

emelje. A levegőt magával vivő csikbogáron megfigyeltem, milyen nagy erővel rugtat a víz alá, sőt vízínövények közé búvik.)

Amikor aztán megtelt a harang levegővel, befarol a harangba (ott vannak a légzőnyílásai) és így lesi áldozatait. — Mi történik idővel a harang levegőjével? (Elfogy az oxigén és szén-savval telik meg.) Mit fog most csinálni? (Újat épít.) Nem épít bizony újat, hanem szellőztet, még pedig olymódon, hogy a harang tetejét kirágja. (A benyomuló víz a rossz levegőt kiszorítja.) S most mit fog csinálni? (Ismét beragasztja és telehordja újra levegővel.) (Táblai rajz.)

A *madarász pók*. A földkerekség legnagyobb pókja. A forró égöv fáiin leskelődik támadó színének leple alatt a földkerekség legkisebb madaraira: a kolibrikra. Ez a készítmény (kép) azt a jelenetet tárja elénk, mint öli meg a virágmézet és virágporgyűjtő gyanútlan kis madárkát. — Pár évvel ezelőtt banánszállítmánnyal Budapestre is eljutott egy élő példány, de bármennyire gondozták, pár nap múlva csak elpusztult.

Jeges Sándor

## Mennyiségtan

### Az egyenlet

Alapfogalmak. Néhány egyszerűbb egyenlet megoldási módja.

(Tanítás a IV. fiúosztályban. Egy óra anyaga)

#### I. Alapfogalmak nyujtása.

1. Az idekészített mérleg serpenyőibe súlyokat fogok helyezni. A baloldali csészébe egy 20 dkg-ost és egy 2 dkg-ost tesztek. Hogy az egyensúly helyreálljon, a jobboldali csészébe két 10 és két 1 dkg-ost helyezek. A mérleg egyensúlyban van, mert a két csészében egyenlő súlymennyiségek vannak. Irjuk fel részletesen az egyes csészékben lévő dkg-ok számát:

$$20 + 2 \qquad 2 \cdot 10 + 1 + 1$$

Mit tehetünk e két egyenlő mennyiség közé? (Egyenlőségi jelet.) Hogy hívjuk az ilyen kifejezést? (Egyenlőségnek.)

$$20 + 2 = 2 \cdot 10 + 1 + 1 \quad \dots \quad \text{egyenlőség.}$$

2. Vegyünk egy algebrai és egy megadott számot, pl.  $a$ -t és  $2$ -t. Képezzük e két szám összegét és különbségét!  $a + 2$ ,  $a - 2$ . Fejezzük ki ezek szorzatát!  $(a + 2) \cdot (a - 2)$ . E kifejezés már ismerős előttetek. Mivel lesz egyenlő?

$$(a + 2) \cdot (a - 2) = a^2 - 4$$

Ez is egyenlőség! Helyettesítsünk  $a$  helyébe 3-, 4- és 5-öt.

$$\begin{array}{lll} (3+2).(3-2) = 9-4 & \text{azaz} & 5 \cdot 1 = 5 \\ (4+2).(4-2) = 16-4 & \text{azaz} & 6 \cdot 2 = 12 \\ (5+2).(5-2) = 25-4 & \text{azaz} & 7 \cdot 3 = 21 \end{array}$$

Az egyenlőség tehát mindhárom esetben igaz. És ha  $a$  helyébe más értéket helyettesítenénk? (Akkor is igaz marad.) Ez könnyen belátható, hiszen a kijelölt szorzást elvégezve, a jobboldali mennyiséget kapjuk: az utóbbi az előbbiből következik. Az ilyen egyenlőséget *azonosság*nak nevezzük. A két mennyiség lényegében ugyanaz.

$$(a+2).(a-2) = a^2 - 4 \quad \dots \quad \text{azonosság.}$$

Az előbbi egyenlőség is az.

3. Térjünk most ismét vissza mérlegünkhöz. Itt láthattok két egyenlő súlyú tárgyat. (Az egyiket a mérleg bal, a másikat a mérleg jobb serpenyőjébe helyezem.) Egyelőre csak annyit tudunk róluk, hogy súlyuk egyenlő, de hogy valójában milyen nehezek, azt még nem tudjuk. Hogy szoktuk jelölni az ismeretlen mennyiségeket? Az aránypárnál is tanultátok? ( $x$ -szel.) Tehát a tárgyak súlya külön-külön  $x$  dkg. Helyezzük mindkettőt a bal serpenyőbe; mennyi súly van most ebben? ( $2x$ ) Tégy a jobb serpenyőbe 20 dkg-ot. Ez sok, de azért hagyjuk benne. Tégy a  $2x$ -hez 10 dkg-ot. Most meg a bal serpenyő a nehezebb! Tégy a jobb serpenyőbe addig súlyokat, amíg az egyensúly helyreáll! Hány dkg. kellett? (2) Mi következik abból, hogy egyensúly van? (A két serpenyőben egyenlő súlymennyiségek vannak.) Irjuk fel ezt!

$$2x + 10 = 20 + 2$$

Ez is egyenlőség. A jobboldal értéke 22. Mennyinek kell a baloldalnak lennie? Vajjon  $x$  értéke mennyi lehet?

