

ACTA UNIVERSITATIS SZEGEDIENSIS DE ATTILA JÓZSEF NOMINATAE

SECTIO PAEDAGOGICA, SERIES SPECIFICA

CSAK HELYBEN

OLVASHATÓ

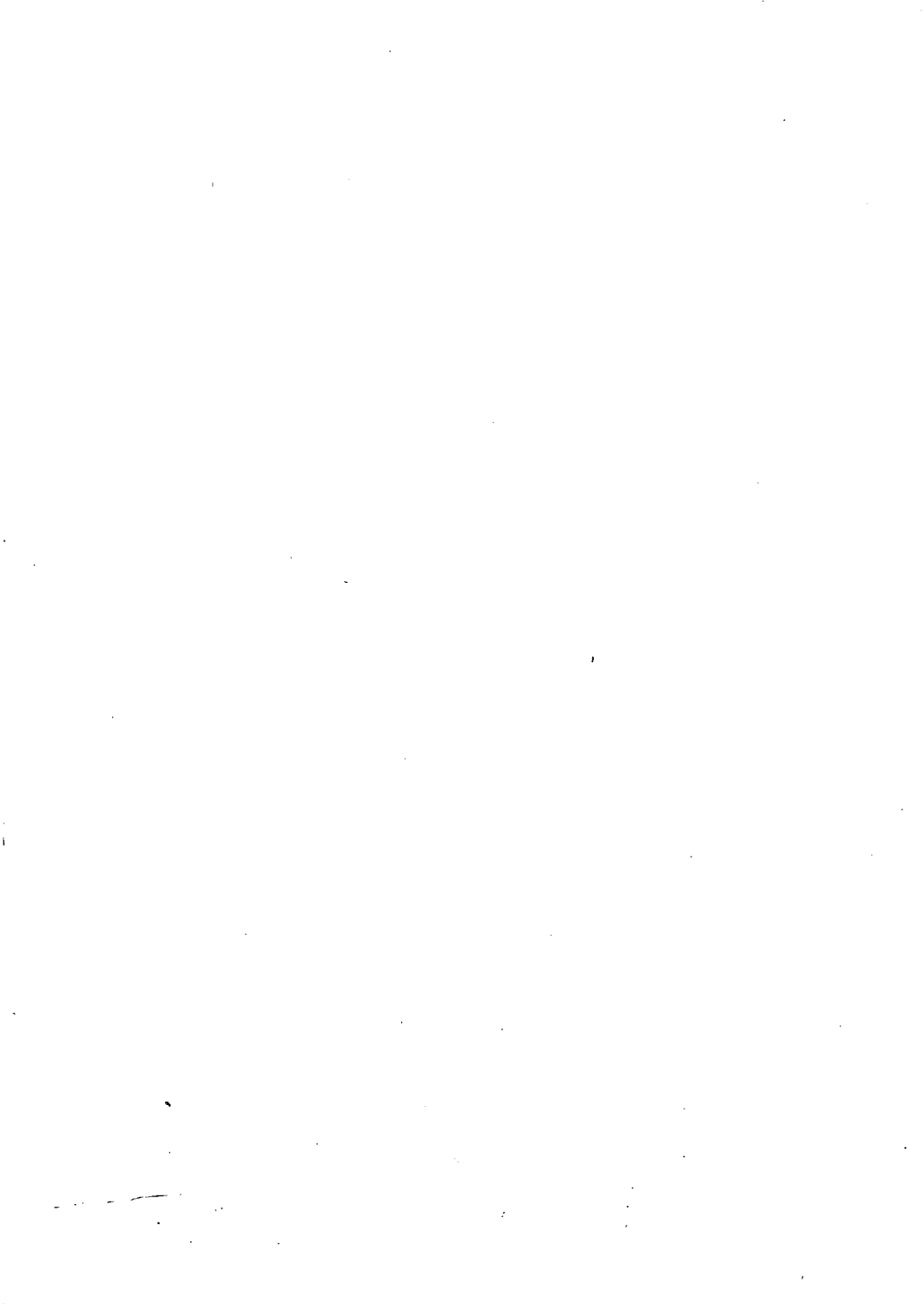


STANDARDIZÁLT KÉSZSÉGMÉRŐ TESZTEK

1

DR. NAGY JÓZSEF
ALAPMŰVELETI
SZÁMOLÁSI KÉSZSÉGEK

SZEGED, 1973.



A 74169

ACTA UNIVERSITATIS SZEGEDIENSIS DE ATTILA JÓZSEF NOMINATAE
SECTIO PAEDAGOGICA
SERIES SPECIFICA

STANDARDIZÁLT KÉSZSÉGMÉRŐ TESZTEK

1.

Dr. Nagy József

ALAPMŰVELETI SZÁMOLÁSI KÉSZSÉGEK

Szeged, 1973

Szerkesztő

DR. ÁGOSTON GYÖRGY
egyetemi tanár



A 74169

Lektorálta

Dr. Gazsó István
főiskolai docens

SZTE Klebelsberg Könyvtár



J000957298

Kiadja a JATE Pedagógiai Tanszéke
Technikai szerkesztő: Dr. Kunsági Elemér
Borítóterv: Horváth Mihály
Terjedelem: 8,5 A/5 iv
Példányszám: 1300
Készült a Lenin TSZ Nyomdarészlegében, Cegléd
Műszaki vezető: Kalmár-Nagy Imre
Engedélyszám: 99383/73

Előszó

E standardizált tesztek a Művelődésügyi Minisztérium és az Országos Pedagógiai Intézet támogatásával készültek.

Felügyeleti célokra, a tanulók készségszintjének mérésére, a pedagógus saját munkájának az értékelésére és a témához kapcsolódó kísérletek ellenőrző értékelésére egyaránt használhatók.

A sorozat címében a készség szót a "skill" értelmében használjuk, vagyis beletartoznak a szűkebb értelemben vett készségek, a jártasságok és a gondolkodási műveletek is. E sorozatban ezért mindhárom terület mérésére alkalmas standardizált tesztekét kívánunk folyamatosan közzétenni.

Kérjük a felhasználó szerveket és pedagógusokat, hogy észrevételeiket, javaslataikat küldjék meg címünkre: JATE, Pedagógiai Tanszék, 6722 Szeged, Tánácsics Mihály utca 2.

Dr. Ágoston György

Bevezető

E kiadvány szerves folytatása Az elemi számolási készségek mérése és fejlettségének országos színvonalá c. könyvnek /Tan-
könyvkiadó, 1971./, amelyben a huszas számkörbeli műveletek, va-
lamint a szorzó és bennfoglaló tábla műveleteinek a készségszint-
jét ismertettük az általános iskola első osztályától a középisko-
la negyedik osztályáig.

Most az alsó tagozat többi számolási készségének a mérésére kidolgozott tesztek és a középiskola negyedik osztályáig elért szinteket ismertetjük. /Az alsó tagozatos szöveges feladatmegoldás tesztjeinek és országos teljesítményeinek egy következő kötetben történő közreadása fogja zárni a sort. Ezt a munkát az OPI munkatársával, Csáki Imrével közösen végezzük./

Az alsó tagozat számtan tantervét, a természetes számok kö-
rével kapcsolatos készségrendszert tanulmányozva három készség-
csoport mérése tűnt célszerűnek: a számírás és mértékváltás, a
százas számkörbeli szóbeli számolás és az írásbeli alapműveletek.
E készségekkel /kapcsolódva az elemi számolási készségekhez/ át-
foglunk a természetes számokkal kapcsolatos teljes készségrend-
szert.

Felmerülhet a kérdés, hogy szükség van-e egyáltalán ezeknek a készségeknek a mérésére. Hiszen manapság mindenki arról beszél, hogy "gyorsul az idő" és "robban az információ". És ilyen körülmények között nem a lexikális tudás, a mechanikus készség, hanem a gondolkodásfejlesztés a fontos. Senki nem tagadhatja, hogy a gondolkodásfejlesztés valóban központi probléma. Sajnos a gondolkodásfejlesztés módszerei ma még nincsenek kellően kidolgozva. Könnyű mondani, hogy a gondolkodást fejleszteni kell. De ki mondja meg a pedagógusnak, hogy hogyan kell azt csinálni? Vannak különféle irányzatok és elgondolások szerte a világon. Semmi bizonyíték nincs azonban arra nézve, hogy ezek valamelyikének a gyakorlati elterjesztése számottevően fejlesztené a tanulók gondolkodását, ha egyáltalán be lehetne tömegmértékben vezetni ezeket az elgondolásokat. A gondolkodás fejlesztésével kapcsolatos ku-

tatásokat és kísérleteket valóban erősen sürgetni kell. Veszélyes lenne azonban a gondolkodásfejlesztés jelszava, ha az együttjárna a jól-rosszul működő gyakorlat lebecsülésével. A gondolkodásfejlesztés jelszava szerint az ismereteknek és a készségeknek is van szerepe, de nem ezek a fontosak, a lényegesekek, hanem a gondolkodás fejlesztése. Előállhat egy olyan helyzet, hogy amit fontosnak tartunk, azt még nem tudjuk megcsinálni, amit pedig jól-rosszul évszázadok óta tudunk csinálni, azt elhanyagoljuk.

A "gyorsuló idő" és "információrobbanás" folytonos ismételtetésének a negatív következménye az, hogy egyre többen hiszik: az ismeret és a készség nem fontos, az ugyanis elavul, de legjobb esetben is csak közvetlen gyakorlatilag hasznos célokat szolgálhat, tehát azért tanítunk egyáltalán ismereteket és készségeket, mert a gyakorlatban szükség van rájuk. Egyre jobban háttérbe szorul az a közismert tény, hogy üres fejjel nem lehet gondolkodni. Az ismeretek és a készségek a gondolkodás és a gondolkodásfejlesztés egyedül lehetséges eszközei.

Aki tud folyamatosan számlálni, vagyis rendelkezik a számlálás mechanikus készségével, még nem biztos, hogy van kialakult számfogalma is, de aki nem rendelkezik a számlálás készségével, annak reménye sincs, hogy számfogalma legyen, ha előbb vagy párhuzamosan meg nem szerzi ezt a nagyon elemi készséget. A készség tehát nemcsak a gyakorlati hasznossága miatt, a gondolkodás tehermentesítése érdekében, a gondolkodás eszközeként szükséges, hanem az intellektus kialakításának nélkülözhetetlen feltétele is. Vagyis a készségfejlesztés lebecsülésének végeredményben éppen a gondolkodás fejlődése vallhatja kárát. A magasabb szintű gondolkodásfejlesztéshez nem gyengébb, hanem szilárdabb készségek szükségesek, de ezek természetesen csak akkor járulnak hozzá a gondolkodás fejlődéséhez, ha rugalmassá, könnyen mobilizálhatóvá is sikerül őket alakítani. Vagyis ha a mechanikus készségfejlesztést nem végső célnak, hanem eszköznek, feltételnek, egy fontos, de nem végső állomásnak tekintjük.

Olyan vélemény is van, miszerint a készségek mérése viszonylag egyszerű, ezért nem ez a probléma, nem erre, hanem a gondolkodás fejlettségének a mérésére kellene koncentrálni az energiákat. A helyzet azonban napjainkban még mindig az, hogy ezeknek a viszonylag egyszerűen mérhető készségeknek a színvonaláról sem tudunk hazánkban jóformán semmit. A 60-as évek elején Szegeden arra a következtetésre jutottunk, hogy előbb azt kell mérni, ami vi-

szonylag egyszerű. Egyrészt azért, mert valakinek ezt a feladatot is el kell végezni, másrészt az így szerzett tapasztalatok remélhetően hozzájárulnak majd ahhoz, hogy nehezebb feladatokhoz is sikerrel nyuljunk.

