IV. Összefoglalás. Ismételjük el a térkép segítségével azt, amit Olaszország felszínéről tanultunk! Érdekes hasonlóságot fedezhetünk fel a Földközi-tenger nyugati medencéje és a Magyar-medence között. Az Appenninek vonulatának — elhelyezkedés szempontjából, — megfelel a Kárpátok vonulata. A Tirreni-tenger medencéjének az Erdélyi-medence. A Keletmagyarországi Szigethegységnek Korzika és Szárdinia. Olaszország vulkánjai a Kelemen-Görgényi-Hargita vulkános vonulatot példázzák.

Utasítás a vázlatok rendbehozására. A leckét főleg térképen tanulják meg a gyermekek, a könyv és a készített vázlat segítségével.

Udvarhelyi Károly

Mennyiségtan.

Két tanítási óra a polgári fiúiskola IV. osztályában.

1. óra.

I. A házi feladat számonkérése.

Kinek nincs meg a feladata? Miért nem készítetted el? Pótold a jövő órára! Hasonlítsuk össze a példákat! Olvasd fel az első példát és megoldási menetét, N.!

1. Mekkora tőke hoz 5%-kal 68 nap alatt 18·70 P kamatot?

68 nap	5%	18·70 P
1 év	100%	x
68 nap	5%	18·70 P
68 „	100 „	374·— „
4 „	100 „	22·— „
360 nap	100%	1980·— P = tőke

Helyes! Ki kapott más értéket? Ki végezte el másképen a következtetést? Ki számította ki képlettel a példát? Hogyan számítottad ki?

Hogyan oldottad meg a második példát, M.? (Képlettel.) Olvasd fel a példa szövegét és megoldásának menetét!

2. Valaki augusztus 6-án azzal a feltétellel kapott kölcsön 800 P-t, hogy ugyanazon év december 31-én a kamatokkal együtt 824 P-t fizet vissza. Hány %-os kamatot fizet?

A kamat: 24·— P.

A napok száma: 24+120 = 144.

$$k/l = \frac{36000 \cdot 24}{800 \cdot 144} = \frac{360}{8 \cdot 6} = \frac{60}{8} = \underline{7{\cdot}5\%}$$

A példát jól oldottad meg! Ki kapott más értéket? A hibát keresd majd meg, és javítsd ki a példát! Van-e valaki, aki következtetéssel számította ki a kamatlábat? Hogyan kaptad meg a kamatlábat?

II. A probléma felvetése.

Tavaly a takarékpénztárak kamatszámításáról is tanultunk. Mit csinálnak a takarékpénztárak az év végéig járó kamattal? (Hozzácsatolják a tőkéhez, és azontúl már a kamat is kamatozik.) Hogyan hívjuk a kamatozásnak ezt a módját? *(Kamatoskamatnak.)* Minden takarékpénztár csak egyszer tőkésíti a kamatot? (A legtöbb évenként kétszer tőkésíti a kamatot.) Milyen napokon? (Június 30-án és december 31-én.) Egyszerű kamatot tehát csak egy évnél, sőt legtöbbször csak egy félévnél nem hosszabb időre szoktak számítani, azontúl már kamatos-kamatot számítanak. A mai órán csak az évi tőkésítést vesszük. Ezen az alapon számítsuk ki, *mennyire szaporodik 1000 P 4%-kal 3 év alatt?*

Irjátok be a füzetbe a példát! Címnek írjátok: „Kamatoskamat." „I. Évi tőkésítés."

III. A probléma megoldása.

1. Az 1000 P-t *kezdőtőkének* nevezzük. Mennyi ennek 1 évi 4%-os kamata? (40 P.) Az első év végére tehát hány P-re szaporodik a kezdőtőke? (1040 P-re.) Ezt úgy fejezzük ki, hogy az első év végén a *felszaporodott* érték 1040 P. Irjuk fel az eddigieket és a számítás további menetét áttekinthető formában!

		A kezdőtőke:	t	= 1000·— P.
Az 1. év végén:	k_1 = 40·— P,	a felszaporodott érték:	t_1	= 1040·— P.
A 2. „ „	k_2 = 41·60 P,	„ „ „	t_2	= 1081·60 P.
A 3. „ „	k_3 = 43·264 P,	„ „ „	t_3	= 1124·864 P.

