

Mennyiségtan.

A számok osztói és többszörösei.

4. óra.

A közös osztó. A legnagyobb közös osztó.

I. Számonkérés.

1. A házi feladat ellenőrzése.
2. Az eddigi tanultak számonkérése. (Feleltetés.)

Sorold el 15 osztóit! Mit jelent az, hogy 3 osztója 15-nek? Mivel osztható minden szám? 13 osztható-e 1-en és önmagán kívül más számmal is? Milyen szám a 13? Milyen számot nevezünk egyszerű számnak? Milyen számok vannak még? Említs összetett számokat! Miért összetett szám a 16? Melyik a legkisebb összetett szám? A páros számok milyen számok? (A 2 kivételével mind összetett szám.) Milyen számmal osztható valamennyi páros szám? Melyik számjegy dönti el, hogy a szám páros-e vagy sem? Mikor osztható egy szám 4-gyel? Hogyan állapítod meg legegyszerűbben, hogy valamely szám osztható-e 8-cal? Állapítsd meg, hogy 172 és 4004 osztható-e 2-vel, 4-gyel, 8-cal!

Sorold el 8-nak néhány többszörösét! Hány többszöröse van minden számnak? Milyen számot nevezünk egyszerű számnak? Mondj néhány egyszerű számot! Milyen számot nevezünk összetett számnak? Sorold el a 40 és 60 közötti összetett számokat! — Állapítsd meg, hogy 285 osztható-e 3-mal! Hogyan állapíthatjuk meg legegyszerűbben egy számról, hogy osztható-e 3-mal? Mikor osztható egy szám 9-cel? Mondj egy 9-cel osztható háromjegyű számot! Mondj egy 6-tal osztható háromjegyű számot!

A közölt módon még néhány tanuló ad számot a tanultakról. (Példák, szabályok.)

II. Az új anyag tárgyalása.

1. Irjuk fel 24-nek és 30-nak osztóit:

24 osztói : 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

30 „ : 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30

Meltek azok az osztók, amelyek 24-nek és 30-nak is osztói? (1, 2, 3, 6.) Ezeket 24 és 30 közös osztóinak nevezzük. —

Mit jelent az, hogy 3 közös osztója 24-nek és 30-nak? 24 és 30 közös osztói közül 6 a legnagyobb. Minek nevezhetjük ezért a 6-ot? (24 és 30 legnagyobb közös osztójának.)

24 és 30 közös osztói : 1, 2, 3, 6

24 és 30 legnagyobb közös osztója : 6

2. Melyek 12-nek és 16-nak közös osztói? (1, 2, 4.) Melyek 12-nek és 20-nak közös osztói? (1, 2, 4.) Mit jelent az, hogy 2 közös osztója 12-nek és 20-nak? — Van-e 8-nak, 12-nek és 10-nek közös osztója? (1 és 2.) Mit jelent az, hogy 2 közös osztója 8-nak, 12-nek és 10-nek? (Hogy 2 a felsorolt számok mindegyikében megvan.) Mi tehát a közös osztó? (Az a szám, mely az adott számok mindegyikében maradék nélkül megvan.) Hogyan hívjuk a közös osztók legnagyobbikát? Mi tehát a legnagyobb közös osztó?

Mivel 1 bármely számnak osztója, szükségtelen, hogy ezt külön kiemeljük, ezért ezentúl a szám osztói közt ne is soroljuk fel az 1-et, és így a közös osztók közt sem.

3. Állapítsuk meg adott számok közös osztóit!

18, 27, 36 közös osztói: 3, 9

10, 20, 30, 40 közös osztói : 2, 5, 10

20, 25 közös osztója : 5

10, 13-nak közös osztója nincs.

10, 21-nek

" " "

10, 8, 5-nek " " " : Viszonylagos törzsszámok.

Ha két vagy több számnak nincs közös osztója, *viszonylagos törzsszámoknak* mondjuk őket. Mit jelent tehát az, hogy 10, és 8 és 5 viszonylagos törzsszámok? Viszonylagos törzsszámok-e 6 és 8? Miért nem? (Mert közös osztójuk van.) Van-e 9-nek és 18-nak közös osztója?

