Bibliographie

Hans Richter, Wahrscheinlichkeitstheorie (Die Grundlehren der Mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Bd. 86), XII + 435 Seiten, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1956.

Before the publication of this work there was no text-book in German introducing the reader to modern probability theory. The main purpose of the author was to fill this gap. Thus he mainly aims at discussing the fundamental chapters of the theory.

His book differs from other books on probability before all in paying special attention to the connection between the mathematical and intuitive concept of probability. The second and a part of the third chapter are devoted to this question. Chapter 3 deals also with conditional probability, Bayes' theorem and some other notions.

From Chapter 5 on the book is based entirely on measure theory. (All what is necessary from measure theory and integration theory is expounded in chapters 1 and 4.) Chapter 5 deals with random variables, distribution and density functions, characteristic functions etc. Chapter 6 is devoted to special distributions, especially to those occuring in mathematical statistics. In Chapter 7 theorems concerning sequences of independent random variables, as the zero-one law the laws of large numbers, the law of iterated logarithm and the central limit theorem is discussed.

The whole book is written in a very precise form. It contains also some excercises together with their solutions.

P. Révész (Budapest)

C. F. Gauß, Gedenkband anläßlich des 100. Todestages am 23. Februar 1955. Herausgegeben von H. Reichardt. III + 251 Seiten, Leipzig, Teubner Verlag, 1957.

Die Herausgeber haben sich das Ziel gesetzt, die Universalität des Genies von Gauss in mehreren unabhängigen, sich mit Hauptgebieten des Gaußschen Lebenswerkes beschäftigenden Abhandlungen darzustellen. Es folgen nach einem Vorwort und einführenden bzw. historischen allgemeinen Betrachtungen weitere neun Essais über die Arbeiten in Bezug auf Zahlentheorie, Algebra, Differentialgeometrie, Grundlagen der Geometrie, Funktionentheorie, reelle Analysis, Wahrscheinlichkeitsrechnung, Astronomie und Geodäsie, einige Teile der Physik — aus den Federn deutscher und sowjetischer Mathematiker.

Die Prachtausstellung ist dem Anlaß und dem reichen, gut illustrierten Inhalt des Bandes angemessen.

Miklós Mikolás (Budapest)

Loo-keng Hua, Additive Primzahltheorie, VI + 174 Seiten, Leipzig, Teubner Verlagsgesellschaft, 1959.

Das vorliegende Buch ist der Untersuchung des Waring—Goldbachschen Problems und eines verwandten Gleichungssystems mit Primzahlen als Unbekannten von speziellem Charakter gewidmet.

Im ersten, größeren Teil des Buches — in zehn Kapiteln von zwölf — wird das Waring—Goldbachsche Problem betrachtet. Verf. stellt, mit Hilfe eines, dem Leser ohne Beweis mitgeteilten, Siegel—Walfiszschen Satzes, für die Anzahl der Lösungen des genannten Problems eine asymptotische Formel auf. Das Hauptglied dieser Formel enthält als einen Faktor die singuläre Reihe. Die eigentliche Schwierigkeit liegt im Nachweis der Positivität dieser Reihe. Verf. zeigt, daß im Spezialfall $f(x) \equiv x^k$ die singuläre Reihe positiv ist. Dadurch wird es ihm ermöglicht, eine Menge wichtiger Folgerungen abzuleiten, von denen wir nur den bekannten Satz von Vinogradov hervorheben möchten, laut dessen sich jede hinreichend große ungerade Zahl als eine Summe von drei Primzahlen darstellen läßt.

In nachstehenden Kapiteln des Buches werden die gewonnenen Resultate durch stärkeren ersetzt. Um jene zu erzielen, führt Verf. den Begriff der exponentiellen Dichte ein. Mit Hilfe dieser kann man auf $H(k) \sim 4k \log k$ schließen, wo $H(k)$ die kleinste natürliche Zahl s von der Beschaffenheit bedeutet, daß jede hinreichend große Zahl einer arithmetischen Progression, deren Differenz von k abhängt, eine Summe von s k-ten Primzahlpotenzen ist.

Die zwei letzten Kapitel behandeln das erwähnte Gleichungssystem. Verf. zeigt, daß es stets eine Lösung in Primzahlen besitzt, wenn nur „die Bedingung der Lösbarkeit in positiven Zahlen" nebst „der Bedingung der Lösbarkeit als Kongruenz" erfüllt sind. Man überzeugt sich leicht, wie Verf. bemerkt, daß auch Gleichungssysteme von viel allgemeinerem Charakter mit Hilfe der verwendeten Methoden sich behandeln lassen.