Mennyire szaporodik tehát a kezdőtőke 3 év alatt? (Kikerekítve 1124·86 P-re.) Mennyire szaporodott volna egyszerű kamattal? (1120 P-re.) Az eltérés tehát három év alatt nem oly nagy, később azonban rohamosan növekedne. Könnyű lenne-e a számítás, ha nem 3, hanem pl. 20 évről lenne szó?

2. Hogy ezen a nehézségen könnyítsenek, összeállították egy táblázatot, amely 1 P (1 pénzegység) felszaporodott értékét tartalmazza. Ilyen táblázat van a mi könyvünkben is. Keressétek meg! Mit ad meg a táblázat? Minden kamatlábra használható-e? Legfeljebb hány évre használható? (40-re.) Vannak ennél sokkal részletesebb táblázatok is, amelyek több %-ot, több évet, több tizedes jegyet vesznek fel.

Hogyan tudnátok a táblázat segítségével az előbbi példát megoldani? (Ki kell keresni 1 P felszaporodott értékét a 4%-os oszlop 3. sorában, és ennek 1000-szeresét venni.) Azaz:

$1 \cdot 124864$ P . $1000 = 1124 \cdot 864$ P $\sim$ $1124 \cdot 86$ P.

Ez az érték megegyezik az előbbivel.

Határozzuk meg mindjárt, mennyire szaporodna a tőke 20 év alatt?

4%, 20 év

$2 \cdot 191123$ P . $1000 = 2191 \cdot 123$ P $\sim$ $2191 \cdot 12$ P.

Mennyire szaporodott volna ennyi idő alatt az 1000 P egyszerű kamattal? (1800 P.) Látjátok, milyen nagy már az eltérés!

Nehezebb volt-e a számítás az utóbbi esetben?

Hogyan kell tehát a felszaporodott értéket kiszámítani? (Meg kell keresni a táblázatban a megfelelő oszlopban és sorban 1 P felszaporodott értékét, és ezt meg kell szorozni a kezdőtőkével.)

IV. Alkalmazás.

1. Állapítsd meg a táblázatból, hogy mennyire szaporodik 1 P 10 év alatt 2·5%-kal? (Kereken 1·28 P-re.) 25 év alatt 2%-kal? 25 év alatt 4%-kal?

Mennyi idő alatt kétszereződik meg 1 P 5%-kal? (14 és 15 év között.) Mennyi idő alatt kétszereződne meg egyszerű kamattal? (20 év alatt.) 20 év alatt mennyire szaporodna kamatoskamattal? (Kereken 2·65 P-re.)

A kétféle kamatozást nagyon jól mutatja könyvünk két grafikonja. Mit ábrázolnak a grafikonok? („A következő két grafikon 1 P felkamatolt értékét mutatja: a) Egyszerű kamattal. b) Kamatos-kamattal.") Mindkét ábra négy kamatlábat vesz fel. Mondd meg a grafikonokról, hogy mennyire nő 1 P 30 év alatt egyszerű kamattal, illetve kamatos-kamattal, ha a kamatláb 5%? Hány év alatt nő 8%-kal 1 P 5 P-re egyszerű, illetve kamatos-kamattal?

2. Mennyire szaporodik 3600 P 4·5%-kal 14 év alatt?

Mit kell először megállapítanod? (1 P felszaporodott értékét.) Keresd meg! Hogyan kapod ebből 3600 P felszaporodott értékét? Számítsd ki!

4·5%, 14 év

$1 \cdot 851945$ P . 3600

$6667 \cdot 0020$ P $\sim$ $6667 \cdot$— P.

3. Valaki 10 év előtt 4000 P-t helyezett el. Az első 2 évben 5% volt a kamatláb, azontúl 4%. Mennyire növekedett a tőke?

Hogyan kell a példát megoldani? Hány lépésben oldható csak meg? Először mit kell kiszámítani? (Mennyire növekedik az első 2 évben a tőke.) Utána mit kell kiszámítani? (Hogy az első 2 évben megnövekedett tőke hány P-re szaporodik a további 8 évben.)