Igaz ugyan, hogy az elemi számolási készségek fejlettségét ismertető kötetben leírtuk a táblázatok és az ábrák olvasásához szükséges statisztikai fogalmakat és a tudásszintméréssel kapcsolatos idevonatkozó ismereteket, most mégis célszerűnek látszik ezeket megismételni, mivel a pedagógusok ilyen kiképzésben nem részesültek, és nem lenne kielégítő az előző kötetre való hivatkozással elintézni a dolgot. Ezzel ugyanis nagymértékben megnehezítenénk e könyv olvasását. Mivel ezek az ismeretek minden fejezethez szükségesek, első fejezetként beiktattunk egy Általános tudnivalók c. rövid ismertetést.

A további három fejezet a három készségcsoport kérdéseit dolgozza fel. Az egyszerűség és az áttekinthetőség érdekében előbb mindig a mérés eszközeit /tesztek, javítókulcsok, osztályzattá alakítási kulcsok, ezek használatának módjai/, majd az országos helyzetképet, a készségek évfolyamról évfolyamra lejátszó fejlődését ismertetjük.

Arra törekedtünk, hogy a további elemzéshez, a mérés megisméltéséhez szükséges alapvető eszközöket, adatokat hozzáférhetővé tegyük. Az országos szintek mélyebb elemzését, a miértek és hogyanok boncolgatását azonban nem tartottuk feladatunknak. Ez a készségfejlődés elméleti kutatóinak, a fejlesztés metodikusainak, a tantervkészítőknél és a pedagógusoknak a feladata. Mi ehhez a munkához csak pontos és megbízható nyersanyagot adhatunk. A mi szöveges értékelésünk célja főleg az adatok értelmezése és néhány szembeszökő probléma felvetése.

Ezt az alkalmat is szeretnénk felhasználni arra, hogy köszönetet mondjunk a mérésben résztvevő pedagógusok áldozatkész munkájáért, a JATE Kibernetikai Laboratóriumának az adatok gépi feldolgozásáért, Dr.Puppi Józsefnek a tesztek összeállításában nyújtott segítségéért és Dr.Kálmán György MM főosztályvezetőnek a téma felkarolásáért és anyagi támogatásáért.

Első fejezet

ÁLTALÁNOS TUDNIVALÓK

E fejezetben a felmérés körülményeit, a tesztek általános jellemzőit, az értékelő rendszert és az országos készségi szint adatainak értelmezéséhez szükséges fogalmakat ismertetjük, hogy a fejezetenkénti ismétléseket elkerüljük. A megoldás eredményeként az egyes fejezetek egymástól függetlenül is olvashatók, megérthetőek, de bármelyik fejezethez vagy részhez feltétlenül szükséges ennek a fejezetnek az ismerete.

1/ A felmérés körülményei

A mérést az 1969/70-es tanévben végeztük szeptember végén, október elején. Tehát az egyes évfolyamok eredményei mindig az előző tanévvégi eredményeknek tekinthetők. Mivel a készségek fejlődése évről-évre lassan, folyamatosan megy végbe, az adatokból közelítő becsléssel megállapíthatjuk, hogy mennyi lett volna az eredmény az előző tanév végén. Az eltérések egyébként nem számottevők.

Az iskolák más-más csoportjában történt a mérés számírásból, mértékváltásból, a szóbeli számolásban összeadásból, kivonásból és maradékos bennfoglalásból, az ezres számkörbeli és a milliós számkörbeli négy írásbeli alapműveletből. Ez évfolyamonként összesen 13 független mintát jelent. A számírás, a mértékváltás, a milliós számkörbeli négy alapművelet mérése az 5. osztálytól a középiskola IV. osztályáig minden évfolyamon /3 évfolyam/ megtörtént. A szóbeli számolás műveleteit a 3. osztálytól a középiskola IV. osztályáig /10 évfolyam/ mértük. Az ezres számkörbeli alapműveleteket a 4. osztályban /mivel ez harmadikos tantervi anyag/ és a 8. osztályban mértük meg. Ezek a készségek ugyanis csak a tanítás fokozatossága miatt mérendők külön is. A milliós számkörbeli alapműveletek magukban foglalják azt a tudást is, amit a tanulók az ezres számkörben tanultak.

A fentiek alapján a mérésben közel 65 ezer tanuló vett részt, mintánként átlagosan mintegy 750 fő.

A mérésben résztvevő tanulókat két lépcsőben sorsoltuk ki random tábla segítségével. Először az iskolát, majd az osztályt. Egy iskolába csak egyféle tesztet küldtünk ki. Az adott iskolában ugyanazt a tesztet használták minden évfolyamon. A sorsolás után ellenőriztük a mintába került tanulók megoszlását települési jelleg, stb. szerint. A megoszlás - mint ahogyan ez a véletlen mintavétel törvényei alapján várható - közelítően megfelelt a tényleges országos helyzetnek.

Ahogyan az elemi számolási készségek esetében, most is felvettük a tanulást befolyásoló tényezőket /a szülő foglalkozása, települési jelleg, stb./. A számítások azonban ugyanazt az eredményt adták, mint amit már az elemi számolási készségekkel kapcsolatban közzétettünk. Ezért ezt a vizsgálatot abbahagytuk és úgy döntöttünk, hogy csak a teljes mintára vonatkozó értékelést célszerű elvégezni és publikálni.

A felmérés az első három tanóra valamelyikén zajlott le egy matematika órán, illetve annak egy részén.

Előfelméréssel ellenőriztük a tesztek és a megírásukhoz szükséges időmennyiséget, hogy a mérés elvégezhető legyen egy tanórán. Mivel a felhasznált percek számát is mértük, utólagosan ellenőrizni lehetett e feltétel teljesülését. A táblázatok adataiból kitűnik, hogy egy tanóra minden teszt esetében bőszegesen elegendő volt. Sőt a tesztek többségére csak 5-20 perc volt szükséges, ami azt jelenti, hogy a hagyományos feleltetésre szánt időtartam alatt a mérés elvégezhető /e kérdésre még visszatérünk/.

Közelítő értékekkel az egyes évfolyamokon az alábbi számú tanóra után történt a mérés: 3. évfolyam 390. tanóra; 4. évfolyam 590. tanóra; 5. évfolyam 780. tanóra; 6. évfolyam 950. tanóra; 7. évfolyam 1100. tanóra és 8. évfolyam 1250. tanóra. /Ne feledjük, hogy a felmérés a tanév elején történt./ A középiskola különböző óraszámai miatt nem lenne célszerű pontos számokat megadni, közelítően évi 100-150 tanórával számolhatunk. A középiskola végéig tehát mintegy 1800 tanórán vesz részt matematikából a tanuló.

Az elemi számolási készségek esetében a szakmunkás tanulók készség szintjét is megmértük, és az eredményeket közreadtuk. Ezt most is megkíséreltük, de a visszaküldési arány olyan alacsony volt, hogy megbízható eredményekre eleve nem számíthattunk. Ezért nem volt érdemes feldolgozni a visszakapott tesztek.

A javítást a pedagógusok a felső évfolyamokon a tanulók köz-

remüködésével végezték. /A részleteket lásd az egyes készségek-nél!/ A kódolás során természetesen ellenőriztük a javítás helyességét.

2/ A tesztek általános jellemzői

A szelektív tesztek jellemzője, hogy a mérendő tudásanyag egy bizonyos hányadát tartalmazzák. A tananyag szelektálása különböző szempontok szerint történhet, a lényeg azonban az, hogy a tesztkészítők és a felhasználók feltételezzik: a kiválasztott kérdésekre adott válasz tükrözi a tanuló tudását az adott témakörben általában is. Ezt az un. tartalmi validitást nagyon nehéz igazolni. A kialakult eljárások eléggé bizonytalanok. A legnagyobb probléma azonban nem is a validitás mérése és bizonyítása, hanem az, hogy az így kiszemelt részletek - ha a teszt folyamatos használatra készült és közforgalomban van - a kihagyott tudásanyag háttérbe szorulását eredményezhetik. Továbbá az ilyen tesztek csak arra alkalmasak, hogy a tanulók egymáshoz viszonyított tudásszintjét megmutassák, de nem lehet segítségükkel a tantervi követelmények teljesítésének színvonalát kellő megbízhatósággal értékelni.

Végül pedig nem teszik lehetővé a részletes problémaelemzést. Hiszen a fel nem vett részek tudásszintjének az elemzése eleve lehetetlen.

Ezek miatt az okok miatt alakítottuk ki az un. totális tesz-teket. Az ilyen tesztek adott tudásanyagot, adott algoritmusokat tartalmaznak, és a mérés eredményeiből csak a tesztben lévő tudás, készség színvonalára következtetünk. Ennélfogva a tartalmi validitás kérdése fel sem merül. Igaz viszont, hogy viszonylag sok tesztre van szükség.

Például az alsótagozatos számolási készségek fejlettségét egyetlen szelektáló teszttel is meg lehetne mérni a 4. évfolyam végén. Egy ilyen teszt is sok hasznos információt nyújtana, a tanulók minősítését is objektivebbé tenné, de nagyon kevés haszonnal járna az oktatás hatékonyságának növelését illetően.

Mi ugyanezt a kérdést összesen 14 teszttel oldottuk meg. /Beleszámítva az elemi számolási készségek mérésére szolgáló tesztet is./ Ennek eredményeként azonban teljes és részletes képet kapunk ezeknek a számolási készségeknek a természetéről, fejlettségi szintjéről, a fejlődés jellegéről és tempójáról. Nincs probléma a tartalmi validitással, nyugodtan közre lehet adni a teszt-



ket, hiszen aki mindazt tudja, ami a tesztekben benne van, az a teljes anyagot tudja.

Bár többször kell mérni, de ezeknek a mérőlapoknak a többségével a mérés egyetlen tanóra feleltetésére használt időmennyiségét igényli csak. A szelektív tesztek kitöltése viszont rendszerint több órán át tart.

Tesztjeink másik sajátossága, hogy minden esetben négy változatot készítettünk. Ezek a változatok teljesen azonos jellegűek, ugyanannak az algoritmusnak a működését követelik meg a műveletek mind a négy változatában.

Az adatfeldolgozás során változatonként is elemeztük a teljesítményeket. Ennek alapján bebizonyosodott, hogy nemcsak logikai megfontolások, hanem a számítások szerint sincs számottevő, szignifikáns különbség az adott teszt változatai között, sem az azonos típusu műveleteket, sem az átlagos teljesítményeket tekintve.

Ennek alapján e kiadványban már csak olyan adatok szerepelnek, amelyeket a változatok figyelmen kívül hagyásával kaptunk. Végeredményben tehát minden tesztből négy azonos jellegű és súlyú változatunk van, amiket sakktábla-szerűen kiosztva, az adott tanuló körül /közvetlen mellette, előtte, mögötte/ nem ülnek olyanok, akik ugyanazon a változaton dolgoznak. Ennélfogva a tanulók szétültetése, speciális felügyelete felesleges. A mérést a tanteremben egy pedagógus vezetésével végezhetjük.

Mivel készségmérésről van szó, a legegyszerűbb megoldásnak azt tartottuk, hogy elvégeztetjük a tanulóval a megfelelő műveleteket. Lehet ugyan az ilyen esetekben is feleletválasztós és más technikát alkalmazni, ami gyorsabbá, mechanikusabbá teheti a javítás munkáját, de a számolás alapkészségei esetében e megoldást nem tartottuk észszerűnek. Ebből következik, hogy a tesztekhez javítókulcsok járulnak, melyek segítségével a javítást végezhetjük. Ezt leggyorsabban úgy tehetjük, hogy változatonként szedetjük össze a tesztekét, és a javítást változatonként végezzük. /A részletekre az egyes tesztek ismertetésekor természetesen majd visszatérünk./

A javítás kétféle módon történik attól függően, hogy az adott teszthez milyen értékelő rendszer tartozik. /Ezek ismertetését lásd a következő pontban!/
 Ha a teszten az egyes műveletek pontértéke rajta van, akkor a javítás mindössze abból áll, hogy a hibásan megoldott műveletek

pontszámát áthuzzuk. Ezt a megoldást találhatjuk a számírás, a mértékváltás és az írásbeli alapműveletek milliós számkörbeli tesztjein.

