

A Szendrei János Matematika Verseny feladatai

Előző cikkünkben [1] részletesen beszámoltunk az SZTE Juhász Gyula Pedagógusképző Kar Tanító- és Óvóképző Intézetének Matematika Szakcsoportja által 2010. november 12-től 14-ig rendezett országos matematika versenyről, amelyen 11 tanítóképző intézmény 45 versenyzője vett részt. A versenyen a tanítóképzős hallgatók két kategóriában versenyeztek. Matematikából az alapképzésben résztvevők egyéni, illetve csapatversenyben, míg a matematika műveltségi területen hallgatók csak egyéni versenyben mérték össze tudásukat. Az egyes intézmények 4 alapképzésben részt vevő hallgatót indíthattak. A csapatverseny eredményét a részt vevő 4 fő 3 legjobb dolgozatának összpontszáma határozta meg. A verseny két részből állt: részletes kidolgozást igénylő feladatokból és tesztkérdésekből, amelyek megoldására a versenyzők 2-2 órát kaptak. A kétféle feladattípus megoldása között 15 perc szünetet tartottunk. A versenyfeladatok mindkét típusát a zsűri elnöke, dr. Lajkó Károly főiskolai tanár (Nyíregyházi Főiskola Matematika és Informatika Intézet) állította össze.

Részletes kidolgozást igénylő feladatok

1. Egy papírlapra rajzolt derékszögű koordináta rendszer első negyedében elhelyezünk egy egységnégyzet alapú festékes szivacsot, hogy alapjának két oldala illeszkedik a két tengelyre. A szivacsot eltoljuk jobbra négy egységgel az x tengely mentén, majd négy egységgel felfelé az y tengellyel párhuzamosan, végül visszatoljuk a kezdő helyzetébe, miközben az alaplap középpontja az első negyed szögfelezőjén mozog. Hány területegységet színeztet be a szivacs a papírlapon?

2. Az 1, 2 és 3 számokkal jelölt golyók egy dobozban vannak. Egy golyót kihúzunk, felírjuk a számát, majd visszatesszük a dobozba. Ezt még kétszer megismételjük. (Minden golyót, minden alkalommal azonos valószínűséggel húzunk ki.) Ha a felírt számok összege 6, akkor mennyi a valószínűsége, hogy mindíg a 2-es számmal jelölt golyót húzzuk ki?

3. Sanyi, Kati és Évi futóversenyt rendeznek. Egy helyről, egyszerre indulnak, és mindegyikük állandó sebességgel fut. Amikor Sanyi célba ért, Katinak még 300 méter, Évinek pedig 400 méter volt hátra. Amikor Kati célba ért, Évi 110 méterre volt a céltől. Milyen hosszú távon rendezték meg a versenyt?

4. Az $ax^2 + bx + c = 0$ egyenlet együtthatói egész számok. Lehet-e az egyenlet $D = b^2 - 4ac$ diszkriminánsa 123? És 125?

5. Határozza meg az $(x^2 - x - 1)^{x+2} = 1$ egyenlet megoldásait!

6. Egy szabályos sokszög oldalai 8 egység hosszúak. A sokszög átlóinak száma 6-tal több, mint az oldalak számának négyszerese. Mekkora a sokszög leghosszabb és legrövidebb átlója? Adja meg a pontos értékeket is!

Tesztkérdések

1. Egy társaságban 10 nő és 12 férfi van. A nők átlagéletkora 32, a férfiaké 34 év. Mennyi a társaságban lévők átlagéletkora?

- (A) $33\frac{1}{11}$ (B) 33 (C) $32\frac{9}{11}$ (D) $33\frac{3}{22}$

2. Az f függvényre teljesül, hogy $f(x^2 + 1) = x^4 + 5x^2 + 2$, akkor mivel egyenlő $f(\sqrt{2})$?

- (A) 4 (B) $4 + \sqrt{2}$ (C) $3\sqrt{2}$ (D) 6

3. Ha a, b konstansok, és minden valós x esetén $(x + 2)(x + b) = x^2 + cx + 6$, akkor mivel egyenlő c ?

- (A) 3 (B) -2 (C) 1 (D) 5

4. Milyen számjegyre végződik a $7^{2010} + 3^{2010}$ összeg?

- (A) 6 (B) 3 (C) 2 (D) 8

5. Mivel egyenlő az $1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 2009 \cdot 2^{1005} \cdot 1005!$ szorzat?

- (A) 2008! (B) 2010! (C) $(2008!)^2$ (D) 2009!

6. Egy pénztárcában 50, 100 és 200 forintos érmék vannak. Kétszer annyi 100-as, mint 50-es, és háromszor annyi 200-as, mint 100-as. Mennyi a tárcában lévő lehetséges pénzösszeg?