Verf. baut sein Buch ohne Benützung analytischer Hilfsmittel auf. Das gelingt ihm durch Verwendung des erwähnten Siegel—Walfiszschen Satzes. Die Resultate, die im Buche dargestellt sind, stammen hauptsächlich vom Verf. selbst, und sind durch die vom Verf. verschärften Methode von Vinogradov erzielt.

Diese Monographie von Loo-keng Hua ist ein sehr anregendes Lesestück und ein wahrer Gewinn für die mathematische Literatur.

K. Corrádi (Budapest)

Proceedings of the International Congress of Mathematicians, 14—21 August 1958, edited by **J. A. Todd,** F. R. S., LXIV + 573 pages, University Press, Cambridge, 1960.

The volume contains the official record of the 1958 Congress in Edinburgh, including the reports on the work of the two Fields medallists of the Congress: K. F. Roth and R. Thom (written by H. Davenport and H. Hopf, respectively). It follows the text of addresses given by invitation of the Programme Committee: 17 one-hour and 34 half-hour addresses (of the 19 + 37 read at the Congress). Short communications, read in the section meetings, are mentioned only by title: abstracts of them were printed in a volume issued to members during the Congress.

On the whole, the volume gives an impressive cross-section of the immense variety, and at the same time of the unity, of present day mathematical research work done throughout the world.

Béla Sz.-Nagy (Szeged)

Paul B. Fischer †, Arithmetik, 3. Auflage (Sammlung Göschen, Band 147), 152 Seiten, Berlin, Walter de Gruyter & Co., 1958.

Obwohl die erste Auflage dieses Büchleins 1938 erschienen ist, ist es auch noch heute ein nützliches Lehrbuch, welches u. a. einen Überblick über die Geschichte und eine systematische Entwicklung der Zahlenbegriffe gibt, die Quaternionen mit inbegriffen. In einem Anhang werden die arithmetischen und geometrischen Reihen, die Zinseszins- und Rentenrechnung, und die Elemente der Kombinatorik behandelt.

J. Szendrei (Szeged)

Friedrich Bachmann, Aufbau der Geometrie aus dem Spiegelungsbegriff (Grundlehren der math. Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Bd. 96), XIV + 311 Seiten, mit 160 Abbildungen, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1959.

Nach dem Vorwort des Buches wird in diesen Vorlesungen „ein Aufbau der *ebenen metrischen Geometrie* entwickelt, bei dem von den Spiegelungen und der von den Spiegelungen erzeugten *Bewegungsgruppe* systematisch Gebrauch gemacht wird". Der Urkeim dieses Gedankens ist in den von J. Bolyai stammenden *absoluten Sätzen* enthalten. Seine Ausarbeitung begann jedoch erst mit dem 1907 publizierten berühmten Werke von J. Hjelmslev, in dem die Spiegelung bei der Grundlegung der Geometrie eine führende Rolle erhielt. Das Bestreben zu einer Verknüpfung der Theorie der Bewegungsgruppen der Ebene mit der Hjelmslevschen Grundlegung, sowie das Bestreben zu Verallgemeinerungen wurde während eines halben Jahrhunderts zur Quelle einer ausgedehnten Literatur. Das vorliegende Buch kann — abgesehen von einigen neueren noch offenen Fragen — als ein Schlußstein zu dieser Literatur angesehen werden.

Der Gedankengang der Grundlegung der metrischen Geometrie in diesem Werke ist der folgende:

Die metrische Ebene ist die Gesamtheit von Punkten und Geraden, die ein Axiomensystem A befriedigen. Das vom Verfasser angegebene Axiomensystem besteht aus Axiomen der Inzidenz, der Orthogonalität und der Spiegelung, insgesamt aus $3+3+2=8$ Axiomen. Die Abbildungen einer metrischen Ebene auf sich, die als Produkte von Spiegelungen auf Geraden darstellbar sind, werden Bewegungen genannt; ihre Gruppe heißt die Bewegungsgruppe der metrischen Ebene.

