hogy Syracusae városát megsegítse a karthágóiak ellen. (Térkép.) Kedvezett-e ez a vállalkozása Rómának? (Igen, mert távollétében a rómaiak új erőt gyűjtöttek s a visszatérő Pyrrhust Beneventumnál (Térkép.) 275-ben döntőleg megverték, mire sietve el is hagyta Itáliát.) Hogyan nyilatkozott Pyrrhus a rómaiakról? („Ilyen katonákkal meghódítanám a világot.“)

Mi lett a sorsa Tarentumnak? (Várát a rómaiak lerombolták, fegyvereit és hajóit elvették. Igy került a város Dél-Itáliával együtt Róma hatalmába.)

Minek köszönhette, fiúk, végső sikerét Róma? (Polgárai áldozatkészségének, hazaszeretetének, csüggedéstől mentes, szilárd kitartásának.) Milyen gondolatot ébreszt mindez bennetek? (Trianoni nehéz helyzetünkben nekünk sem szabad csüggednünk, hanem Istenbe és saját erőnkbe vetett hittel és reménynyel kell a jövőbe tekintenünk.)

Irjátok fel most munkanaplótokba a hallottak vezérszavait!

Itália meghódítása. — Samnitek (Kr. e. 342—290.); Abruzzok; Capua. — Tatius. — Caudium.

Caudiumi iga. — Tarentum. — Pyrrhus: Kr. e. 282—272.

Pyrrhusi győzelem. — Kineas. — Appius Claudius. — Syracusae. — Beneventum: Kr. e. 275.

III. *Befejezés.* a) *Összefoglalás.* Miről tanultunk a mai órán? — Beszélj a samnit háborúkról. — Mi lett e szívós néppel folytatott háborúk eredménye? Mit tudsz Tarentumról? — Kihez fordultak segítségért a tarentumiak? — Milyen cél vezette Pyrrhust? — Beszélj Pyrrhus hadjáratáról! — Minek köszönhette Róma végső győzelmét? — Milyen terület urává lett ezek után Róma?

b) *Szemléltetés.* Mint külső szemléltetési eszközök szerepelnek a tanítás közben felhasznált térkép mellett a Ribári-világtörténet vonatkozó képei.

c) *Lecke-feladás.* Tanuljátok meg a következő órára Itália meghódítását! Munkanaplótokban Itália vázlatos térképébe jegyezzétek be a mai leckével kapcsolatos helyneveket!

K. Bedekovich Lajos.

Mennyiségtan.

A gömb.

Tanítás a polgári fiuiskola II. osztályában.

II. rész.

III. óra. *A házi feladat számonkérése.* Utánna a megbízott tanulók jelentik, hogy rossz (lyukas) gummilabdát és narancsot hoztak magukkal. (Ez utóbbit a tanár is behozhatja.)

Tárgyalandó anyag az órán. A gömb hálójának megszerkesztése gömbkétszögekből. A gömb felszínének meghatározása zsinórozási eljárással. A formula (szabály) megállapítása és megrögzítése. Egy-két feladat megbeszélése.

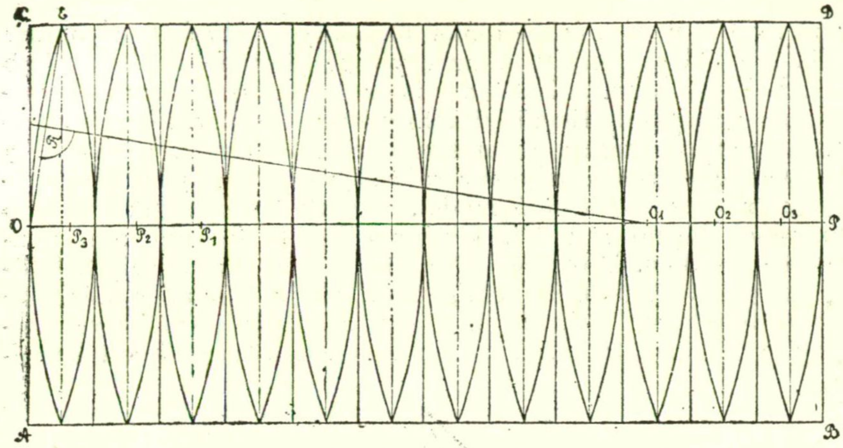
A tárgyalás menetének mozzanatai.