A viszonylagos törzsszámoknak magukban nem kell törzsszámoknak lenniük! 10 és 21 mindegyike összetett szám, tehát egyikük sem törzsszám, mégis viszonylagos törzsszámok. Ha az adott számok mindegyike törzsszám, akkor természetesen viszonylagos törzsszámok is. Mondjatok erre példát!

4. Soroljatok fel most számokat, és állapítsátok meg legnagyobb közös osztójukat!

12, 6, 18, 30 legnagyobb közös osztója : 6.

32, 40, 80 " " " : 8.

15, 10, 5, 25, 30 " " " : 5.

III. Összefoglalás.

Mit jelent az, hogy 6 közös osztója 12-nek és 18-nak? Mi tehát a közös osztó? Mi a legnagyobb közös osztó? Ha két vagy több számnak nincs közös osztója, hogyan nevezzük az ilyen számokat egymáshoz viszonyítva? Milyen számok tehát a viszonylagos törzsszámok?

IV. Házi feladat kijelölése.

Adott számok közös osztójának a megállapítására példák.

5. óra.

A közös többszörös. A legkisebb közös többszörös.

I. Számonkérés.

1. A házi feladat ellenőrzése.
2. Az előző óra anyagának számonkérése példák alapján.

II. Előkészítés.

Mit jelent az, hogy 18 többszöröse 6-nak? Sorold el 7-nek néhány többszörösét! Hány többszöröse van minden számnak? Hogyan kápod sorban 9 többszörőseit? (9-et megszorozunk 2-vel, 3-mal, ...)

III. Az új anyag tárgyalása.

1. Képezzük 6-nak és 8-nak többszörőseit!

6 többszörősei: 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, ...

8 „ : 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, ...

A többszörösök közt vannak olyanok, melyek 6-nak és 8-nak egyaránt többszörősei. Hogyan hívhatjuk ezeket a számokat? (*Közös többszörösöknek.*) Mit jelent az, hogy 24 közös többszöröse 6-nak és 8-nak? (Hogy a 6 is meg a 8 is maradék nélkül van meg a 24-ben.) Hány közös többszöröse van 6-nak és 8-nak? (Végtelen sok.) A 24, 48, után melyik a legközelebbi közös többszörös? (72.) Melyik következik azután? — A közös többszörösök közt a legkisebbet, példánkban a 24-et, *legkisebb közös többszörösnek* hívjuk.

6 és 8 közös többszörősei: 24, 48, 72, 96, ...

6 és 8 legkisebb közös többszöröse: 24.

Milyen összefüggés van a legkisebb közös többszörös és a többi közös többszörös között?

2. Melyek 2, 4, 5 közös többszörösei? (20, 40, 60, stb.) Mit jelent az, hogy keresendő 3, 5, 6 számoknak egy közös többszöröse? (Keresendő oly szám, melyben a 3, 5 és 6 maradék nélkül megvan.) Mi tehát a közös többszörös? (Oly szám, amelyben az adott számok maradék nélkül megvannak.) — Mit jelent az, hogy keresendő 2, 4, 6 legkisebb közös többszöröse? Mi tehát a legkisebb közös többszörös? (Az a legkisebb szám, melyben az adott számok maradék nélkül megvannak.)

3. Keressük meg adott számok legkisebb közös többszörösét!

a)	4,	7		legk. k.t.	28
	2,	9		"	18
	3,	5,	4	"	60
b)	5,	15		"	15
	3,	12,	4	"	12
	16,	8,	4,	2	18
c)	6,	8		"	24
	4,	8,	10	"	40
	6,	9,	15	"	90
	5,	4,	6	"	60
	2,	3,	6,	9	18
	5,	6,	9,	12	180

A példákat három csoportba oszthatjuk.

Az első csoportban hogyan kaptuk a legkisebb közös többszöröst? (Az adott számokat összeszoroztuk.) Az adott számok viszonylagos törzsszámok, legkisebb közös többszörösük a számoknak szorzata.

Mi jellemzi a második csoportbeli számokat? (A számok legnagyobbika a többinek többszöröse.) Mi ebben a csoportban a legkisebb közös többszörös? (Az adott számok legnagyobbika.)