A szóbeli számolás és az ezres számkörben az írásbeli alapműveletek tesztjein nincsenek pontok. Ezeknek a teszteknek a javítását a hibás művelet eredményének áthuzásával vagy bekarikázásával végezhetjük.

3/ A tesztek értékelő rendszere

Mint már említettük, kétféle értékelő rendszert alkalmaztunk. Vizsgáljuk meg előbb a szóbeli számolás és az ezres számkörbeli alapműveletek tesztjeit! /Lásd a harmadik és a negyedik fejezetben!/
 Ezekre a tesztekre az jellemző, hogy a teszten belüli műveletek azonos jellegűek. Ugyanannak az algoritmusnak a használatát követelik meg, egyforma terjedelműek, és gyakorlatilag azonos nehézségi fokúak. Az egyes műveletek tehát mint az értékelés elemei az adott teszten belül eleve azonos súlyúaknak tekinthetők, más szóval e tesztek eleve homogén elemekből állnak.

Ezekből a műveletekből azért szükséges ugyanazzal a tanulóval többet megoldatni, hogy megbízhatóan értékelhető legyen a készség fejlettségi szintje.

A fentiek alapján az egyes műveletek külön-külön történő értékelésének nincs értelme. A készség fejlettségéről akkor kaphatunk hű képet, ha a hibátlanul elvégzett műveletek számát vesszük alapul, és ezt hozzuk kapcsolatba a hibák számával, az összes megkezdett művelet számával, a felhasznált idővel.

A tesztek eleve ennek figyelembevételével vannak összeállítva. Mint látható, viszonylag sok műveletet tartalmaznak. A mérésre meghatározott időt kapnak a tanulók /5-15 percnyit, a részleteket lásd az egyes tesztek ismertetésénél/.

A felhasználható idő úgy van meghatározva kerek percekben, hogy várhatóan a jól számoló tanulók se tudjanak minden műveletet megoldani. Ha azonban ilyen előfordul, az időrovatba beírjuk a felhasznált percek számát, a másodperceket tizedekké alakítva. A gyakorló pedagógus értékelő munkájában a tizedmásodperceket elegendő számítás nélkül közelítő becsléssel megállapítani.

A teszt elkészítésére megállapított idő ugyanakkor elegendő arra, hogy a gyöngébben számoló gyermekek is elvégezhesenek egy

minimális számú műveletet, ami lehetővé teszi az objektív értékelést. Kivéve természetesen azokat a tanulókat, akik egyáltalán nem tudják az adott algoritmust, de a rendelkezésre álló idő ezek esetében is elegendő annak megállapítására, hogy tudásuk értéke nulla, vagy ahhoz közel áll.

A fenti körülményekből jól látható, hogy az értékeléshez három adatra van szükség: a végzett műveletek számára, ebből a hibás műveletek számára és a felhasznált percek számára.

A felhasznált percek számát mi határoztuk meg, tehát ez adott állandó annak a néhány tanulónak a kivételével, akik a megadott idő letelte előtt az összes műveletet elvégezték. Ezeknek az időadatát - mint említettük - beírjuk a teszten lévő időrovatba.

Az elvégzett műveletek számát a "kész /db./:" rovatba írjuk be. Ezt az adatot ránézéssel állapíthatjuk meg, ugyanis a szóbeli számolás tesztjein oszloponként 20 művelet található ötös csoportokban, az ezres számkörbeli alpműveletekből viszont mindössze 21, 24 van egy tesztlapon, minélfogva könnyen számbavehetőek az elvégzett műveletek.

Harmadik adatunkat a javítás során áthuzott hibás műveletek száma adja a "Hibás /db./:" rovatba beírva.

Ezeknek az alapadatoknak a segítségével háromféle mutatót számítottunk. Ezek közül a mindennapi mérés gyakorlatában csak egyre van szükség: a percenkénti hibátlan műveletek számára.

Ha e az elvégzett műveletek számát, t pedig a felhasznált percek számát jelenti, akkor a percenként végzett műveletek száma /T/ így számítható ki:

$$T = \frac{e}{t}.$$

Ha h jelenti az elkövetett hibák számát és N a percenként végzett hibátlan műveletek számát, akkor

$$N = \frac{e-h}{t}.$$

Ez az a mutató, amelyre a gyakorló pedagógus értékelő munkájában szükség van. Majd az egyes tesztek jellemzésekor ismeretjük azokat a segédesszközöket, amelyek e mutató kiszámításától megkímélik a pedagógust. Mint jól látható, ebben a mutatóban együtt jut kifejezésre a készség fejlettségének tempója és minősége.

A harmadik mutató az ún. hibátlanossági arány /H/. Ezt az értéket a számítógép a percenként végzett műveletek országos átlá-

gából \bar{X}_T / és a percenként végzett hibátlan műveletek számából \bar{X}_N / számította ki:

$$H = \frac{\bar{X}_T}{\bar{X}_T - \bar{X}_N}$$

Ez a mutató azt fejezi ki, hogy a tanulók átlagosan minden hanyadik műveletben követnek el hibát, és mint ilyen nagyon érzékenyen mutatja a készség minőségének a fejlődését.

Ha egyes tanulók teljesítményének hibamutatóját H_e / kívánjuk kiszámítani, akkor az alábbi formulát használhatjuk:

$$H_e = \frac{e}{h+1}$$

Mivel a nullával való osztás nincs értelmezve, célszerű 1 -et hozzáadni a hibák h / számához.

E mutató azonban a tanuló által elvégzett viszonylag kevés művelet miatt az egyes tanuló készségének minőségét nem mutatja elég megbízhatóan. Ezért helyes, ha az egyes tanuló készségének az értékelésére a percenként végzett hibátlan műveletek számát használjuk, amelyben a tempó és a minőség egyaránt tükröződik.

A percenként végzett hibátlan műveletek száma önmagában nem mutatja meg, hogy az adott tanuló teljesítménye, vagy az adott évfolyam átlagos teljesítménye mit jelent. Jó-e, elég fejlett-e az adott készség? Tehát valamilyen viszonyítási alapra van szükség. Azt tartjuk, hogy az elérhető maximális fejlettség lehet a viszonyítási alap, amit a pedagógusok átlagos teljesítménye fejezhet ki. Ez mutatja meg, hogy mi az a maximum, ami 100 %-nak tekinthető, és ennek alapján nagyon szemléletesen mutatható, hogy az adott tanuló, osztály, évfolyam hány %-os teljesítményt ért el, hol tart az elérhető szinthez viszonyítva, mennyi van még hátra a készségfejlődés és fejlesztés munkájában, hogy a kívánt szintet elérjék a tanulók. A kívánt szint természetesen nem feltétlenül a 100 %-os teljesítmény. Hogy mennyi, annak meghatározása a tantervkészítők feladata lehet. Mi csak javaslatot tehetünk a mérési eredmények elemzése alapján. /Lásd a következő fejezeteket!/
 A számirás, a mértékváltás és az írásbeli alpműveletek milliós számkörbeli tesztjeinek értékelésére a fentiekben ismertett módszer nem alkalmazható. Ezekben a tesztekben az egyes műveletek számottevően különböznek egymástól tartalmukban, jellegükben és nehézségi fokukban egyaránt. Ezért azt is meg kell vizsgálni, hogy az egyes műveletekben külön-külön véve őket milyen az

országos teljesítmény. Ez mutatja meg, hogy mivel van a legtöbb baj, probléma. Továbbá az egyes alapműveletek tesztjein egy-egy művelet elvégzése viszonylag sok időt igényel, ennél fogva egy tanórán viszonylag kevés műveletet lehet megoldani.

Mindezek figyelembevételével célszerűtlen lenne a percenként végzett hibátlan műveletek számával mérni ezeknek a készségeknek a fejlettségét.

E készségeknél úgy jártunk el, hogy az adott készség minden alapvariációjához felvettünk egy-egy műveletet a tesztre, és ezeket mind el kell végeznie a tanulónak. Ennek alapján 100 %-os teljesítményt az a tanuló nyújt, aki a teszt valamennyi műveletét hibátlanul megoldja. Vagyis a készségfejlesztő munka akkor fejezhető be, ha a tanuló 100 %-hoz közeli teljesítményt ér el.

Az időmérésnek a gyakorló pedagógus munkájában e tesztek esetén nincs szerepe.

Az országos felmérés során természetesen a felhasznált időt is megmértük. Ismeretes, hogy a készség tempója és minősége között szoros a korreláció /minél gyorsabb a tempó, annál jobb a minőség is/. Ezért az országos készség szint elemzéséhez ezek az adatok is fontosak. Kiszámítottuk a felhasznált percek számának országos átlagát és szórását.

A gyakorló pedagógus munkájában ezeknek az adatoknak az a szerepük, hogy tájékozódhatnak a mérésre felhasznált idő mennyiségéről. Arról, hogy mennyi ideig célszerű engedni a tanulókat dolgozni. Mi az a határ, amin túl már egyetlen tanuló sem képes helyes megoldásokat adni, akármennyi ideig is próbálkozik. Ezt az időértéket az országos átlag és a szórás kétszeresének az összege adja.

Például a mértékváltás készségeit mérő tesztre az ötödikes tanulók országos átlagban 9,4 percet használtak fel. A szórás 5,2 perc. A szórás kétszerese: $5,2 \cdot 2 = 10,4$. Ezt hozzáadva az átlaghoz: $10,4 + 9,4 = 19,8$. Tehát maximálisan 20 percet célszerű a gyengén számoló tanulókra várni. Ez az érték egy empirikus adat, amely azt mutatja, hogy országosan a tanulóknak mindössze mintegy 2 %-ánál fordult elő, hogy 20 percnél több időt igényeltek. Vagyis ennyi idő elteltével a számolni nem tudó tanulók is önként abbahagyták a munkát. Ez az időmennyiség tehát /amit az egyes tesztek értékelésekor évfolyamonként természetesen megadunk/ valóban egy felső határ. Feltehetően ennél jóval kevesebb idő lenne szükséges, mivel ebben az időmennyiségben benne van a

leggyengébbek eleve reménytelen próbálkozása is.

Visszatérve a készség minőségének az értékelésére, azt már megállapítottuk, hogy a teszt egyes műveleteit külön-külön is kívánatos megvizsgálni. Ezt egyszerűen úgy végezzük, hogy az országos felmérésben résztvevő tanulók számát vesszük alapul. Ha minden tanuló hibátlanul megoldotta az adott műveletet, akkor az adott műveletben elért országos teljesítmény nyilvánvalóan 100 %. Ha N_e jelenti az adott művelet /elem/ országos színvonalát százelekben kifejezve, n_{eI} az adott elemet helyesen megoldó tanulók számát, n_e pedig a mérésben résztvevő tanulók számát, akkor

$$N_e = \frac{n_{eI}}{n_e} \cdot 100.$$

E mutató segítségével tehát feltérképezhetjük az egyes elemekben elért országos színvonalat. /Lásd a Műveletenkénti teljesítmény c. pontokat!/
 Az egyes tanuló összes műveletének, vagyis az egész tesztnek az értékelését az alábbiak szerint végeztük.