A henger, a kúp (és az eddig tanult összes testek) lapjaikkal teljesen a síkba teríthetők. Hálózataik tehát pontosan megrajzolható. Tegyünk próbát, hogy gummilabdánknak még egy kis része sem fekszik le teljesen a síkra. Most fejtsük le késsel a narancs héját. E végből először a két egymásra merőleges főkör (egy vízszintes és függőleges) mentén négy részre, majd az így kapott részeket még 3—3 cikkre bontva, 12 cikkre vágtuk szét a narancs héját. A lehámozás után a cikkeket próbáljuk az asztal lapjára nyomni. Azok sem símulnak teljesen az asztallapjához. — Eszerint a gömb lapját a síkba nem lehet pontosan kiteríteni. Tehát síkrészekből a gömb hálózatát sem tudjuk pontosan megrajzolni. (Ami bizonyos, hisz a gömb felületén nem tudtunk egyenes vonalat húzni.)

Most vegyünk elő egy kb. 8 cm. átmérőjű tömör fagolyót. Megközelítő hálóját 12 gömbkétszögből már eleve elkészítettük. Néhány helyen ragasszuk is rá ezt a papír-hálózatot a gömb felületére. A tanulók látják, hogy a gömböt megközelítőleg sikerült beborítanunk. Egyben a tanulók azt is észreveszik, hogy a gömb hálózata ugyanolyan cikkeket mutat, mint amikor a narancs héját 12 cikkben lehámoztuk. Ezek a cikkek a *gömbkétszögek.* (Megmondjuk, miért.) Ha elég vékonyak, a síkba is elég jól lefekszenek. Szerkesszük meg tehát ezt a megközelítő gömbhálózatot. A gömbkétszögek köröskörül teljességgel a gömb főkörén (egyenlítőjén) helyezkedtek el, csúcsaikkal alul és felül a gömb sarkait érintették. *A hálózat megszerkesztése* végett tehát egy olyan téglalapot kell rajzolnunk, melynek alapja a gömb főkörének, magassága a gömb főkörének félhosszával egyenlő. Ebbe a téglalapba, ha azt az alapra merőleges osztóvonalakkal 24 egyenlő részre felosztjuk, a 12 gömbkétszöget szabadkézzel is berajzolhatjuk. — (Vázlatrajz a táblán.)

A gömb hálózatának pontosabb megszerkesztését többféle módon végezhetjük. Egyik eljárás a következő: (1. ábra.) Láttuk már, hogy az előállítandó gömbkétszögeket egy olyan téglalapba kell berajzolnunk, melynek alapja a gömb főkörének hosszával, magassága a főkör félhosszával egyenlő. Eszerint, ha egy 8 cm. átmérőjű gömböt bevonó hálózatot akarunk megszerkeszteni, akkor a téglalap alapja ($3.14 \times 8 = 25.12$) kereken 25.1 cm, magassága pedig 12.5 cm lesz. Osszuk fel most már a téglalapot 12 egyenlő részre és húzzuk meg az így kapott téglalapok függőleges középvonalait is. A feladat most az lesz, hogy a 12 téglalapba a középvonalak végpontjain átmenő és az azzal párhuzamos oldalakat középen érintő két körívet szerkesszünk.