5%, 2 év

1·1025 P . 4000

4410 P

4%, 8 év

1·368569 P . 4410

6035·389290 P ∼ 6035·39 P

V. Összefoglalás.

Mi a kamatos-kamat? Milyen időközökben szokás a kamatot a tőkéhez csatolni? A példánkban milyen tőkésítést vettünk? Hogyan hívjuk az eredeti tőkét? Mi a kamatos-kamatokkal megnövekedett tőke neve? Hogyan számítjuk ki táblázattal a felszaporodott értéket?

VI. A házi feladat kijelölése.

1. Mennyire szaporodik évi tőkésítéssel 500 P 8 év alatt 5%-kal, illetve 16 év alatt 2·5%-kal?

2. Valaki 2000 P-t helyez el 4%-ra. 7 év után kivesz 1400 P-t. Mennyi pénze marad még benn?

2. óra.
(Óravázlat.)

I. A házi feladat számonkérése.

A példákkal kapcsolatban röviden átvesszük a múlt órai anyagot is.

1. példa.

5%, 8 év

1·477455 P . 500

738·7275 P ∼ 738·73 P

2:5%, 16 év

1.484506 P . 500

742·2530 P ∼ 742.25 P

2. példa.

4%, 7 év

1·315932 P . 2000

2631·864 P ∼ 2631·86 P

2631·86 P
1400·— P
1231·86 P

II. Célkitűzés, probléma felvetése.

A mult órán csak évi tőkésítést vettünk. Vegyünk most egy példát félévi tőkésítésre, és állapitsuk meg, használható-e a táblázat ebben az esetben is?

Mennyire növekedik 1000 P 4%-kal 3 év alatt, ha félévenként tőkésítenek?

III. A probléma megoldása.

Kiszámítjuk a tőke növekedését az első két félévben, és szembeállítjuk 1000 P-nek 1. és 2. évi növekedésével évi tőkésítés esetén:

Félévi tőkésítés.

K/l 4%

Az 1. félév végén: $1000\ P + \frac{10\ P.\ 4}{2} = 1020\cdot\text{—}\ P$

A 2. „ „ $1020\ P + \frac{10\cdot 2\ P.\ 4}{2} = 1040\cdot 40\ P$

Évi tőkésítés.

K/l 2%

Az 1. év végén: $1000\ P + 10\ P\ .\ 2 = 1020\cdot\text{—}\ P$

A 2. „ „ $1020\ P + 10\cdot 2\ P\ .\ 2 = 1040\cdot 40\ P$

Ebből megállapítható: 1000 P 4%-kal 3 év alatt félévi tőkésítéssel éppen annyira szaporodik, mint 2%-kal 6 év alatt évi tőkésítéssel. Hogyan kell tehát a táblázatot a félévi tőkésítésnél használni. Számítsuk ki ennek alapján a példát!

IV. Gyakorlás.

1. Mennyire nő félévi tőkésítéssel 2300 P 5%-kal 10 év alatt?

2. Valaki három éven át minden január 1-én elhelyez 300 P-t. Mennyi pénze lesz az 5. év végén? A kamatláb 4%. A tőkésítés félévenként történik.

3. A könyv 3. példája, de a kamatláb 5%.

4. A könyv 1. példája, de 6000 P. Idő 8 év.

V. Összefoglalás.

VI. A házi feladat kijelölése.

12. lap 5. példa. (Az évi bér 2000 P.)

Krix Márton.

Mennyiségtan.

A területmérés egységei.

A polgári fiuiskola I. osztályában.

1. Nevezzünk meg a tanteremben téglalapalakú lapokat. A tábla lapja, az asztal lapja, a szekrény lapjai, az iskolapad irólapja, a falak lapjai, a padló és menyezet lapja, az irkalap alakja stb.

Ilyen alakja van a tantermen kívül az iskola udvarának, az utcáknak, kerteknek, szántóföldeknek, a szőlőknek stb.

A tábla lapja, az irka lapja, az iskolai udvar, a szőlők bi-