárat. Az itt leírtak a [3]-ban megjelent „Naptárak, időszámítás" című cikk 3.1 pontja alatti, vázlatosan ismertetett anyagát részletezik.

Ebben a dolgozatban egy úgynevezett öröknaptárképletet mutatunk be, amely a Gergely-féle naptárreform bevezetésétől, azaz 1582. október 15-étől érvényes. A [2]-ben a 227. oldalon szereplő öröknaptárképlet bizonyítás nélkül szerepel, amelyet a következő tételben bebizonyítunk. A tétel kimondása előtt szükségünk lesz a következő jelölésekre:

N(ap): hányadik napról van szó az adott hónapban,
H(ónap): a hónapok sorszáma (március = 1, április = 2, május = 3, június = 4, július = 5, augusztus = 6, szeptember = 7, október = 8, november = 9, december = 10, január = 11, február = 12),
S(zázad): az évszázad sorszáma,
E (évek száma): az évszázadon belüli évek száma,
d (a hét napja): a hét napjainak sorszáma (vasárnap = 0, hétfő = 1, kedd = 2, szerda = 3, csütörtök = 4, péntek = 5, szombat = 6),
s(szökőév vagy nem szökőév): szökőévben s = 1, nem szökőévben s = 0.

Az a valós szám egész részét jelöljük [a]-val.
Legyen m adott egész szám és a, valamint b tetszőleges egész számok. Azt mondjuk, hogy a kongruens b-vel modulo m, ha m osztója az a-b-nek. Jelölése: $a \equiv b \pmod{m}$.

Ekkor megfogalmazhatjuk a következő tételt:

Tétel. $d \equiv N + [2{,}6H - 0{,}2] + E + \left[\frac{E}{4}\right] + \left[\frac{S}{4}\right] - 2S - (1+s)\left[\frac{H}{11}\right] \pmod{7}$

A kongruencia 1582. október 15-ére és minden 1582. október 15-e utáni dátumra teljesül, ha a gregorián naptárt használjuk.

Megjegyzés. A tételben szereplő kongruenciát öröknaptárképletnek nevezzük.

Bizonyítás. A bizonyítás teljes indukcióval történik.

I. Igazoljuk, hogy a tétel igaz 1582. október 15-e esetén. Ebben az esetben behelyettesítés után felírhatjuk a következő kongruenciát:

$$d \equiv 15 + [2{,}6 \cdot 8 - 0{,}2] + 82 + \left[\frac{82}{4}\right] + \left[\frac{15}{4}\right] - 2 \cdot 15 - \left[\frac{8}{11}\right] \pmod{7}.$$

A műveleteket elvégezve kapjuk, hogy $d \equiv 5 \pmod{7}$. Amiből d = 5 adódik. Tehát a képlet szerint 1582. október 15-e péntekre esett, ezt a Gergely pápa által kiadott pápai bulla meg is erősíti.

II. Tegyük fel, hogy valamelyik dátumra igaz a képlet.
Belátjuk, hogy a képlet egy nappal későbbi dátumra is igaz.

A bizonyítás során a következő eseteket kell megkülönböztetnünk:

a) Nem változik az évszázadok, az évek és a hónapok sorszáma, a napok száma változik.
b) Nem változik az évszázadok és az évek sorszáma, de a napok, hónapok sorszáma változik.

c) Az évszázadok sorszáma változatlan marad, de változik az évek, hónapok, napok sorszáma.
d) Minden változik, azaz az évszázadok, az évek, a hónapok és a napok sorszáma is.
a) Ha csak a napok sorszáma változik, akkor egy adott rögzített napra felírható kongruencia:

$$d \equiv N+[2{,}6H-0{,}2]+E+\left[\frac{E}{4}\right]+\left[\frac{S}{4}\right]-2S-(1+s)\left[\frac{H}{11}\right](\bmod 7).(*)$$