Az első körív középpontját az OE húr felezési pontjában emelt merőlegesnek és az A B C D téglalap O pontjából húzott középvonalnak metszéspontja (O_1) sugarát pedig az OO_1 távolság adja. — A megrajzolandó körívek

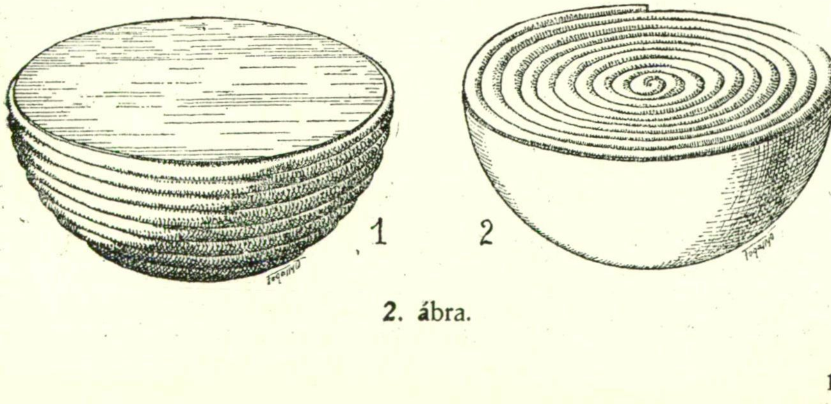


1. ábra.

sugarának hosszát ismerve, a többi körív megrajzolása az O_1, O_2, O_3, ... illetőleg a P_1, P_2, P_3 .... pontokból könnyen elvégezhető. Mutassuk meg a tanulóknak a szerkesztés módját, rajzoljunk meg néhány körívet. A szerkesztést a tanulók otthon házi feladatként fejezzék be.

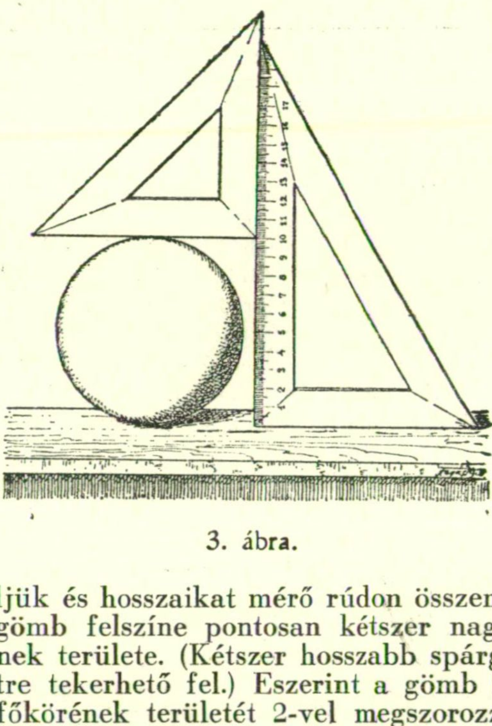
(Itt megjegyezzük, hogy a gömb hálózatának pontosabb megszerkesztését el is hagyhatjuk, megelégedhetünk azzal is, hogy a tanulók a gömbkétszögeket a kis téglalapokba a már jelzett módon szabadkézzel rajzolják be. Erre azonban a helyes szemlélet miatt feltétlenül szükség van. Semmiképpen sem indokolt, hogy a hálózatról éppen a gömbnél, — ahol a kérdés bonyolultabb, — említést ne tegyünk. Talán a szögletes testeknél kell egy-két hálózatra kevesebb időt fordítanunk s az így nyert időt itt kell megtakarítanunk.)

A továbbiakban *a gömb felszínét* kell kiszámítanunk. Kézenfekvő eljárás az volna, hogy az általunk már felmutatott (előre elkészített) gömbkötszögekből formált hálózat területét igyekeznénk kiszámítani. Ez azonban itt nehéz feladat lenne. Azért a gömb felszínének kiszámítására más módszerhez, az ú. n. *zsinórozási eljáráshoz* folyamodunk. (2. ábra.) Iskolánknak



2. ábra.