- (A) 1350 Ft (B) 2950 Ft (C) 4350 Ft (D) 5400 Ft

7. Egy számtani sorozat első négy tagja $a, x, b, 5x$, akkor mivel egyenlő $\frac{a}{b}$?

- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $-\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{2}{3}$

8. Mennyi a $\sqrt[4]{x} = \frac{12}{7 - \sqrt[4]{x}}$ egyenlet gyökeinek az összege?

- (A) -330 (B) 337 (C) 0 (D) 339

9. Melyik a legnagyobb n természetes szám, amelyre $n^{200} < 5^{300}$?

- (A) 10 (B) 9 (C) 11 (D) 12

10. Az a és b pozitív számok, hogy $a^b = b^a$ és $b = 9a$, akkor mennyi a értéke?

- (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\sqrt[9]{9}$ (C) $\sqrt[3]{9}$ (D) $\sqrt[3]{3}$

11. Mennyi az $(1 - \frac{1}{2^2}) \cdot (1 - \frac{1}{3^2}) \cdot (1 - \frac{1}{4^2}) \cdots (1 - \frac{1}{100^2})$ szorzat értéke?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{100}{201}$ (C) $\frac{101}{200}$ (D) $\frac{99}{200}$

12. Béla 1 millió forintot fektetett részvényekbe, melynek értéke az első évben 40%-kal nőtt, a második évben 30%-kal csökkent, majd a harmadik évben 70%-kal nőtt. Sándor az 1 millió forintját kötvénybe fektette, melynek hozama minden évben 20% volt. Mennyi a harmadik év végén Béla és Sándor tőkéjének különbsége?

- (A) -62.000 Ft (B) 0 Ft (C) 62.000 Ft (D) 100.000 Ft

13. Hány gyöke van az $x^2 = |x + 4|$ egyenletnek?

- (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4

14. Egy négyzet alakú, kilenc egybevágó négyzetre osztott céltáblára 3 nyilat dobtunk, melyek három különböző négyzetbe találnak (mindegyik négyzetbe azonos eséllyel). Mi a valószínűsége annak, hogy a három négyzet egy sorban vagy egy oszlopban vagy egy átlóban van?

- (A) $\frac{2}{21}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{3}{42}$ (D) $\frac{1}{10}$

15. Mekkora az 5, 12, 13 egységnyi oldalú háromszög legnagyobb szöge?

- (A) 60° (B) 75° (C) 80° (D) 90°

16. Ha $\sin x = 3 \cos x$ ($x \in]0, \frac{\pi}{2}[$), akkor mennyi $\sin x \cos x$?

- (A) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{3}}{10}$ (C) $\frac{3}{10}$ (D) $\frac{1}{3}$

17. Az AB szakasz egy 2 egység sugarú kör átmérője és egy ABC egyenlő oldalú háromszög oldala. A kör az AC oldalt a D , a BC oldalt az E pontban metszi. Mennyi az AE szakasz hossza?

- (A) $\sqrt{3}$ (B) $2\sqrt{3}$ (C) $\frac{10}{3}$ (D) $2 + \sqrt{3}$

18. Egy téglatest felszíne 48 cm^2 , éleinek összege 13 cm. Hány cm hosszú a testátló?

- (A) 10 (B) 11 (C) $8\sqrt{2}$ (D) $6\sqrt{3}$

19. A c egy konstans. Az $y = x - 2$ és $y = 3 - cx$ egyenesek (x, y) metszéspontja akkor és csak akkor van az első negyed belsejében, ha

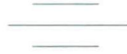
- (A) $c > -1$ (B) $0 < c < \frac{2}{3}$ (C) $c < \frac{2}{3}$ (D) $-1 < c < \frac{3}{2}$

20. Mennyi a $\sqrt{11-6\sqrt{2}} + \sqrt{11+6\sqrt{2}}$ összeg pontos értéke?

- (A) 6 (B) $2\sqrt{11}$ (C) 10 (D) 22

IRODALOM

[1] Vármonostory Endre: Beszámoló a Szendrei János Matematika Versenyről, Módszertani Közlemények, 2011/1.



ÁCS KATALIN

tanár

Egry József Általános Iskola és Alapfokú Művészetoktatási Intézmény
Keszthely

A Balaton szerelmese: Egry József (Ünnepi műsor)

Iskolánkban minden évben megemlékezünk Egry Józsefről, hiszen ő intézményünk névadója. Ebben az évben, június 19-én lesz a festő halálának 60. évfordulója, így még aktuálisabb ez az emlékműsor.