Az ezt követő napra felírható a következő kongruencia:

$$d+1 \equiv N+1+[2{,}6H-0{,}2]+E+\left[\frac{E}{4}\right]+\left[\frac{S}{4}\right]-2S-(1+s)\left[\frac{H}{11}\right](\bmod 7).(**)$$

Mivel a (*) kongruenciából úgy kapjuk meg a (**) kongruenciát, hogy a (*) mindkét oldalához 1-et hozzáadunk, ezért igaz az állítás.

b) Ebben az esetben a napok és hónapok sorszáma változik, de az évek és az évszázadok sorszáma nem. Ekkor az egyik hónapról a másikra történő átlépést kell vizsgálnunk. Ez 12 esetet foglal magában, hiszen most a december 31-éről január 1-jére történő átlépést nem vizsgáljuk. (Ekkor az évek sorszáma is változna!). Másrészt vizsgálnunk kell a februárból márciusba történő átlépést szökőévben és nem szökőévben egyaránt.

Vezessük be a $K=E+\left[\frac{E}{4}\right]-2S+\left[\frac{S}{4}\right]$ jelölést, ami most nem változik, állandó.

1. Ebben az esetben január 31-éről lépünk át február 1-jére. Január 31-ére felírhatjuk a következő kongruenciát:

$$d \equiv 31+[2{,}6\cdot 11-0{,}2]+K-(1+s)\left[\frac{11}{11}\right](\bmod 7).$$

Az összevonások elvégzése után a következő kongruenciát kapjuk:

$$d \equiv K+2-s(\bmod 7). \qquad (*)$$

Február 1-jére felírhatjuk a következő kongruenciát:

$$d+1 \equiv 1+[2{,}6\cdot 12-0{,}2]+K-(1+s)\left[\frac{12}{11}\right](\bmod 7).$$

Az összevonások elvégzése után a következő kongruenciát kapjuk:

$$d+1 \equiv K+3-s(\bmod 7).(**)$$

Mivel (*)-ból következik a (**), ezért a tétel állítása ebben az esetben igaz.

2. Most nem szökőévben lépünk februárból márciusba. Február 28-ára felírható a következő kongruencia:

$$d \equiv 28+[2{,}6\cdot 12-0{,}2]+K-(1+0)\left[\frac{12}{11}\right](\bmod 7).$$

Összevonás után kapjuk a következőt: $d \equiv K+2(\bmod 7)$. (*)

Március 1-jére felírhatjuk a következő kongruenciát:

$$d+1 \equiv 1+[2{,}6\cdot 1-0{,}2]+K-(1+0)\left[\frac{1}{11}\right](\mathrm{mod}\,7),\text{ azaz } d+1 \equiv K+3(\mathrm{mod}\,7).(**)$$

Mivel a (*) kongruenciából következik a (**) kongruencia, ezért a tétel állítása ekkor is igaz.

3. Ebben az esetben szökőévben lépünk februárból márciusba. Ekkor február 29-ére felírható a következő kongruencia:

$$d \equiv 29+[2{,}6\cdot 12-0{,}2]+K-(1+1)\left[\frac{12}{11}\right](\mathrm{mod}\,7),\text{ azaz } d \equiv K+2(\mathrm{mod}\,7).\quad (*)$$

Március 1-jére felírhatjuk a következő kongruenciát:

$$d+1 \equiv 1+[2{,}6\cdot 1-0{,}2]+K-(1+1)\left[\frac{1}{11}\right](\mathrm{mod}\,7),\text{ azaz } d+1 \equiv K+3(\mathrm{mod}\,7).(**)$$

Mivel (*) kongruenciából következik (**), ezért a tétel állítása most is igaz.