Először is kiszámítottuk az egyes műveletek nehézségi fokát kifejező empirikus pontokat / E_p / az alábbi formulával:

$$E_p = 1 : \frac{n_{eI}}{n_e} = \frac{n_e}{n_{eI}}$$

ahol az n_{eI}/n_e az előző formulából való.

Az empirikus pont tehát annál nagyobb, minél kevesebben tudják a tanulók az országban megoldani az adott műveletet. Hiszen a tanulók számára nem az a nehéz, amiről mi úgy véljük, hogy nehéz, hanem az, amit nem tudnak megoldani. Ezért nevezük ezt a súlyt empirikus pontnak vagy nehézségi foknak.

E számítás eredményeként tehát minden műveletnek megvan a maga pontja, ami kifejezi az adott művelet nehézségi fokát.

Nyilvánvaló, hogy az összes lehetséges ilyen pontok száma az adott teszten a 100 %-os teljesítményt adja. A jól megoldott feladatok pontszámainak az összegét elosztva az összes lehetséges pontok számával, megkapjuk az adott tanuló által elért szintet %-ban kifejezve. /Természetesen a 100-zal való szorzás után./

Hogy a pedagógusnak ne kelljen ezeket a számításokat elvégezni, az adott teszt empirikus pontjaiból %-os megoszlást számítottunk. Ennek következtében az empirikus pontok átalakultak

százalékpontokká /%p/. Az egyes műveletek százalékpontja olyan pont, amelyeket összegezve kerekben 100-at kapunk.

A számírás és a mértékváltás, valamint a milliós számkörbeli négy alapművelet tesztjein egy négyzetrácsot találhatunk. A négyzetrácsban lévő betűjel az adott művelet azonosítására szolgál. A négyzetrácsban található szám az adott betűjelhez, illetve az adott művelethez tartozik. Ez a szám az adott művelet százalékpontja. A négyzetrácsban lévő százalékpontok összege 100-at ad.

A tanuló teljesítményének az értékelése úgy történik, hogy a hibás műveletek százalékpontértékeit áthuzzuk, és a megmaradó százalékpontokat összeadjuk. Ez az összeg százalékban fejezi ki a tanuló teljesítményét.

Az összeadás könnyítésére a kevés hibát tartalmazó dolgozatok esetében természetesen a hibás műveletek százalékpontjait adjuk össze, és ezt az összeget 100-ból levonva kapjuk meg a tanuló teljesítményét kifejező mutatószámot.

A javítás után a százalékpontok összeadását a javítási órán magukkal a tanulókkal is elvégeztetjük, hiszen a csalás szinte reménytelen. Ha az osztály nem elég érett ennek az egy percnyi munkának az elvégzésére, néhány önként vállalkozó megbízható tanuló segítségét vehetjük igénybe. Természetesen az adott körülményektől függ, hogy a pedagógus a százalékpontok összeadását maga végzi-e vagy a tanulók segítségével.

Akár a percenkénti hibátlan műveletek számáról, akár százalékponttal kifejezett teljesítményről van is szó, át kell azt alakítanunk osztályzattá. Legalábbis a 3. és a 4. osztályokban, ahol ezeknek a készségeknek a kialakítása tantervi feladat. De amint a mérési adatokból kitűnik, ezek a készségek még az általános iskola 8. osztályában sincsenek kellően kialakulva. Tehát az osztályzattá alakítás szükséges lehet az általános iskola felső tagozatában is.

Ezért minden teszthez osztályzattá alakítási kulcsot is adunk. E kulcsokat az országos átlag és a szórás adataiból számítottuk ki, majd a könnyebb kezelhetőség érdekében a kapott értékeket kerekítettük és egyszerűsítettük.

A részletekre itt nem térünk ki. A számításokat a percenkénti hibátlan műveletekkel értékelhető tesztek esetében Az elemi számolási készségek mérése és fejlettségének országos színvonala /Tankönyvkiadó, 1971. 30.p./ című, a százalékponttal értékelhető tesztek esetében pedig A témazáró tudásszintmérés gyakorlati kér-

dései /Tankönyvkiadó, 1972. 63. p./ című könyvben leírtak szerint végeztük.

4/ Az országos készsége szint adatainak értelmezése

Az egyes fejezeteknek a készsége fejlődés országos színvonalát elemző pontjaiban az átlagos teljesítmény és a szóródás helyzetképe elnevezésű táblázatok a statisztikában nem járatos olvasó számára magyarázatot igényelnek. Természetesen lehetetlen itt a statisztika alapfogalmainak rendszerezett kifejtése. A legegyszerűbb megoldás talán az lesz, ha soravesszük e kétféle táblázat fejrovatait és az ott szereplő fogalmakat, adatokat értelmezzük.

Vegyük először az átlagteljesítményeket feldolgozó táblákat!

Az első értelmezendő rovat a tanulók száma. Ez a szám a gépi feldolgozásba bevont dolgozatok számát jelenti. A mérésben résztvevő tanulók száma ennél valamivel, esetenként pedig számottevően több volt. Egyrészt azért, mert nem minden iskola küldte vissza a megírt dolgozatokat, másrészt viszont a visszaküldött tesztek között voltak használhatatlanok /a mérési utasítás valamely pontjának a félreértése vagy meg nem tartása miatt/.

Először is az tűnik fel, hogy az alsó évfolyamokon ez a szám magasabb, gyakran ezer körüli, majd a középiskola utolsó évfolyamain már csak 300-400 tanuló tesztjét elemeztük. Ez azért van így, mert korábbi mérési tapasztalataink alapján tudtuk, hogy ha ugyanazt a készsége mérő tesztet különböző évfolyamon megíratjuk, az un. relatív szórás a magasabb évfolyamok felé haladva fokozatosan csökken. /A relatív szórás fogalmát később ismertetni fogjuk./ Ez azt jelenti, hogy a felsőbb évfolyamokon lényegesen kisebb tanulólétszám esetén is megbízható adatokhoz jutunk.

Az egy-egy évfolyamon megmért tanulók összessége a minta, amit az adott évfolyam összes magyar tanulójából sorsoltunk ki. Az összes tanuló a populáció. Az egész számítás a minta adataival történik. Mégis azt reméljük, hogy a kapott eredmények nemcsak a mérésbe bevont tanulókra igazak, hanem a magyar viszonyokat általában is tükrözik. A számítások azt mutatják, hogy a mérésbe bevont tanulók száma elegendő volt ahhoz, hogy a kapott adatok az országos helyzetkép tükröi lehessenek.

Az "átlag oszlopában" az egyes tanulók teljesítményeiből számítottuk ki az összes mérésben résztvevő tanulók átlagos tel-

jesítményét. Ez az átlag azonban együttal az országos átlag is. Könnyű belátni, hogy ez a mintaátlag nem azonos azzal az átlaggal, amit akkor kapnánk, ha azt az adott évfolyam összes tanulóinak a teljesítményeiből számítanánk ki. De eléggé megközelíti a nem ismert országos átlagot, és ezért elfogadjuk az országos átlag mutatójának.

Az átlagot követő két rovat éppen azt mutatja, hogy valóban elfogadható-e a megadott tanulólétszám adataiból számított átlag együttal országos átlagnak is.

Az átlag mellett találhatjuk a konfidencia intervallumot. Az egyszerűség és helykimélés érdekében ebben az oszlopban valóban nem intervallumot /két szám által határolt értékközt/ találunk, hanem csak egyetlen számot. Ez a szám \pm értékű. De a \pm jelölést is elhagytuk, hiszen a statisztikus számára enélkül is közhely az adat, a nem statisztikus olvasónak pedig elegendő itt jelezni e ténytet.

A konfidencia intervallum oszlopában szereplő számokból a tényleges konfidencia intervallumot úgy számíthatjuk ki, hogy azokat hozzáadjuk és kivonjuk az előtte lévő átlagból. Például ha az átlag 70, a hozzátartozó konfidencia intervallum \pm értéke 2, akkor a "tényleges" konfidencia intervallum 70-2 és 70 + 2, vagyis

$$68 - 72.$$

Ez azt jelenti, hogy 95 %-os biztonsággal állíthatjuk: az országos átlagot ugyan nem ismerjük, csak a mintaátlagot, de az országos átlag valahol a 68-72 között van.

A táblázatok bal oldala fölött található $p = 5\%$ jelenti ennek az állításnak a 95 %-os biztonságát. Ez az általánosan elfogadott 5 %-os valószínűségi szint.

Most már csak az a kérdés, hogy szakmai szempontból elegendően pontosnak tartjuk-e azt a becslést, miszerint az országos átlag valahol a 68-72 között van. Az olvasó bizonyára úgy érzi, hogy ez nagyon pontos becslés. De hogy ne érzések alapján ítéljük ezt meg, és ne kelljen a fent ismertetett számítást sem elvégezni, megadtuk a pontosságra vonatkozó adatokat.

Szakmai szempontból $\pm 6\%$ -os pontosságot célszerű elfogadni /Lásd: Ágoston-Nagy-Orosz: Mérésees módszerek a pedagógiában. Tankönyvkiadó, 1971. 301-306.p.!./. A fenti példában az átlag 70. Ennek $\pm 6\%$ -a $\pm 4,2$. Vagyis szakmailag akkor fogadjuk el az átlagot az országos helyzetet eléggé hűen tükrözőnek, ha a konfidencia

intervallum kisebb, mint a pontossági követelmény által adott intervallum. Ez $70 \pm 4,2$, vagyis 65,8-74,2. A konfidencia intervallum pedig csak 68-72 volt.

A táblázatokban ezeket az összefüggéseket leegyszerűsítve kapja az olvasó. Ugyanis kiszámítottuk, hogy a konfidencia intervallum ± értéke az átlag hány százalékát teszi ki. Ez a százalék a mérés tényleges pontossága. Ezek az adatok szerepelnek a pontosság elnevezésű oszlopban. Az itt közölt adatokról ránézésre is meg lehet állapítani, hogy az átlag elfogadható-e országos átlagnak. Ezt úgy szokták mondani, hogy szignifikáns-e az átlag. Ha a pontosság rovatában lévő szám hatnál kisebb, az adott átlagot szignifikánsnak tekinthetjük.

Végiglapozva az átlagos teljesítmény adatait feltüntető táblázatokat, azt láthatjuk, hogy a pontosság az esetek túlnyomó többségében 4 % alatt van. Esetenként pedig 2-3 %-nál is kevesebb. Ez nagyon szigorú pontosság. Ennél jóval lazább pontosság is elegendő lett volna, vagyis lényegesen kisebb tanulólétszámmal is beérhettük volna. Az ilyen nagy tanulólétszámra egyrészt mégis azért volt szükség, mert az iskolánkénti sorsolás esetén 30-60 iskolánál kevesebb nem reprezentálja az országot, másrészt viszont eredetileg részmintánként is szándékunkban volt vizsgálni a teljesítményt az oktatást befolyásoló tényezők tanulmányozása érdekében. Mint azonban már említettük, ezek az eredmények azt ismételték, amit már az elemi számolási készségek mérésekor is kaptunk.

Egy másik oszlopban a szórás adatait találhatjuk. Az egyes tanulók teljesítménye az átlaghoz viszonyítva több, vagy kevesebb. Hogy ezek az eltérések, "ingadozások" átlagban mekkorák, azt mutatja a szórás.

A relatív szórás pedig azt mutatja, hogy a szórás az átlag hány %-a. Ezen a módon lehet elvonatkoztatni az átlag és a szórás konkrét számértékeitől, miáltal a szórás más szórásokkal összehasonlíthatóvá válik.

A percenkénti hibátlan műveletek számával értékelt tesztek esetében még egy értelmezendő rovatot találunk. Ez a pedagógus teljesítményt tartalmazza százalékban kifejezve.