van egy 16 cm. átmérőjű tömör fagömbje, mely két félgömbre válik szét. Most vonjuk be az egyik félgömb felületét a gömb sarkából kiindulva spirálisan, viasszal átdörzsölt, egyenlő vastagságú spárgával (függönyt felhúzó zsinór) úgy, hogy a spárgatekervények szépen egymás mellett haladjanak. (Célszerű a tekervényeket egyes helyeken rajzszögekkel a félgömb faanyagához erősíteni.) Hasonló módon vonjuk be a másik félgömb főkörének lapját is a kör középpontjából kiinduló koncentrikus menetekben. Most megkérdezzük a tanulókat, melyik felület nagyobb. A tanulók találgatnak. Hogy lehetne a kérdésre pontos feladatot adni. Mérjük össze a félgömb felületére, illetőleg a főkörre feltekert zsinór hosszát. (Evégből a tekervé-



3. ábra.

nyeket leszedjük és hosszaikat mérő rúdon összemérjük.) Eredmény: a félgömb felszíne pontosan kétszer nagyobb, mint a gömb főkörének területe. (Kétszer hosszabb spárga kétszer nagyobb felületre tekerhető fel.) Eszerint a gömb felszínét megkapjuk, ha főkörének területét 2-vel megszorozzuk. Az egész gömb felszíne viszont a főkör területének négyszerese lesz. Megrögzítve:

$$F(\text{gömb}) = \text{főkör}^{t} \,.\, 4$$

$$F(\text{gömb}) = \boxed{r.\ r.\ 3{\cdot}14} \,.\, 4$$

A tanulók megállapítják, hogy a gömb felületének kiszámításához csak a gömb sugarát kell ismernünk. A gömb sugarát (átmérőjét) közvetlenül nem tudjuk megmérni. Az *átmérő megmérése* a fenti ismert eljárással történhetik. — (3. ábra.)

Összefoglalás. A gömb hálója pontosan nem szerkeszthető meg. A hálózat megközelítő megszerkesztése gömbkétszögekből. Az eljárás módja. A gömb felszínének meghatározása zsinórozási eljárással. A gömb átmérőjének (sugarának) megmérése.

Egy-két probléma megbeszélése.

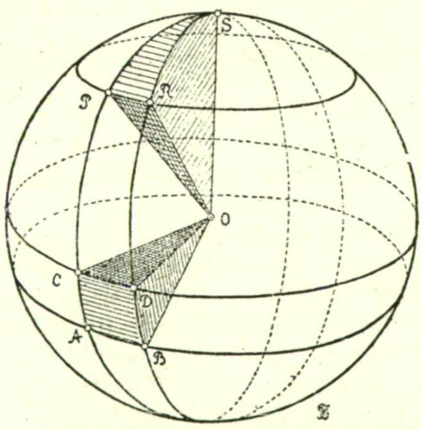
1. Iskolai nagy fehérre festett fagömbünknek a fenti módon megmértük az átmérőjét és azt 40 cm.-nek találtuk. Számítsuk ki a bemázolt felület nagyságát.

2. Cukorspárgával megmértük iskolai földgömbünk egyenlítőjének hosszát és azt 68 cm.-nek találtuk. Mennyi iskolai földgömbünk felszíne?

A számításokat a megbeszélés után a tanulók otthon házi feladatként végzik el.

IV. óra. *A házi feladat számonkérése. Tárgyalandó anyag az órán:* A gömb köbtartalma gúlák összegezésével. A köbtartalom meghatározása henger-, kúp- és félgömbalakú rézedényeink űrtartalmainak összehasonlítása folytán. Egy-két probléma megbeszélése.

Iskolai földgömbünkön a délkörök és szélességi körök négyszögalakú, a sarkoknál pedig köröskörül háromszögalakú területeket zárnak be. (4. ábra.) Ezek a négyszögecskék és háromszögecskék, ha a gömbön számtalan (pl. 10.000) ilyen idomocskát származtatnánk, alakra és nagyságra úgyszólván semmiben sem különböznek egymástól. Ha az idomok csúcspontjait a gömb középpontjával összekötve gondoljuk, olyan gúlákat kapunk, melyeknek a magassága a gömbsugár.



4. ábra.