Ha  $x$  egyenlő lenne 4-gyel, akkor a baloldal 18 lenne,  
 ha  $x$  egyenlő lenne 5-tel, akkor a baloldal 20 lenne,  
 ha  $x$  egyenlő lenne 6-tal, akkor a baloldal 22 lenne.

A helyes érték tehát:  $x = 6$ . Lehet-e  $x$  helyébe más értéket tenni? Győződjünk meg erről a mérlegen is. Ha kiveszem a tárgyakat, hány dkg-ot kell helyettük a mérlegre tennem? Próbáld meg! A mérleg egyensúlyban marad! — Ez az egyenlőség tehát csak egy esetben igaz: ha  $x = 6$ . Az ilyen egyenlőség neve: *egyenlet*.

$$2x + 10 = 20 + 2 \quad \dots \quad \text{egyenlet.}$$

Milyen számok szerepelnek ebben az egyenletben? (Ismert és ismeretlen számok.) Mi tehát az egyenlet? (Olyan egyenlőség, melyben ismeretlen és ismert számok szerepelnek és amely csak akkor marad igaz, ha az ismeretlen helyébe megfelelő értéket helyettesítünk.)

Hány ismeretlen szerepel egyenletünkben? Az ilyen egyenlet neve: *egyismeretlenű egyenlet*. Hogy hívják vajjon azt az

egyenletet, melyben két ismeretlen szerepel? És amelyben három? Ilyenek:

$$\begin{array}{ll} x + 4y - 18 = 2,8 & \text{kétismeretlenű egyenlet.} \\ 45 - 3x = 3(y + z) + 12 & \text{háromismeretlenű egyenlet.} \end{array}$$

Egy másik felosztás:

$$\begin{array}{ll} 2x + 10 = 20 + 2 & \text{elsőfokú egyenlet.} \\ 4x^2 + 20 = 140 + 20 & \text{másodfokú egyenlet.} \end{array}$$

Az ismeretlenek számát és hatványát tekintve, milyen legelső egyenletünk? (Elsőfokú egyismeretlenű egyenlet.)

A következőkben ilyen egyenletekkel foglalkozunk.

Elsőfokú egyismeretlenű egyenletre vezet pl. a következő feladat is:

Ha valamely számhoz 4-et adunk, ez összeget megszorozzuk 3-mal és belőle 2-t kivonunk, 12 kétszeresénél 1-gyel többet kapunk.

Írjuk fel ezt egyenlet formájában:

$$(x + 4) \cdot 3 - 2 = 12 \cdot 2 + 1$$

Az egyenletnek két oldala van. Hogy hívják ezeket? (*Bal- és jobboldal.*) Mennyi a jobboldal értéke? (25) Mennyinek kell a baloldalnak lennie? (25-nek.) Mennyi lehet  $x$  értéke?

$$\begin{array}{ll} x \neq 4, \text{ mert} & 22 \neq 25. \\ x = 5, \text{ mert} & 25 = 25, \\ x \neq 6, \text{ mert} & 28 \neq 25. \end{array}$$

Az ismeretlen értéke tehát csak 5 lehet. Ezt úgy szokták mondani, hogy az *egyenlet gyöke*  $x = 5$ . Ha ezt az értéket  $x$  helyébe behelyettesítjük, azonosságot kapunk. Mi tehát az egyenlet gyöke? (Az az érték, mely az ismeretlen helyébe behelyettesítve, az egyenlet két oldalát egyenlővé teszi.)

## II. Néhány egyszerű egyenlet megoldási módja.

Ezt az egyenletet találgatással oldottuk meg. Ha azonban az egyenlet alakja nem ilyen egyszerű, akkor a találgatás nagyon hosszú ideig tarthat. Ezért arra fogunk törekedni, hogy az egyenletet valami pontos eljárással oldjuk meg. Ez az eljárás abban áll, hogy az egyenletet addig alakítjuk, amíg az egyik oldalon csak az ismeretlen mennyiség, a másik oldalon pedig csak az ismert mennyiség áll.

Térjünk vissza ismét mérlegünkhöz. Tégy mindkét serpenyőbe 1 kg-ot! A mérleg egyensúlyban van, mert mindkét oldalon egyenlő mennyiségek vannak. Tégy az egyes serpenyőkbe még 10 dkg-ot. Mit tapasztalsz? Végy el mindkét serpenyőből 5 dkg-ot! Mi történt? Mi történik, ha a serpenyőkben lévő súlyokat megkétszerezem, megfelezem? *Szabály:* az egyenlőség tehát nem változik, ha mindkét oldalához ugyanannyit hozzáadok, ha mindkét oldalából ugyanazt kivonom, ha mindkét ol-

dalt ugyanazon számmal megszorozom, vagy elosztom. — Ezt jegyezzétek meg jól, mert ezen alapszik az egyenlet átalakítása, tehát megoldása is.