Man betrachte eine (abstrakte) Gruppe $\mathfrak{G}$, die ein aus involutorischen Elementen bestehendes invariantes Erzeugendensystem $\mathfrak{S}$ hat, und die Menge $\mathfrak{U}$ aller involutischer Elemente von $\mathfrak{G}$, die als Produkte von zwei Elementen aus $\mathfrak{S}$ darstellbar sind. Der Autor gibt ein aus 5 Axiomen bestehendes Axiomensystem B, betreffend die Elemente von $\mathfrak{S}$ und $\mathfrak{U}$, und betrachtet die Gruppen, in denen diese Axiome gelten. Ist insbesondere $\mathfrak{G}$ die Bewegungsgruppe einer dem Axiomensystem A genügenden Ebene, so genügt sie auch dem Axiomensystem B, wenn für $\mathfrak{S}$ die Gesamtheit der Geradenspiegelungen genommen wird; $\mathfrak{U}$ ist dabei die Gesamtheit der Punktspiegelungen. Aus diesem Grund nennt man die Elemente von $\mathfrak{S}$ bzw. $\mathfrak{U}$ auch im allgemeinen *Geraden-* bzw. *Punktspiegelungen.*

Die durch B bestimmte Theorie nennt der Autor die *ebene metrische Geometrie.* Da dieses Axiomensystem keine besondere Forderung über die Parallelität enthält, benützt der Autor auch die Benennung: *ebene absolute Geometrie.* Diese Geometrie ist aber von wesentlich allgemeinerer Natur, als die absolute Geometrie im klassischen Sinne und, da sie auch die Axiome der Anordnung und die Postulation der freien Beweglichkeit vermeidet, gestattet auch Ebenen, die aus Punkten und Geraden in endlicher Anzahl bestehen. Die absolute Ebene kann mittels Einführung von weiteren Axiomen derart spezialisiert werden, daß die euklidische, die hyperbolische, bzw. die elliptische Geometrie gewonnen wird.

Hierauf beweist der Autor, daß jede metrische Ebene in eine sogenannte *projektiv-metrische Ebene* eingebettet werden kann. Die Begründung der ebenen metrischen Geometrie erhält einen Abschluß durch das *Haupt-Theorem:* Die Bewegungsgruppen, welche dem Axiomensystem B genügen, sind als Untergruppen von Bewegungsgruppen projektiv-metrischer Ebenen darstellbar.

Wir wollen den reichen Inhalt des Buches nicht weiter detaillieren, nur zählen wir zur Orientierung die Titel der Kapitel auf: I. Einführung, II. Metrische (absolute) Geometrie, III. Projektiv-metrische Geometrie, IV. Euklidische Geometrie, V. Hyperbolische Geometrie, VI. Elliptische Geometrie. Wir erwähnen noch, daß im Anhang des Buches auch einige bis heute offene Problemkreise (besonders das Umkehrproblem des Haupt-Theorems) skizziert werden.

Franz Kárteszi (Budapest)

LIVRES REÇUS PAR LA RÉDACTION

H. Arzeliès, Milieux conducteurs ou polarisables en mouvement, XLIV + 347 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1959. — 58 NF

N. Bourbaki, Eléments de mathématique XXVI, Groupes et algèbres de Lie, Chapitre I: **Algèbres de Lie** (Actualités sci. et ind., 1285), 142 pages, Paris, Hermann, 1960. — 21 NF

J. W. S. Cassels, An Introduction to the Geometry of Numbers (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften in Einzeldarstellungen, Bd. 99), VIII + 344 Seiten, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1959. — DM 69, —

R. Garnier, Cours de mathématiques générales, Tome IV, VI + 275 pages, Paris, Gauthier-Villars, 1959. — 45 NF

J. Horn—H. Wittich, Gewöhnliche Differentialgleichungen, 6. Auflage (Göschens Lehrbücherei, I. Gruppe, Reine und angewandte Mathematik, Bd. 10), 275 Seiten, Berlin, Walter de Gruyter & Co., 1960. — DM 32, —

D. A. Kappos, Strukturtheorie der Wahrscheinlichkeitsfelder und -Räume (Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete, neue Folge, Heft 24), IV + 136 Seiten, Berlin—Göttingen—Heidelberg, Springer-Verlag, 1960. — DM 21,80

H. Meschkowski, Ungelöste und unlösbare Probleme der Geometrie, VIII + 168 Seiten, Braunschweig, F. Vieweg, 1960. — DM 19,80

A. Monjallon, Introduction aux mathématiques modernes, 180 pages, Paris, Librairie Vuibert, 1960. — 20 NF

Proceedings of Symposia in Applied Mathematics, Vol. 9, **Orbit Theory,** edited by **G. Birkhoff** and **R. E. Langer,** V + 195, Providence, American Mathematical Society, 1959. — $ 7,20

O. Zariski, Introduction to the Problem of Minimal Models in the Theory of Algebraic Surfaces (Publications of the Mathematical Society of Japan, No. 4), VII + 89, Tokyo, The Mathematical Society of Japan, 1958. —