A *gömb köbtartalmát* most már kiszámítani annyit tesz, mint az így származtatott gúlácskák köbtartalmát összeadni.

Egy gúla köbtartalma: $\frac{a_t \cdot m}{3}$, pl. 10.000 gúláé:

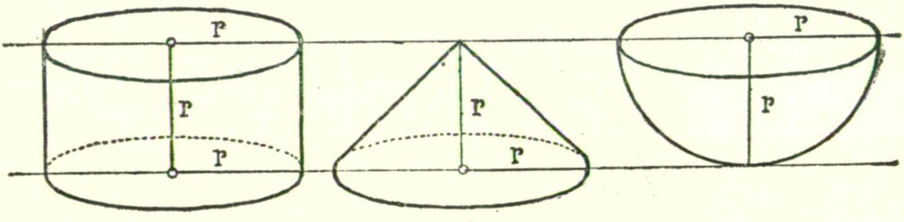
$$\frac{\boxed{10000 \cdot a_t} \cdot r}{a} \quad \text{de: } 10000 \cdot a_t = F(\text{gömb})$$

s így a gömb köbtartalma:

$$K(\text{gömb}) = F \cdot \frac{r}{3} \text{ (Szavakban.)}$$

A gömb köbtartalmát összehozó kis gúlácskák szemléltetésére iskolánknak külön szemléltető eszköze van. Esztergályossal mintegy 10 cm. sugárú üres (8 mm vastagságú) félgömböt esztergályoztatunk. A félgömb falába a vízszintes és függőleges átmérők irányában kisebb lyukakat fúratunk s azokba erősebb (vastagabb) kötőtűk végeit beledugjuk. A gömb középpontjában a két kötőtű metszéspontjában kössük össze egy csúcsban a gömb felületén felvett 2—3 kis négyszög csúcspontjaiban fúrt nyílásokon áthúzott vékony (színes) zsinegeket, melyek után a gúlaalakokat valóságos térbeli formájukban előállítottuk. (Nagyon fontosnak tartom, hogy a tanulóknak az érintett gúlákról reális szemléletük legyen.)

De *a gömb köbtartalmának meghatározása* a következő módon is igen tanulságos, ha nem is olyan szemléletes. Erre a célra iskolánknak három (henger-, kúp- és félgömbalakú) rézedénye van. (5. ábra.) Ezek közül az első kettőt a tanulók már jól ismerik. Most bemutatjuk a félgömböt is. Az asztalon a három



5. ábra.

edényt egymásmellé helyezzük, mely után összeméréssal megállapítjuk, hogy a három edény alapterülete egyenlő (az átmérő 15 cm.), továbbá, hogy a három edénynek a magassága szintén egyenlő, s olyan nagy, mint az edényekhz tartozó alapkörök sugara (7.5 cm). Most hasonlítsuk össze a három edény űrtartalmát. A tanulók már tudják, hogy a kúp harmada a hengernek. Ezt mérés alapján annak idején már megállapították. Most a félgömb és a kúp űrtartalmát kell összehasonlítanunk. A tanulók találgatnak. A kúpot megtöltjük szitált, száraz homokkal és tartalmát a félgömbbe átöntjük. Pontosan kétszer tudjuk a kúppal a félgömböt megtölteni. A félgömb köbtartalma tehát a kísérletnél felhasznált kúp köbtartalmánál pontosan kétszer nagyobb.

Irjuk fel a szemlélet eredményét.

$$K(\text{kúp}) = \frac{7{\cdot}5 \,.\, 7{\cdot}5 \,.\, 3{\cdot}14 \,.\, 7{\cdot}5}{3}$$

vagy, ha 7·5 helyett r-et írunk:

$$K(\text{kúp}) = \frac{r.\ r.\ 3{\cdot}14.\ r}{3}$$

Eszerint a félgömb köbtartalma:

$$K(\text{félgömb}) = \frac{2\,.\,r.\ r.\ 3{\cdot}14.\ r}{3}$$

és az egész gömbé:

$$K(\text{gömb}) = \frac{4.\overline{|\ r.\ r.\ 3{\cdot}14.\ |}\,.\,r}{3}$$

De *r* a gömb sugarát is jelenti, eszerint felismertetés után felírhatjuk, hogy:

$$K(\text{gömb}) = F\,.\,\frac{r}{3}.$$

Összefoglalás: Áttekinthetjük az eredményeket és az eredményekhez vezető utakat.