A továbbiakban könnyen ellenőrizhetjük, hogy a március 31-éhez tartozó kongruenciákból következik az április 1-jéhez tartozó kongruencia, és így tovább. Végül a november 30-ához tartozó kongruenciából is következik a december 1-jéhez tartozó kongruencia. (Ezeket a számításokat a fentiekhez hasonlóan könnyen ellenőrizhetjük.)

c) A következőkben azt az esetet vizsgáljuk, amikor az évek, hónapok, napok sorszáma változik, csak az évszázadok sorszáma nem. Ekkor a következő 3 esetet különböztetjük meg:

1. Nem szökőévekből lépünk nem szökőévbe.
2. Nem szökőévből lépünk szökőévbe.
3. Szökőévből lépünk nem szökőévbe.

Mivel az évszázadok sorszáma nem változik, ezért a c) eset vizsgálatánál vezessük be az $L=\left[\frac{S}{4}\right]-2S$ jelölést, amely most állandó.

1. Most azt az esetet vizsgáljuk, amikor nem szökőévből lépünk nem szökőévbe. Mi történik, ha E. év december 31-éről lépünk E+1. év január 1-jére, ahol sem az E., sem az E+1. év nem szökőév. Ekkor az E. év december 31-ére felírható a következő kongruencia:

$$d \equiv 31+[2{,}6\cdot 10-0{,}2]+E+\left[\frac{E}{4}\right]+L-(1+0)\left[\frac{10}{11}\right](\mathrm{mod}\,7),\text{ amiből a}$$

$$d \equiv E+\left[\frac{E}{4}\right]+L(\mathrm{mod}\,7)\ (*)\text{ adódik.}$$

Az E+1. év január 1-jére a következő kongruencia írható fel:

$$d+1 \equiv 1+[2{,}6\cdot 11-0{,}2]+E+1+\left[\frac{E+1}{4}\right]+L-(1+0)\left[\frac{11}{11}\right](\mathrm{mod}\,7),\text{ azaz}$$

$$d+1 \equiv 1+E+\left[\frac{E+1}{4}\right]+L(\mathrm{mod}\,7).(**)$$

Mivel sem az E. év, sem az E+1. év nem szökőév, ezért 4 nem osztója sem az E-nek, sem a nála 1-gyel nagyobb E+1-nek, így $\left[\frac{E}{4}\right]=\left[\frac{E+1}{4}\right]$. Mindezekből következik, hogy ha a (*) kongruencia teljesül, akkor a (**) kongruencia is teljesül, azaz a tétel állítása ebben az esetben teljesül.
A 2. és 3. eset bizonyítása az előző esethez hasonlóan történik.

d) A következő két esetben azt vizsgáljuk, amikor egyik évszázadból lépünk a következő évszázadba. Itt meg kell jegyeznünk, hogy a gregorián naptár szerint a kerek évszázadok közül csak a 4-gyel oszthatók a szökőévek. (Így pl. az 1900 nem szökőév, de a 2000 szökőév!) A következő eseteket különböztetjük meg:

1. Nem szökőévből lépünk nem szökőévbe.
2. Nem szökőévből lépünk szökőévbe.

1. Az S. sorszámú évszázad 99. évének december 31-éről lépünk S+1. sorszámú évszázad 0. sorszámú évének január 1-jére. Az S. évszázad 99. évének december 31-ére felírható a következő kongruencia:
$d \equiv 31+[2{,}6\cdot 10-0{,}2]+99+\left[\frac{99}{4}\right]+\left[\frac{S}{4}\right]-2S-(1+0)\left[\frac{10}{11}\right] \pmod 7$, amiből adódik, hogy $d \equiv 4+\left[\frac{S}{4}\right]-2S \pmod 7$. (*)

Az S+1. sorszámú évszázad 0. sorszámú évének január 1-jére a következő kongruenciát írhatjuk fel:
$$d+1 \equiv 1+[2{,}6\cdot 11-0{,}2]+0+\left[\frac{0}{4}\right]+\left[\frac{S+1}{4}\right]-2(S+1)-(1+0)\left[\frac{11}{11}\right] \pmod 7,$$
azaz $d+1 \equiv 5+\left[\frac{S+1}{4}\right]-2S \pmod 7$. (**)

Mivel S+1. sorszámú évszázad 0. éve nem szökőév, ezért 4 nem osztója S+1-nek, tehát $\left[\frac{S}{4}\right]=\left[\frac{S+1}{4}\right]$. A (*) kongruenciából következik a (**), tehát a tétel állítása ebben az esetben teljesül.