Megmértük a mérésben résztvevő tanulók pedagógusainak a teljesítményét is. Ennek az átlaga található a fejróvatban $100\% = \bar{x}$ formában /ahol \bar{x} a pedagógusteljesítmény átlaga/. A tanulók évfolyamonkénti átlagos teljesítményét ehhez viszonyítva adtuk meg

százalékban kifejezve.

A szóródás helyzetképét ismertető táblázatokban csak az osztályköz, osztályközép és a relatív gyakoriság fogalmait szorolnak magyarázatra.

Ahhoz, hogy pontos képet kapjunk az adott készség fejlettségének színvonaláról, nem elég az átlagot és a szórást ismerni. Szükséges részletesen kiszámítani, hogy a tanulók hány százaléka van a különböző szinteken /az átlag alatt és fölött/. Így pontosan láthatjuk az eltérések jellegét, az eredményeket, a problémákat és a feladatokat.

A relatív gyakoriság ezt a feladatot oldja meg.

Az elért vagy elérhető legalacsonyabb és legmagasabb teljesítmény közötti intervallumot egyenlő közökre osztjuk /általában 10-20 ilyen közre/. Ez az osztályköz.

A százalékponttal értékelt tesztek esetében lehetséges legalacsonyabb és legmagasabb teljesítmény 0%p, illetve 100 %p. Ezt az intervallumot 20 osztályközre osztottuk: 0,0-5,0; 5,1-10,0 stb. Ezek az osztályközök találhatóak az első oszlopban "Teljesítmény, %p" fejezet alatt. Mivel ez a skála zárt, célszerű minden teszt és minden évfolyam eredményeinek leírására ugyanezt a beosztást alkalmazni. Ezért elég egyszer feltüntetni a táblázatban, valamennyi relatív gyakoriságra ugyanez vonatkozik.

A relatív gyakoriság tulajdonképpen a mérésben résztvevő tanulók százalékos megoszlása. Azt mutatja, hogy ha az összes tanulót 100 %-nak vesszük, akkor az egyes osztályközökre a tanulók hány %-a esik.

Például a számításban a tanulók 5,6 %-ának a teljesítménye az 5. évfolyam elején 0,0-5,0 százalékpontos, és csak 34,4 százalékuk képes 95,1-100,0 százalékpontos teljesítményre.

A percenkénti hibátlan műveletek számával értékelt tesztek eredményeinek a szóródását nem lehet eleve megadott osztályközökkel jellemezni, mivel a legalacsonyabb és a legmagasabb teljesítmény tesztenként és évfolyamonként is nagymértékben különbözhet. Ezért minden teszt minden évfolyamának minimális és maximális teljesítményéből külön kell kiszámítani az osztályközöket. Ezeket a minimum és a maximum különbségének a 16 részre osztásával adjuk meg.

Ebben az esetben tehát minden évfolyam relatív gyakorisága elé külön fel kell tüntetni az osztályközöket. Helykimélés végett

nem a két számmal leírható osztályközt adjuk meg, hanem e két szám átlagát, a két szám közepét. Ez az osztályközép, amit a táblázat fejrovataiban találhatunk.

A szóródás helyzetképét ábrákon is szemléltetjük. Ezek az ábrák - eltérően a többi ábrától - nem közérthetőek. A fentiekben ismertetett fogalmak feltétlenül szükségesek ahhoz, hogy azt a sok és hasznos információt, tényt megértsük, amit ezek az ábrák nagyon szemléletesen nyújtanak.

Második fejezet

SZÁMIRÁS ÉS MÉRTÉKVÁLTÁS

A számírás és a mértékváltás készségrendszere tulajdonképpen az elemi és nem az alpműveleti készségek körébe tartozik. Mivel azonban a jelenlegi tanterv szerint a tízes számrendszer a negyedik évfolyam végére épül ki fokozatosan, a mértékek tanítása is ekkorra fejeződik be, e készségrendszerek mérése a negyedik évfolyam végétől kezdve célszerű. Tekintettel arra, hogy az alpműveleteket is ekkorra kell megtanítani, ezért került a számírás és a mértékváltás témája ebbe a kötetbe és nem az előzőbe.

1/ A mérés eszközei

A számírás, pontosabban a számok leírása diktálás alapján tulajdonképpen a tízes számrendszer jel- és jelölésrendszerének tudását jelenti. Mivel a lejegyzés diktálás alapján, szóbeli információ közléssel történik, feltételezhetjük, hogy a számírás készségének a fejlettsége egyben tükrözi a számolvasás készségét is. Mindenesetre hasznos és érdekes feladat lenne megvizsgálni a korrelációt a számírás és a számolvasás készsége között.

A számírás készségét a milliós számkörben vizsgáltuk. Egyrészt azért, mert az alsó tagozatos tanterv nem lépi túl ezt a számkört, másrészt az ennél nagyobb számok pontos lejegyzése a gyakorlatban ritkán szükséges. Ugyanakkor a 10 milliós és a 100 milliós számkörben szükség esetén az analógia jól működik, ha a milliós számkörben a számírás készsége kifogástalanul funkcionál. A milliárd pedig az emberek mindennapi munkájában és életében rendszerint ilyen formákban szokott előfordulni: 3,5 milliárd, és nem pontosan kiírva egészen az egyesekig.

A milliós számok pontos lejegyzésének a tudása ugyanakkor nemcsak gyakorlati szempontból fontos, hanem a tízes számrendszer lejegyzési rendszerének a tökéletes megértése és megtanulása végett is.

Előkészítő vizsgálatok és mérések alapján 15 szám leírása bizonyult szükségesnek és elegendőnek ahhoz, hogy a számírás készségének a színvonalát megbízhatóan mérhessük.

A 15 szám között egyjegyűtől hétjegyűig minden szám előfordul: 2 egyjegyű, 5 kétjegyű, 2 háromjegyű, 2 négyjegyű, 1 ötjegyű, 1 hatjegyű és 2 hétjegyű.

Azért vettünk fel minden lehetséges változatot és viszonylag sokat a kevés jegyből álló számokból, hogy mérőeszközünk kellően érzékeny legyen. Azoknak a tanulóknak a készségszintjét is mérje, akik még a nagyobb számok lejegyzésében nem járatosak. Ennek alapján megtudhatjuk, hogy ki hol tart, és mi az, amit még meg kell tanulnia.

A 15 szám közül a 13 többjegyűt úgy választottuk meg, hogy a nehéz változatok szerepeljenek. Közismert, hogy az olyan számok, amelyekben nincsen nulla, nagyon könnyen leírhatók hallás után. Ugyanis nem kell mást tenni, mint az egymás után elhangzó számokat egymás mellé írni. Azoknak a számoknak az esetében azonban, amelyekben nullák is vannak, pontosan kell tudni, hogy melyik számjegynek hol van a helye. Ha végigvizsgáljuk a javítókulcsban lévő számokat, jól láthatjuk e cél megvalósulását.

A fenti megfontoláson túlmenően a helyi érték jelentőségét azzal is figyelembe vettük, hogy a számokat helyi értéküknek megfelelően egymás alá kell a tanulóknak írniok.

Amint láthatjuk, a teszt egy négyzetrácsból áll, amelyre először egymás alá a 15 lediktált szám. A lediktálendő számok a javítókulcsban vannak.

A megíratás - beleértve a mérőlapok kiosztását és összeszedését is - maximálisan 15 percet vesz igénybe. A megíratást lehetőleg a tanóra elején végezzük, hogy azt követően zavartalanul megtarthassuk az esedékes számtan órát.

A megírás előtt külön instrukciókat nem kell adni. A tudatosítás érdekében a pedagógus olvassa fel a teszten lévő utasításokat. Hangsúlyozza, hogy a diktált számokat helyi értéküknek megfelelően kell egymás alá írni.

Ezt követően azt kell tudatosítani, hogy négy /A,B,C,D/ változat van, és hogy ki melyik változatot kapta. Ezt változatonkénti kézfeltartatással végezzük.

A számokat a javítókulcsból így kell diktálni: "A változat 5 002 010", "B változat 7 300 201", "C változat 8 400 307", "D változat 9 600 407"; "A változat 57" és így tovább.

Vagyis minden szám elé bemondjuk, hogy melyik változathoz tartozik. A diktálás jól tagolt, de folyamatos legyen. Nem kell soronként külön várakozási szüneteket tartani. A diktálási tempót

a pedagógus előzetes kipróbálással önmagának úgy állítsa be, hogy az első sor négy változatára 35-40 másodperc jusson. Miután ezt a tempót érzékeltük, a diktálást ebben a tempóban végezzük.

A számokat természetesen csak szabályosan szabad olvasni: ötmillió-kétezer-tíz stb. Tilos bármiféle más mód használata, pl: ötmillió-nulla-nulla-kétezer-nulla-tíz.

A változatonként összeszedett mérőlapok javítására jó módszer, ha 1-3 számot veszünk egyszerre /ennyit könnyen meg lehet jegyezni/, és minden lapon előbb ezeket a számokat javítjuk ki folyamatosan lapozva a tesztek, majd vesszük a következő 1-3 számot és így tovább.

Egy szám lejegyzése akkor helyes, ha - azon kívül, hogy hibátlan - a helyi értékek megfelelő helyre írta a tanuló. A teszt első száma azért hétjegyű, hogy /ha ezt a tanuló az első sorba beírta/ a többi számjegy elférjen a sorban, ha a tanuló az egyeseket az egyesek alá írja.

Nyilvánvaló, hogy az első szám esetében a helyi érték kérdése nem merülhet fel.

Tehát a tanuló teljesítményének az értékelése szempontjából eltekintünk attól, hogy az adott szám esetében a szám lejegyzésében, vagy a megfelelő helyre történő írásában van-e a hiba. Ha bármelyik hibás, az adott elem rossz, és áthúzzuk az előtte lévő pontértéket.

Ha a pedagógus azt is meg szeretné tudni, hogy tanulója vagy osztálya mennyi hibát követ el a lejegyzésben és külön a helyi értékben, az elemzést az alábbi módon célszerű végezni:

A szám lejegyzésében elkövetett hiba esetén az adott szám betűjele előtt húzzunk egy vonalat. A helyi értékben elkövetett hibáért pedig húzzuk át az adott szám előtt lévő betűjelet.

Az országos felmérés adatain elvégeztük ezt az elemzést is. /A következő pontban ismertetjük a módszert és az országos eredményeket, amelyekhez viszonyíthatjuk osztályunk, évfolyamunk adatait./

Az összeadott százalékpontok /%p/ értéke adja a tanuló teljesítményét. Ha ezt a teljesítményt osztályzattá kívánjuk alakítani, akkor az alábbi osztályzattá alakítási kulcsokat használhatjuk.

Az általános iskola 4. osztályának utolsó hónapjától a 6. osztály végéig:

elégtelen	30 %p és alatta
elégséges	31-60 %p
közepes	61-80 %p
jó	81-99 %p
jeles	100 %p.

Az általános iskola 7. és 8. osztályaiban:

elégtelen	50 %p és alatta
elégséges	51-70 %p
közepes	71-90 %p
jó	91-99 %p
jeles	100 %p.

Ha megvizsgáljuk a teszten található pontértékeket, akkor azt láthatjuk, hogy a legkisebb pontmennyiség, amit egy szám helyes leírásáért és jó helyi értékéért kapni vagy elveszíteni lehet: 6. A legnagyobb: 8.

Ebből a körülményből nyilvánvaló, hogy egy hiba elkövetése esetén a teljesítmény 92, 93 vagy 94 %p. Vagyis az általános iskola 7-8. osztályában egy hiba elkövetése esetén, a 4-6. évfolyamokon pedig 2 esetleg 3 hiba elkövetése esetén kaphat a tanuló jó érdemjegyet.