Feladatok. 1. Számítsuk most már ki, mennyi víz férne bele a múlt órán bemutatott nagy fehér fagömbünkbe. (Az átmérőjét két derékszögű háromszög segítségével a múlt órán megmértük.) Mondjuk el a számítás menetét. Becsüljük meg a várható eredményt.

2. Egy másik probléma megbeszélése. Számítsuk ki odahaza, hogy fel tudnánk-e emelni egy méter magas parafagömböt. (A fizikából tanultuk, hogy a parafa fajsúlya kereken $^1/_4$.) Mondjuk el a számítás menetét, becsüljük meg a várható eredményt. A feladatokat házi feladat gyanánt dolgozzák ki odahaza részletesen. A tanításnál szereplő rajzok pontosabb kidolgozása és a megfelelő papírberagasztások is odahaza végzendők.

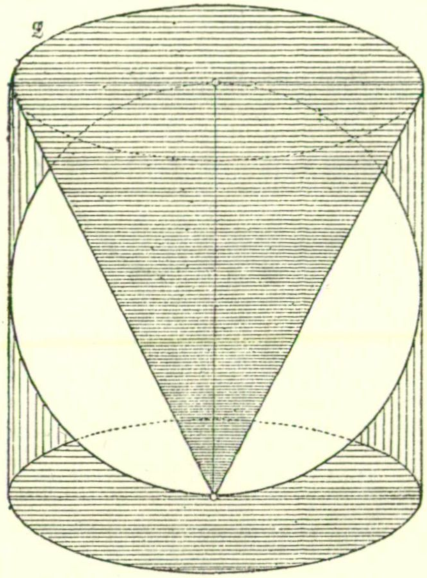
V. óra. A házi feladatok számonkérése és kidolgozása. Az óra további részét *problémák kidolgozására* fordítjuk. Ezek legyenek tanulságosak, gyakorlatiak.

Pl. 1. Számítsuk ki az előző tanórán használt rézfélgömbünknek a köbtartalmát. Mennyi tehát az edénybe férő víz súlya. Mérlegen való leméréssel igazoljuk számításunk helyességét.

2. A kőfaragó egy 32 cm. hosszú élű homokkőkockából a legnagyobb gömböt faragja ki, mely pillérdísz gyanánt használtatik. Mennyi a súlya (f = 2.75).

3. A billiárdgolyó átmérőjét és súlyát megmértük. Mennyi a golyó anyagának fajsúlya.

4. Egy hengeralakú gőzkazán félgömbökben végződik. A kazán belső átmérője 1 m, a belső hossza 4 m. Hány liter víz fér a kazánba.



6. ábra.

Házi feladat. 1. 4 kg 5 mm átmérőjű ólomserétet vásároltunk. Hány darab sörét van benne.

2. Egy zenepavillon tetőzete egy 9 m szélességű negyedgömb alakot formál. Hány m^2 rézlemez szükséges a pavillon tetőzetének bevonására, ha a hulladékra és karcra még 20%-ot számítunk.

3. Bükkfából három testet esztergályoztattunk, egy 8 cm. sugarú gömböt, egy ugyanolyan méretű egyenlőoldalú hengert és 8 cm. sugarú és magasságú kúpot. Hasonlítsuk össze a 3 test köbtartalmát. Lemértük a 3 test súlyát. Igazoljuk, hogy a 3 test fajsúlya ugyanaz. Ez utóbbi feladat *axonometrikus képét* a tanulók 3 színű papirosból füzetjeikbe is beragasztják. (6. ábra.)

Kratofil Dezső.