2. Az S. sorszámú évszázad 99. évének december 31-éről lépünk S+1. sorszámú évszázad 0. sorszámú évének január 1-jére. Az S. évszázad 99. évének december 31-ére felírható a következő kongruencia:
$$d \equiv 31+[2{,}6\cdot 10\text{-}0{,}2]+99+\left[\frac{99}{4}\right]+\left[\frac{S}{4}\right]-2S-(1+0)\cdot\left[\frac{10}{11}\right] \pmod 7$$
amiből adódik, hogy $d \equiv 4+\left[\frac{S}{4}\right]-2S \pmod 7$. (*)

Az S+1. sorszámú évszázad 0. (szökő)évének január 1-jére a következő kongruenciát írhatjuk fel:

$$d+1 \equiv 1+[2{,}6\cdot 11-0{,}2]+0+\left[\frac{0}{4}\right]+\left[\frac{S+1}{4}\right]-2(S+1)-(1+1)\left[\frac{11}{11}\right](\text{mod}\,7),$$

azaz

$$d+1 \equiv 4+\left[\frac{S+1}{4}\right]-2S(\text{mod}\,7).(**)$$

Mivel S+1. sorszámú évszázad 0. sorszámú éve szökőév, ezért 4 osztója S+1-nek, amiből következik, hogy $\left[\frac{S}{4}\right]+1=\left[\frac{S+1}{4}\right]$. Azaz a (*) kongruenciából következik a (**), tehát a tétel állítása ebben az esetben teljesül.

Ezzel a bizonyítást befejeztük.

Módszertani megjegyzések

Ha egy középiskolás a teljes indukciós bizonyítási módszert és a kongruencia fogalmát ismeri, akkor a fenti bizonyítást megérti, sőt a bizonyítás egyes részeit önállóan is el tudja végezni.

A tételbeli kongruencia érvényessége helyett azt is kérdezhetjük, hogy az $N+[2{,}6H-0{,}2]+E+\left[\frac{E}{4}\right]+\left[\frac{S}{4}\right]-2S-(1+s)\left[\frac{H}{11}\right]$ kifejezés 7-tel osztva mennyi maradékot ad. Ekkor – pl. az 1948. március 15-e dátum jelzőszámait behelyettesítve e kifejezésbe – meg tudjuk állapítani, hogy az így adódó számnak 7-tel osztva a maradéka 3, ami azt jelenti, hogy ez a történelmi esemény szerdára esett. Ugyanígy állapítható meg a születési dátumból az előző módszerrel, hogy az illető a hét melyik napján született.

Hetedik, nyolcadik osztályos általános iskolai tanulókkal külön foglalkozáson az öröknaptár lehetőségeit vizsgáltuk, és az előző kifejezésbe közösen behelyettesítve, a születési dátumuk jelzőszámaiból közösen megállapítottuk azt, hogy az egyes tanulók a hét melyik napján születtek. Tapasztalatom szerint a tanulók ilyen kérdések iránt érdeklődnek, másrészt így a matematika egyik gyakorlati alkalmazásával is megismerkednek.

IRODALOM

[1] Hahn István: Naptári rendszerek és időszámítás. Gondolat Kiadó, 1983.

[2] Niven-Zuckerman: Bevezetés a számelméletbe. Műszaki Kiadó, 1978.

[3] Vármonostory Endre: Naptárak, időszámítás. Módszertani Közlemények, 2009. 49. évf. 2. sz.