A harmadik csoportban vagy valamennyi számnak van közös osztója, vagy legalább a számok közül kettőnek. A legkisebb közös többszörös ebben az esetben nagyobb, mint az adott számok legnagyobbika, de kisebb a számok szorzatánál. A legkisebb közös többszörös ezért másképpen állapítandó meg, mint az első két csoportban. Ilyenkor sokszor célszerű a legnagyobb szám többszöröseit sorra venni, amíg olyan számhoz nem érünk, amelyben az adott számok mind megvannak. A csoport utolsó példájában célszerűbb azonban a következő okoskodás: mivel a legkisebb közös többszörösnek oszthatónak kell lennie 5-tel és 6-tal, csakis 0-val végződhet, és most keressük a 0-val végződő 9-cel osztható számok — 90, 180, 270, 360 — közül azt, amelyik legelőször osztható 12-vel is; ez a szám a 180.

4. A legkisebb közös többszörös megkeresésének van egy gépies módja is.

Keresendő 6, 4, 3, 15, 8, 20 legkisebb közös többszörösei!

6,	4,	3,	15,	8,	20	2	legk. k. t: $2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 2 = \underline{120}$
3			15	4	10	2	
3			15	2	5	3	
1			5	2	5	5	
			1	2	1		

Az adott számok közül áthúzzuk és figyelmen kívül hagyjuk azt, amely egy másik adott számban maradék nélkül van meg.* Miért? Ha az adott számok közül legalább kettőnek közös osztója van, az osztót a vonaltól balra leírjuk, majd vete sorban elosztjuk a számokat, és a hányadost a megfelelő szám alá írjuk; ha valamelyik szám nem osztható vele maradék nélkül, ezt a számot változatlanul leírjuk az új sorba. Ezt az eljárást addig folytatjuk, míg legalább két számnak közös osztója van. A hányadosul kapott 1-eseket figyelmen kívül hagyjuk, tehát vagy le sem írjuk őket, vagy pedig leírva áthúzzuk őket. Ha az eljárás már nem folytatható, a vonaltól jobbra és a legelső sorban álló álló számokat összeszorozzuk. E szorzat a legkisebb közös többszörös.

5. Oldjuk meg ezzel az eljárással az előbbi példák közül a legutolsót.

5,	6,	9,	12	3	$3 \times 4 \times 5 \times 5 = \underline{180}$
5		3	4		

Gyakoroljuk ezt az eljárást még néhány példán!

8,	12,	16,	20,	25	4	$4 \times 5 \times 5 \times 4 \times 3 = \underline{1200}$
	3,	4	5	25	5	
	3	4	1	5		

2,	3,	4,	5,	6	2	$2 \times 3 \times 5 \times 2 = \underline{60}$
1	3	2	5	3	3	
	1	2	5	1		

20,	18,	9,	30,	36	2	$2 \times 3 \times 2 \times 3 \times 5 = \underline{180}$
10	9		15	18	3	
10	3		5	6	2	
5	3		5	3	3	
5	1		5	1	5	
1			1			

* Az áthúzást a nyomda nem tudja jelölni.

IV. Összefoglalás.

Mit jelent két vagy több szám közös többszörösét keresni? Mi tehát a közös többszörös? Mit jelent két vagy több szám legkisebb közös többszörösét megkeresni? Mi a legkisebb közös többszörös? Mikor legkönnyebb a legkisebb közös többszöröst megmondani? Hogyan kapjuk a legkisebb közös többszöröst, ha az adott számok közt még kettőnek sincs közös osztója?

V. Házi írásbeli feladat kijelölése.

6. óra.

Összefoglalás, begyakorlás.

I. A házi feladat számonkérése.

II. Az előző órákon tanultak összefoglalása.

Ha egy számban egy másik maradék nélkül megvan, hogyan hívjuk az első és hogyan hívjuk a második számot? Mivel osztható minden szám? Hogyan hívjuk azt a számot, amely csak 1-gyel és önmagával osztható? Mondj egyszerű számokat! Milyen számok vannak még? Mondj néhány összetett számot! Miért összetett számok ezek? — Az osztókat tekintve tehát milyen számok vannak?