Felmerülhet a kérdés, hogy értelmes dolog-e osztályozni ezeket a nagyon elemi és alapvető készségeket. Hiszen azzal, hogy valaki 60-80 %p-os szintet ért el és középezt kapott, nem mondhatjuk, hogy a tudása közepes, hiszen ha valaki a számokat nem tudja leírni, annak számára reménytelen dolog haszonnal matematikát tanítani. A szóródás országos helyzetképének elemzésekor e kérdésre visszatérünk. E helyen csak egy végkövetkeztetést előlegezünk.

A számírás készségének fejlesztése csak akkor tekinthető befejezettnek, ha a tanuló hibátlanul, vagy egy hibával oldja meg a tesztet. Legfeljebb két hibát fogadhatunk el, ha a hiba nyilvánvalóan figyelmetlenségből származott, vagy a tanuló erősen szétszórt figyelmű.

Annak a tanulónak, aki ezt a szintet nem érte el, addig kell a számírást, számolvasást tanulnia, gyakorolnia, amíg ő is el nem jut a négyes vagy ötös szintre.

Az osztályzatnak tehát e készség esetében nem az az értelme, hogy mennyit tud a tanuló, hanem az, hogy mennyit kell még gyakorolnia. Ezt a felfogást, szemléletmódot döntő jelentőségűnek tekintjük, ezért nem félünk az ismétlés vádjától: minden mért kész-

ségrendszerénél visszatérünk rá, megmutatván azt a szintet, amelynek elérésekor a gyakorlás befejezhető.

Sokkal nehezebb az a kérdés, hogy a gyakorlás befejezése hanyadik évfolyamon érhető el jelenlegi tantervünk, módszertani kulturánk alapján. Hogy most mikor érjük el, az az országos helyzetkép elemzéséből fog kitünni, aminek alapján elképzelhető egy pontosan megfogalmazott, egyértelmű követelményállítás is.

A mértékváltás készségrendszere a mértékrendszer tudására épül. Nyilvánvaló, hogy aki a különböző mértékegységeket más egységeké át tudja alakítani, az alkalmazási szinten sajátította el a vonatkozó ismereteket. A mértékváltás készségének színvonala természetesen nem mutatja, hogy az adott mérték lényegének, funkciójának a megértése milyen színvonalú. Ez nem a készségmérés feladata. Hűen mutatja viszont az egységek viszonyainak ismeretét.

Az általános iskola alsó tagozatából a tanterv alapján az alábbi mértékeket és egységeket vettük fel. Idő: nap, óra, perc; hosszuság: km, m, dm, cm, mm; ürtartalom: hl, l, dl; pénz: forint, fillér; terület: m^2 , dm^2 , cm^2 ; Súly: t, q, kg, dkg, g.

A tantervi követelményből csak a hónap fogalmát hagytuk el. A hónap változó napszáma ugyanis külön megjegyzések nélkül az átszámítás során félreértések forrása lehet.

Amint a mérőlapon látható, a hatféle mértékhez 15 műveletet készítettünk, hogy az alapvariációk előforduljanak. Idő: 3 művelet, hosszuság: 4 művelet, ürtartalom: 2 művelet, pénz: 1 művelet, terület: 1 művelet, súly: 4 művelet.

Mivel az alsó tagozaton a terület tanított mértékegységei inkább csak előkészítői a későbbi továbbfejlesztésnek, ebből csak egy műveletet vettünk fel, ami persze ugyanakkor megmutatja, hogy az alsó tagozatos elemi szinten tudják-e azokat a tanulók.

A mérőlap változatain az azonos jellegű műveletek nem azonos sorrendben következnek egymás után. Az azonos sorrend ugyanis a szomszéd tanuló tesztjébe való bepillantás esetén segítséget nyújtana a megoldáshoz. Ez az oka annak, hogy csak az "A változaton" következnek a betűk az abc sorrendjében, a többiek pedig sorszámmal alakítottuk ki a műveletek sorrendjét.

Az általános iskolában a tanulók az 5. évfolyam elején 9,4, a 8. évfolyam elején pedig átlagosan 8,9 percet használtak fel a mérőlap műveleteinek az elvégzésére. A tempó tehát nem sokat növekedett /mint látni fogjuk, a minőség sem/.

MÉRŐLAPOK

Mértékváltás

A változat

MÉRTÉKVÁLTÁS

A	9	13 kg 5 dkg =	dkg
B	6	2 nap 10 óra =	óra
C	8	3 m ² 5 dm ² =	dm ²
D	8	6 m 3 dm =	mm
E	5	7026 mm =	m dm cm mm
F	6	3 hl 5 liter =	dl
G	5	2 óra 5 perc =	perc
H	6	6 km 5 m =	m
I	6	38 óra =	nap óra
J	6	6235 f. =	Ft f.
K	8	4 t 7 q 2 kg =	kg
L	6	6007 kg =	t q kg
M	6	12652 m =	km m
N	10	8020 g =	kg dkg g
O	5	6057 liter =	hl liter
		%p Érdemjegy:	

B változat

MÉRTÉKVÁLTÁS

H	6	8 km 10 m =	m
B	6	2 nap 2 óra =	óra
C	8	16 dm ² 2 cm ² =	cm ²
A	9	14 kg 6 dkg =	dkg
E	5	8040 mm =	m dm cm mm
F	6	8 hl 3 liter =	dl
D	8	5 m 6 dm =	mm
J	6	7864 f. =	Ft f.
L	6	8006 kg =	t q kg
I	6	40 óra =	nap óra
K	8	7 t 2 q 3 kg =	kg
O	5	8052 liter =	hl liter
G	5	3 óra 10 perc =	perc
M	6	85342 m =	km m
N	10	7050 g =	kg dkg g
		%p Érdemjegy:	

C változat

MÉRTÉKVÁLTÁS

F	6	8 hl 1 liter =	dl
H	6	4 km 10 m =	m
C	8	5 dm ² 4 cm ² =	cm ²
B	6	5 nap 3 óra =	óra
D	8	4 m 5 dm =	mm
A	9	15 kg 3 dkg =	dkg
G	5	2 óra 4 perc =	perc
E	5	8012 mm =	m dm cm mm
O	5	8027 liter =	hl liter
J	6	3254 f. =	Ft f.
I	6	42 óra =	nap óra
L	6	6004 kg =	t q kg
M	6	17105 m =	km m
N	10	5090 g =	kg dkg g
K	8	3 t 5 q 6 kg =	kg
		%p Érdemjegy:	

D változat

MÉRTÉKVÁLTÁS

L	6	7005 kg =	t q kg
C	8	4 dm ² 6 cm ² =	cm ²
I	6	50 óra =	nap óra
H	6	6 km 5 m =	m
F	6	7 hl 7 liter =	dl
E	5	6042 mm =	m dm cm mm
J	6	8967 f. =	Ft f.
A	9	27 kg 3 dkg =	dkg
B	6	3 nap 5 óra =	óra
D	8	2 m 7 dm =	mm
K	8	4 t 3 q 7 kg =	kg
G	5	5 óra 15 perc =	perc
M	6	16026 m =	km m
N	10	6070 g =	kg dkg g
O	5	7053 liter =	hl liter
		%p Érdemjegy:	

JAVÍTÓKULCS

Számírás

JAVÍTÓKULCS

Mértékváltás

A változat	B változat
A = 5 002 010	A = 7 300 201
B = 57	B = 29
C = 1 002	C = 2 006
D = 302 063	D = 408 091
E = 9	E = 7
F = 1 000 304	F = 1 000 405
G = 99	G = 78
H = 30 201	H = 60 402
I = 1 301	I = 1 906
J = 27	J = 35
K = 167	K = 346
L = 3	L = 5
M = 17	M = 23
N = 608	N = 705
O = 70	O = 50

C változat	D változat
A = 8 400 307	A = 9 600 407
B = 48	B = 76
C = 3 004	C = 6 002
D = 203 018	D = 503 023
E = 5	E = 4
F = 1 000 708	F = 1 000 309
G = 65	G = 88
H = 70 506	H = 50 308
I = 1 101	I = 2 302
J = 42	J = 52
K = 276	K = 872
L = 9	L = 4
M = 42	M = 56
N = 408	N = 504
O = 80	O = 60

A változat	B változat
A = 1305 dkg	H = 8010 m
B = 58 óra	B = 50 óra
C = 305 dm ²	C = 1602 cm ²
D = 6300 mm	A = 1406 dkg
E = 7m 0dm 2cm 6mm	E = 8m 0dm 4cm 0 mm
F = 305 liter	F = 803 liter
G = 125 perc	D = 5600 mm
H = 6005 m	J = 78 Ft 64 f
I = 1 nap 14 óra	L = 8 t 0 q 6 kg
J = 62 Ft 35 f.	I = 1 nap 16 óra
K = 4700 kg	K = 7203 kg
L = 6 t 0 q 7 kg	O = 80 hl 52 liter
M = 12 km 652 m	G = 190 perc
N = 8 kg 2 dkg 0 g	M = 85 km 342 m
O = 60 hl 57 liter	N = 7 kg 5 dkg 0 g

C változat	D változat
F = 801 liter	L = 7 t 0 q 5 kg
H = 4010 m	C = 406 cm ²
C = 504 cm ²	I = 2 nap 2 óra
B = 123 óra	H = 6005 m
D = 4500 mm	F = 707 liter
A = 153 dkg	E = 6 m 0 dm 4 cm 2 mm
G = 124 perc	J = 89 Ft 67 f.
E = 8m 0 dm 1 cm 2 mm	A = 2703 dkg
O = 80 hl 27 liter	B = 77 óra
J = 32 Ft 54 f.	D = 2700 mm
I = 1 nap 18 óra	K = 4307 kg
L = 6 t 0 q 4 kg	G = 315 perc
M = 17 km 105 m	N = 16 km 26 m
N = 5 kg 9 dkg 0 g	M = 6 kg 7 dkg 0 g
K = 3506 kg	O = 70 hl 53 liter

Az időmérés adatainak alapján az általános iskolában felhasznált idő átlagát 9 percben állapíthatjuk meg. A szórás értéke nagyon magas: 5 perc. Mint az első fejezetben leírtuk, a szórás kétszeresét hozzáadva az átlaghoz, megkapjuk a mérésre felhasználható időt. A mértékváltás esetében ez kerekben maximum 20 perc. Vagyis a mértékváltás készségszintjének a mérése is elvégezhető egy hosszabbra nyult hagyományos feleltetés időtartama alatt.

A saktáblaszerűen kiosztott mérőlapok megíratása előtt semiféle instrukciót nem kell adni.

Mivel a tanulók közötti időbeli különbség igen nagy /a legjobb tanulók 2-3 percet, a leggyengébbek 15-20 percet használnak fel/, meg kell szervezni, hogy a gyorsabban elkészülő tanulók ne zavarhassák, segíthessék a még dolgozó társaikat. A legegyszerűbb megoldás, ha az elkészült tanulókat kiengedjük az osztályból, amennyiben ez lehetséges. Adhatunk más feladatokat, valamilyen más elfoglaltságot. Fontos ugyanis, hogy jó megoldást találjunk, mert ha 10-15 percig tétlenségre kényszerítjük őket, lehetetlen megakadályozni, hogy a többieket ne zavarják.

Bármilyen megoldást is választunk, a mérőlapot a megírás után azonnal be kell szedni az adott tanulótól.

A javítást a javítókulcs segítségével e tesztek esetében is változatonként és műveletenként haladva célszerű végezni.

Egy művelet akkor jó, ha valamennyi eleme hibátlan. Például az "E" művelet megoldása négy elemből áll /7026 m = m dm cm mm/. Ha a több elemű megoldások bármelyike is hibás, értelemszerűen a művelet egészében hibás, ezért a művelet előtt álló pontértéket áthúzzuk.