1. Melyik az a szám, amelyhez 12-t adva, 25-öt kapunk?  
Jelöljük az ismeretlen számot  $x$ -szel, akkor:

$$x + 12 = 25$$

Hogyan érhetjük el, hogy a baloldalon csak  $x$  maradjon magában? A baloldalból el kell venni 12-t. Jó lesz ez így? (A jobboldalból is el kell venni 12-t.) Tehát:

$$\begin{aligned} x + 12 &= 25 \\ x + 12 - 12 &= 25 - 12 \\ x &= 25 - 12 \\ x &= 13 \end{aligned}$$

2. Melyik az a szám, amelyből 7-et elvéve, 21 marad? Hogy fog szólni az egyenlet?

$$x - 7 = 21$$

Ismét azt szeretném, hogy a baloldalon csak  $x$  álljon. Hogy érem ezt el? (Ha a baloldalhoz hozzáadok 7-et.) Mire kell vigyázni? Tehát:

$$\begin{aligned} x - 7 &= 21 \\ x - 7 + 7 &= 21 + 7 \\ x &= 21 + 7 \\ x &= 28 \end{aligned}$$

Hasonlítsuk össze mindkét példánál az első és a harmadik sort.

$$\begin{array}{rcl} x + 12 = 25 & & x - 7 = 21 \\ x = 25 - 12 & & x = 21 + 7 \end{array}$$

Mindkét esetben az első sorban ugyanazon számok szerepelnek, mint a másodikban. Mi történt azonban a 12, ill. a 7 előjelével? Az első sorban mindkettő a baloldalon volt, a második sorban már a jobboldalon. Milyen szabályt olvashatunk ki ebből? (Valamely mennyiséget szabad az egyik oldalról ellenkező jellel átvinni a másik oldalra.) Valójában nem visszük át a mennyiséget a másik oldalra, hanem az egyenlet mindkét oldalából kivonunk, ill. hozzáadunk valamilyen számot. Ez azonban úgy tűnik fel, mintha átvinném a mennyiséget ellenkező előjellel a másik oldalra. Szabad majd azt mondanotok, hogy valamilyen mennyiséget átviszünk ellenkező előjellel a másik oldalra, de mindig gondolatok arra, hogy itt tulajdonképpen hozzáadásról, ill. kivonásról van szó.

3. Melyik az a szám, amelyből 56-ot, elvéve 203-at kapok? Ki tudja az egyenletet leírni és megoldani? Halljuk!

$$\begin{aligned} x - 56 &= 203 \\ x &= 203 + 56 \\ x &= 259 \end{aligned}$$

4. Ha 93-hoz hozzáadok egy számot, 15-öt kapok.

$$\begin{aligned}93 + x &= 15 \\ x &= 15 - 93 \\ x &= \underline{-78}\end{aligned}$$

5. Ha 54-ből 18-at elveszek, ugyanannyit kapok, mintha egy ismeretlen számhoz 5-öt hozzáadnék.

$$\begin{aligned}54 - 18 &= x + 5 \\ 54 - 18 - 5 &= x \\ 31 &= \underline{x}\end{aligned}$$

III. *Összefoglalás.* Miről tanultunk a mai órán? Mi az egyenlet? Milyen számok szerepelnek az egyenletben? Hogy hívjuk azt az értéket, amely az egyenletet kielégíti? Milyen egyenletek vannak? Melyikről tanulunk? Mikor nem változik az egyenlőség? Stb.

IV. *Házi feladat kijelölése.*

Krix Márton

## Természetan

### Tábla és tanulófüzet a fizikatanításban

A gyakorló iskola látogatói mindig érdeklődéssel és kíváncsisággal forgatják tanulóink füzetait, gyakran hosszabb időre kölcsön is kérnek közülük egyet-egyét. A tanárjelölteknek is nem legkisebb problémája a helyes táblahasználat, ami a tanulók füzetének képét kívánja meghatározni.

Ez a felmerült szükséglet keltette életre a földrajzban Kendoff Károly kartársunk földrajzi vázlatait, valamint Jeges Sándor gyakorló polg. isk. tanár természetrajzi rajzfüzetét. Ez az oka annak, hogy szükségét érezzük a tábla és tanulófüzet fizikai használatának megbeszélését is, miután ebben a tárgykörben is nagy a bizonytalanság. e téren.

»Kísérleteztető fizikatanítás« c. könyvemben röviden vázoltam egyéni felfogásomat a tábla és tanulófüzet használatáról. De úgy látom, hogy e kérdés bővebb megvilágítására van szükség, ami azután egységesebbé tegye a tábla és füzet használatát a fizikában.

Bizonyos, hogy minden szónál többet érne, ha a tanárjelölteknek, vagy a probléma iránt érdeklődő kartársainknak már kész, a fizika egész polgári iskolai anyagát felölelő mintalapokat nyújtanánk. Folyóiratunk terjedelme ezt természetszerűleg nem engedi meg. Ez a tanárjelöltek használatára szánt gyűjtemény most van sajtó alatt. Itt csak arra szorítkozhatunk, hogy megbeszéljük a fizikai vázlatok célját, ennek alapján a vázlatok