Milyen számok oszthatók 2-vel? Hogyan tudjuk gyorsan megállapítani, hogy egy szám osztható-e 4-gyel, 8-cal? Milyen számok oszthatók 5-tel? Mikor osztható egy szám 3-mal? 9-cel? 6-tal?

Hogyan hívjuk azt a számot, amelyben adott számok maradék nélkül megvannak? Hány közös többszöröse van két vagy több számnak? A közös többszörösök közül melyik a legfontosabb? Mit jelent számok legkisebb közös többszörösét megkeresni?

III. Begyakorlás példákön.

1. Sorold el 42 osztóit! Melyek 60 osztói? Melyek a 60 és 90 közötti törzsszámok?

Állapítsuk meg, hogy oszthatók-e a következő számok 2-, 4-, 8-cal, 3-, 6-, 9-cel, 5-, 10-zel: 300, 360, 1700, 1710, 3556, stb.

Milyen számjegyet tehetünk az 14 : 5 számban a pont helyére, hogy az így keletkező négyjegyű szám 3-mal osztható legyen?

Milyen számjegyeket tehetünk a (4 . 3 .) számban a pontok helyére, hogy a keletkező szám 9-cel osztható legyen?

2. Melyek 12, 18 és 24 közös osztói? Állapítsd meg a legnagyobb közös osztóját 32 és 48-nak! 16, 40 és 52-nek!

3. Határozd meg 2, 4, 5 és 8 legkisebb közös többszörösét! Mondjatok számokat és határozzátok meg legkisebb közös többszörösüket!

Ha egy népes osztály tanulóit kettesével állítják fel, egy tanulónak nem lesz párja. Ha hármásával, vagy négyesével, vagy ötösével vagy pedig hatosával állítjuk fel őket, mindannyiszor egy-egy tanuló magában marad. Hány tanulója van az osztálynak?

(61, mert ha a tanulók száma 1-gyel kevesebb volna; ez a szám osztható lenne 2-, 3-, 4-, 5-, 6-tal. — Ha osztály helyett iskolát mondunk, a megoldás 121, 181, ..., általában $60 \cdot n + 1$.)

Egy négyosztályú polgári iskola tanulóit kettesével sorakoztatva, egy tanuló magában marad. Hármásával sorakozva, az utolsó sorban két tanuló lesz, négyesével sorakozva három, ötösével sorakozva négy, hatosával sorakozva öt tanuló lesz az utolsó sorban. Csak ha hetesével sorakoznak, lesz az utolsó sor is teljes. Hányan vannak összesen?

(Ha a tanulók száma 1-gyel több lenne, ez a szám osztható lenne 2-, 3-, 4-, 5-, 6-tal. Keresnünk kell tehát 60 többszöröse közül azt, amelyből 1-et levonva, 7-tel osztható számot kapunk. Ilyen a 120, mert 119 osztható 7-tel. — A feladatban kívánt feltételnek általában a $420 \cdot n + 119$ számok tesznek eleget, ahol $n = 0, 1, 2, \dots$)

IV. Házi feladat kijelölése.

Krix Márton.

Természettan.

Természettan a mai Németországban.

Gründling tankönyve honvédelmi célokat is szolgál. Néhány jellemzőbb tételt említünk fel ezek közül.

„Az úszó test súlya épen annyi, amennyi a kiszorított víz súlya.”

„Ez a törvény különösen a hajóépítésre nézve fontos. A Lützwow páncélos hajó súlya 10.000 t, és így 10.000 köbméter édesvizet szorít ki. Ha 500 t/tüzelőanyagot vesz fel, akkor súlya 10.500 t és mélyebben merül be a vízbe. Édesvízből ekkor 10.500 köbmétert szorít ki. A csatahajók súlyát mindig tüzelőanyag nélkül mérik. A kereskedelmi hajók méretét térfogatuk szerint adják meg. 1 bruttóregisztertonna 2.83 köbméter. Hogy egy hajó 10.000 bruttóregisztertonna, az annyit jelent: összes térfogata a külső buroktól a felső fedélzetig és a felépítményeket is beleszámítva 28.300 köbméter. Ez a hajó nagyobb az említett