Megjegyezzük, hogy az országos felmérés elvégzésekor a több elemből álló műveleteket elemenként is mértük, hogy pontosan megláthassuk, hol követik el a tanulók a hibát. Ezt a kérdést a következő pont Műveletenkénti teljesítmény c. részénél elemezzük.

A helyesen megoldott műveletek százalékpontjainak összegét, az adott tanuló teljesítményét az alábbi kulcsokkal alakíthatjuk osztályzattá.

Az általános iskola 4. osztályának végétől a 6. osztály végéig:

elégtelen	20 %p és alatta
elégséges	21-45 %p
közepes	46-70 %p
jó	71-94 %p
jeles	95- %p és fölötte

A 7. és a 8. évfolyamon:

elégtelen	25 %p és alatta
elégséges	26-50 %p
közepes	51-75 %p
jó	76-99 %p
jeles	100 %p.

Ugy véljük, nem szükséges bizonyítani, hogy a mértékváltás 25, 50 vagy akár 80 %p-os tudásának nincsen értelme. Azzal, hogy az ilyen tudásra jót, közepest vagy elégségest adunk, nem zárhatjuk le az ügyet. Ugyanis az ilyen tudás nem elégséges és még kevésbé jó. Az ilyen színvonalu tudás használhatatlan és haszontalan. Az értékelés, az osztályozás tehát csak arra való, hogy megállapíthassuk: befejezhető-e már a mértékek tanulása, gyakorlása az adott tanuló számára, illetve hol tart a tanuló ebben a munkában.

A mértékváltás készsége csak akkor tekinthető kialakultnak, ha a tanulók hibátlanul meg tudják oldani a tesztet. Az elírások lehetőségét is figyelembe véve, legfeljebb egy hibás műveletet engedhetünk meg. Mivel egy-egy művelet pontértéke 5-10 között változik, ez gyakorlatilag azt jelenti, hogy a 90 %p alatti teljesítményeket nem fogadhatjuk el. Akik ennél kevesebbet teljesítenek, azoknak feltétlenül tovább kell tanulniok, gyakorolniok a mértékeket, a mértékváltást.

Ez tulajdonképpen azt jelenti, hogy a 90 %p alatti teljesítményt elégtelennek kellene tekintenünk. Ez viszont jelenleg lehetetlen. Ugyanis az ötödikes tanulók 88,5 %-a, a nyolcadikos tanulóknak pedig mintegy 80 %-a nem éri el ezt a szintet. Vagyis ezek mind megbuknának mértékváltásból. Az egyedül realisztikus megoldás nyilvánvalóan csak az lehet, hogy tudomásul vesszük a kialakult helyzetet, és az erre épülő fenti osztályzattá alakítási kulcsokat használjuk, amíg a következő pontban leírt országos helyzetkép ismeretében számottevően meg nem javítjuk a számirás és a mértékváltás készségszintjét.

2/ A készségfejlődés országos színvonala

a/ Műveletenkénti teljesítmény

A műveletenkénti /számonkénti/ teljesítmények országos színvonalát és évfolyamról-évfolyamra lejátszódó fejlődését számirásból az 1. tábla adatai tartalmazzák és az 1. ábra oszlopdiagrammjai szemléltetik.

Vegyük sorra a különböző műveleteket! Az ábra legszembetűnőbb sajátossága, hogy a B, E, G, J, K, L, M, N, O műveletek oszlopai minden évfolyamon a legmagasabbak, az egyes évfolyamokon közelítően azonos szintűek, és az 5. évfolyamtól a középiskola utolsó évfolyamáig fokozatosan emelkednek.

A számirás javítókulcsán azt láthatjuk, hogy ezek a műveletek az egyjegyű, a kétjegyű és a háromjegyű számokat tartalmazzák.

Az első következtetés tehát az, hogy a 4. évfolyam végétől a tanulók az 1-3 jegyű számok leírását azonos szinten tudják. A tudásszint nem függ e számok jegyeinek számától.

Ezeket a számokat /9 szám/ a tanulók 84,2-87,0 %-a tudta hibátlanul leírni, átlagosan tehát mintegy 85 %-uk az 5. évfolyam elején. A 6.-ban ez az érték 90 %, a 7.-ben és a 8.-ban pedig mintegy 92 %.

A középiskolában a helyesen lejegyzők aránya 95 % körül ingadozik. Miután nem tételezhető fel, hogy a középiskolai tanulók között előfordulhatnak olyanok, akik nem tudják az 1-3 jegyű számokat leírni, nyilvánvaló a következtetés, hogy 5 % körül van az az érték, amely a figyelmetlenség, elhallás, elírás következménye, és nem a tudás, a készség hiánya.

Ebből az is következik, hogy az 1-3 jegyű számok lejegyzésének a készsége hozzávetőlegesen a 6. osztály végéig, a 7. osztály elejéig éri el az elfogadható szintet. Vagyis a 7. évfolyam elejétől számítva ezt minden gyermek tudja. /Már csak azért is, mert aki nem tudta, az bizonyára már korábban elkerült gyógypedagógiai iskolába, vagy lemorzsolódott./

Még ha figyelembe vesszük is, hogy az 5.-es, 6.-os. tanulók figyelme ingadozóbb, és feltehetően nagyobb azoknak a száma, akik figyelmetlenségből követtek el hibát, a tény akkor is elgondolkodtató: mindegy hogy milyen okból, de az 5.-ben a tanulók 15 %-a, a

6.-ban 10 %-a rosszul írja le az 1-3 jegyű számokat.

A négyjegyű számok /C és I műveletek/ lejegyzésében az 5.-ben már csak 80 %-nyi tanuló ad helyes megoldást és ez az arány a középiskola I. évfolyamán emelkedik 90 %-ra.

Világosan látható, hogyan csökken rohamosan a teljesítmény a számjegyek számának növekedésével, illetve a nullák miatti "bonyolultság"-fokozódásával.

Igy derül ki, hogy a 6-7 jegyű számokat /A, D, F műveletek/ az 5. évfolyam elején a tanulók 30-40 %-a, a 8. évfolyamon 18-22 %-a, de még a középiskola IV. évfolyamán /sic!/ is a tanulók 10-15 %-a hibásan írja le. És ezt semmi mással nem lehet magyarázni, csak azzal, hogy ezek a tanulók bizonytalanok a 6-7 jegyű számok leírásában. Az adatok annyira "szabályosak", annyira "logikusan viselkednek", hogy kizárnak mindenféle egyéb magyarázatot.

Ezt a szabályszerűséget huzza alá az a vizsgálat is, amely azt elemezte, hogy milyen arányban ered a hiba magából a száMLEÍRÁSBÓL, illetve a helyi érték elvételéből.

A vizsgálat végeredménye a következő: a D, F, H műveletek kivételével a hiba közelítően fele-fele arányban adódik a szám lejegyzéséből és a helyi értékből. /Ne feledjük, hogy az A művelet esetében a helyérték csak jó lehet!/ Mindezek a számok 1-4 jegyűek. Ezzel szemben a D, F és a H műveletek 5-7 jegyű számok. Ezek esetében a száMLEÍRÁSBAN elkövetett hibák 60-70 %-ot tesznek ki. És bár a teljesítmények évfolyamról évfolyamra növekednek, a középiskola II. évfolyamáig ezek a belső arányok megmaradnak.

E körülmény tovább rontja azt a képet, ami már enélkül is elég komor volt: a százaz és az ezres számkörből kilépve, súlyos bajok vannak a számírás készségének a fejlettségével még a középiskolában is.

A mértékváltás műveletenkénti teljesítményét három rendhagyó művelettel kezdjük /E, L, O/. Az E művelet négy számjeggyel megadott átalakítását kéri méterre, deciméterre, centiméterre és milliméterre. Ez igen könnyű művelet, mert a négyjegyű számot egyenként le kell írni a négy mérték jele elé. Az ötödikes tanulók 92 %-a helyesen tudta megoldani ezt a műveletet. Majd évfolyamról-évfolyamra csökkent a helyesen megoldó tanulók száma, míg végül is a középiskola IV. évfolyamán már a tanulók 31 %-a rontja el ezt a műveletet. Mivel csak ennél a műveletnél van visszafejlődés, nem

Műveletenkénti teljesítmény, %

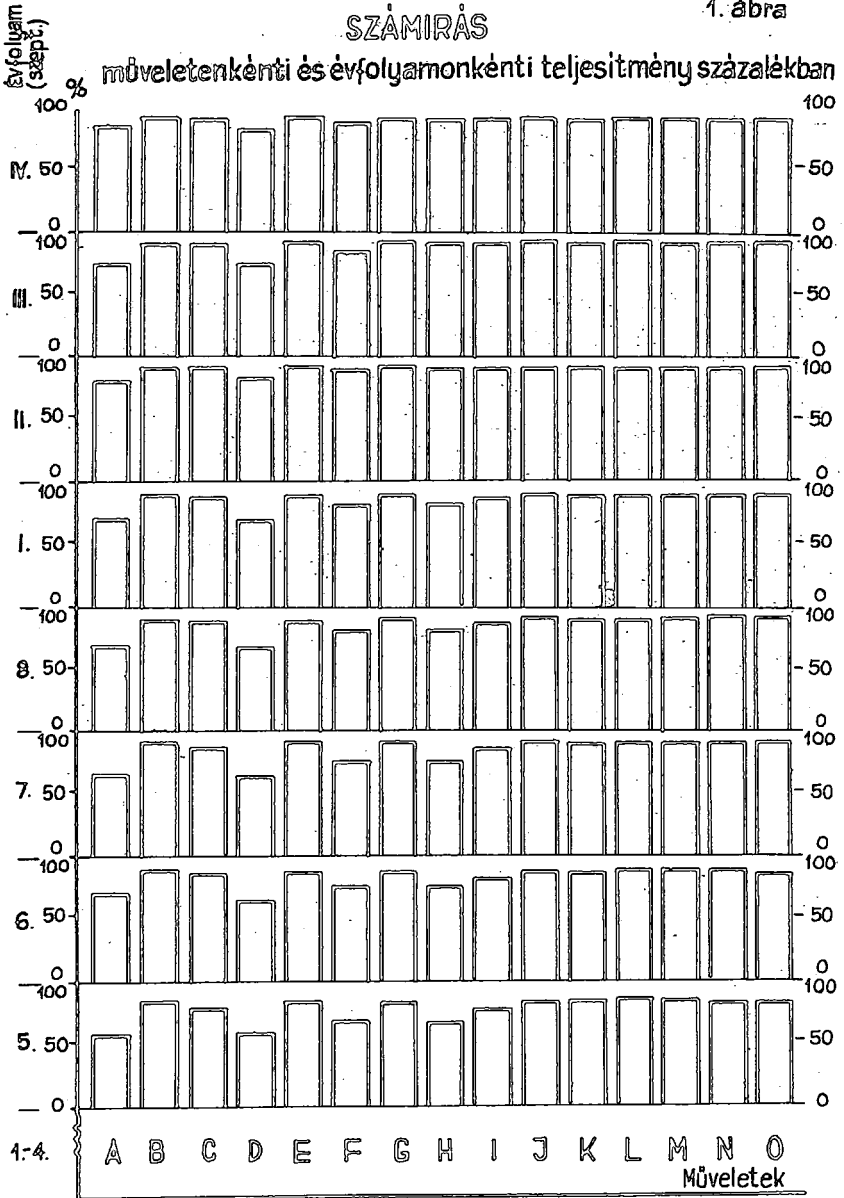
SZÁMIRÁS

1. tábla

Évfolyam	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
5	59,2	85,2	81,1	60,2	84,6	69,8	84,2	69,5	78,7	85,5	86,5	87,0	86,5	86,3	84,8
6	68,7	89,6	86,8	66,7	90,2	76,7	88,8	78,2	84,0	89,8	90,8	92,3	91,8	90,0	88,4
7	66,9	92,7	88,4	65,4	93,0	77,3	93,7	79,1	88,8	94,2	94,5	94,9	95,1	94,6	94,6
8	69,00	92,0	89,4	68,3	91,0	82,8	93,3	82,7	89,9	93,9	94,7	94,4	94,2	94,9	93,8
I	72,2	90,6	89,2	72,4	89,0	81,0	92,3	84,6	90,1	92,6	92,1	93,3	92,5	91,9	91,6
II	81,1	94,5	93,9	85,3	97,1	93,3	97,7	95,2	96,0	98,1	97,7	97,5	97,3	96,8	96,6
III	75,9	91,8	92,0	75,6	95,0	87,7	97,2	91,8	93,1	97,6	97,2	97,2	97,2	96,8	96,8
IV	84,8	95,0	93,5	84,2	96,3	89,8	96,0	92,5	95,7	95,3	94,4	97,5	96,9	97,2	96,0

1. ábra

SZÁMIRÁS



Műveltenkénti teljesítmény, %
MÉRTÉKVÁLTÁS

2. tábla

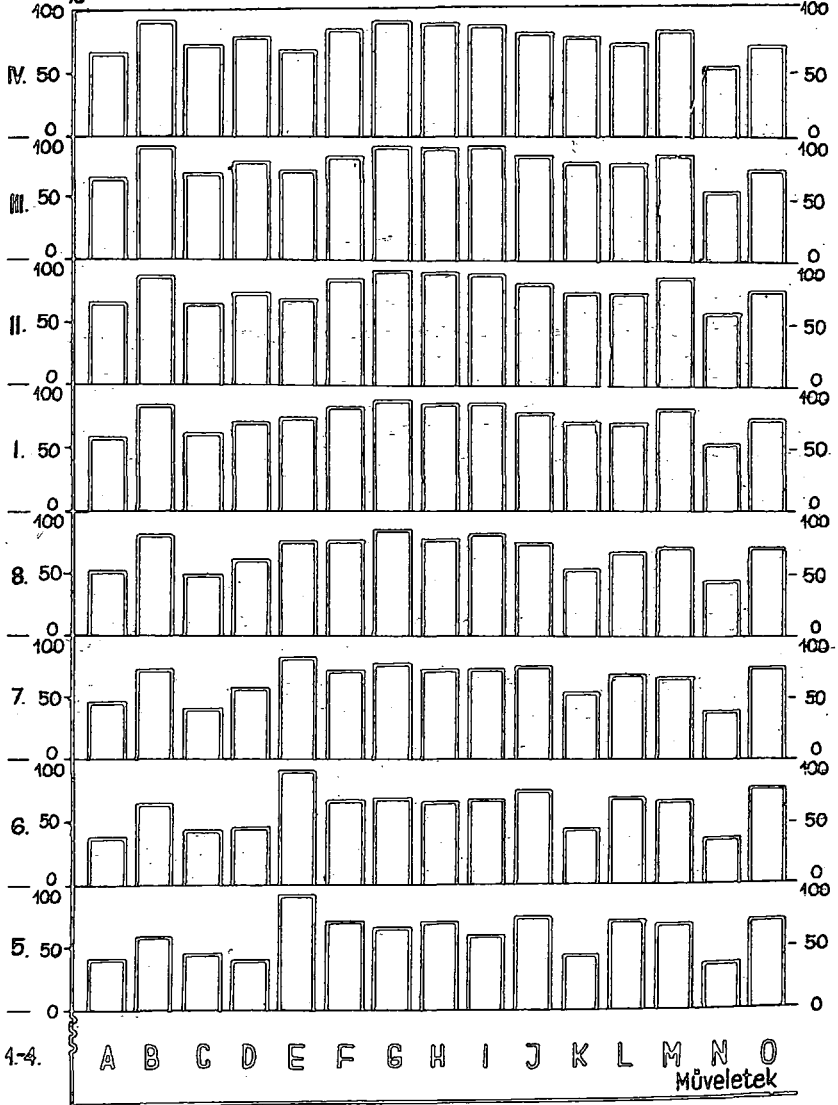
Évfo- lyam	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O
5	41,2	59,1	47,1	41,3	92,5	70,6	67,3	69,6	60,2	72,5	45,0	72,1	67,6	38,0	72,4
6	39,0	64,1	44,8	46,3	92,1	68,1	69,2	66,9	67,9	77,3	43,8	70,0	67,1	37,8	77,6
7	43,9	71,8	42,2	54,2	80,1	72,0	76,9	72,0	74,8	74,4	54,2	68,7	66,4	40,3	74,6
8	50,5	79,5	48,7	69,4	76,0	74,8	84,7	79,2	82,0	73,6	53,2	68,3	71,1	44,2	71,9
I	59,0	84,9	62,5	71,6	73,6	83,7	89,6	86,6	86,6	78,6	70,2	71,9	81,6	53,6	75,3
II	64,5	88,4	63,6	74,1	69,3	84,4	93,2	92,0	90,9	81,7	74,4	73,4	87,4	57,8	77,4
III	66,4	91,0	70,8	79,8	72,4	82,7	93,9	93,1	93,7	84,1	80,1	78,7	87,5	58,7	77,1
IV	65,2	90,0	72,0	79,2	69,0	84,1	93,0	91,9	90,0	86,0	81,7	74,9	89,5	57,7	75,7

2. ábra

Évfolyam
(számp.)

MÉRTÉKVÁLTÁS

műveletenkénti és évfolyamonkénti teljesítmény százalékban



tételezhetjük fel, hogy a hosszúság mértékegységeinek tudásában is visszaesés van. Szerencsére éppen a hosszúságmértékből van még további három műveletünk /D, H, M/, amelyek teljesítményének színvonala a várakozásnak megfelelően folyamatosan és számottevően fejlődik az 5. évfolyamtól a középiskola IV. évfolyamáig. Az L és az O műveletek esetében a stagnálás tűnik fel. Az L művelet kg átalakítását kéri tonnává, mázssává és kilogrammá, az O művelet pedig liter átalakítását hektoliterre és literre.

A felmérés és feldolgozás után felmerült a kérdés, hogy ezeket a műveleteket esetleg el kellene hagyni. A megmagyarázhatatlanul viselkedő tesztkérdések esetében ez bevett szokás. Mégis megtartottuk őket, mert az ilyen típusú átalakítások is szükségesegek, továbbá mert ezek a "tünetek" tények. Alaposan ellenőriztünk minden elképzelhető hibaforrást. Sem a felmérésben, sem a gépi adatfeldolgozásban nincs és - ha meggondoljuk - nem is lehet hiba.

Ha most már a többi "szabályos" műveletet vizsgáljuk, azt találjuk, hogy az idő mértékegységeit tudják legjobban a tanulók. Három műveletet oldottak meg /B, G, I/. Ezeket az 5. évfolyam elején a tanulók mintegy 60 %-a tudja hibátlanul megoldani, a középiskola II. osztályáig ez az érték 90 %-ra emelkedik, majd e körül ingadozik.

A legalacsonyabb teljesítmények súlymértékből születtek /A, K, N/. Az N műveletben például, amely g átalakítását kérte kilogrammá, dekagrammá és grammá, az 5. évfolyam elején a tanulók 62 %-a, a középiskola IV. évfolyamán pedig 42 %-a // hibázott.

Mivel nehéz lenne további csoportokat kiemelni, nem lenne célszerű műveletenként verbális jellemzést adni. A 2. tábla és a 2. ábra bárki számára lehetővé teszi a tüzetesebb elemzést.

Befejezésül elegendő lesz, ha aláhuzzuk az alábbi megállapítást.

A pedagógusok körében közismert, hogy tanulóink nem ismerik kellően a mértékeket, nem tudják a különböző egységeket átváltani. Most a felmérés eredményeként mégis meghökkenítő kép tárul elénk, egyes mértékekkel kapcsolatban pedig egyenesen kétségbeejtő a helyzet.

A 15 műveletből 8 /A, B, C, D, F, G, H, K/ megoldása egy elemet, számot eredményez. A többi 7 művelet elemenkénti vizsgálata az alábbi eredményre vezetett.

Az E művelet négy elemében, a J és a M művelet 2-2 elemében a hibás megoldások aránya egyenlő.

Az I. műveletben órákat kellett átváltani napokra és percekre. A napok számának megállapítása bizonyult jóval nehezebbnek: az összes hibák 60 %-a, a percek számának megállapítására pedig csak 40 %-a esett.

Az L művelet kg átalakítását kéri tonnává, mázsává és kilogrammá. Az összes elkövetett hibák 76 %-a tonnák számának meghatározására esik. A mázsák és kilogrammok megállapítása viszont nem okozott problémát. Mindössze az elkövetett hibák 12-12 %-a esik rájuk.

Mint a 2. táblából tudjuk, a legnehezebb az N művelet megoldása volt, vagyis a grammok átváltása kilogrammá, dekagrammá és grammá. Az 5.-esek 62 %-a, a középiskola IV.-eseinek 43 %-a hibázza el az ilyen típusu műveletet. E sok hiba 30-30 %-a esik a kg és a g, 40 %-a pedig a dkg megállapítására.

Végül az O műveletben litert kell hektoliterré és literre alakítani. Az elkövetett hibák 75 %-a a hektoliterek számának a megállapításakor esik.

b/ Átlagos teljesítmény

Mint az első fejezetben kifejtettük, az egyes műveletek helyes megoldásáért un. százalékpont /%p/ jár. Ezek összege az adott tanuló tesztlapján adja a tanuló általános teljesítményét százalékpontban kifejezve.

Ezekből az értékekből számítottuk ki a mérésben résztvevő összes tanuló átlagos teljesítményét. Mivel számírásból is és mértékváltásból is az 5. évfolyamtól minden évfolyamon elvégeztük a mérést, 8-8 ilyen átlagunk van. Ezek az átlagok egyben országos átlagok is. /Lásd a 3. és a 4. táblákon a konfidencia intervallum és a pontosság adatait, valamint e fogalmak értelmezését az első fejezet 4. pontjában! /

A 3. és a 4. táblában közölt átlagok pedig országos évfolyamátlagok. Ugyanakkor ezek az évfolyamátlagok egyben metszeteknek is tekinthetők a nyolc egymást követő évfolyam fejlődési menetéből.

Nem ugyanazoknak a tanulóknak a fejlődését mértük meg nyolc esztendőn keresztül évenként egyszer, hanem ugyanabban az időpontban mértük 8 egymást követő évfolyam tanulóit, a kapott átlag-

gok mégis tükrözik a mért készségrendszerek fejlődésének országosan lejátszódó menetét is. Ezt az általánosan elfogadott eljárást alkalmaztuk a további fejezetekben ismertetett felmérésekben is.

A 3., 4. táblán és a 3. ábrán tehát a számírás és a mértékváltás készségeinek országosan lejátszódó fejlődését láthatjuk.

A számírás készségének országos átlaga az 5. évfolyam elején 78 ‰. A középiskola II. évfolyamának elejéig tart a fejlődés, ahol az eredmény eléri a 94 százalékpontot. A középiskola II.-IV. évfolyamain már nincs fejlődés. Ezek az átlagok önmagukban véve igen magasak. De ha a tartalmat vesszük, vagyis azt, hogy a legelemibb készséget, a számok lejegyzésének a tudását mértük, akkor meglepőnek kell találni az eredményt. Maga az átlag értéke persze még nem adna okot a nyugtalanságra, ha az nem lenne átlag, ami azt jelenti, hogy a tanulók egy része az átlagnál is kevesebbet teljesít.

A relatív szórás értékei jól mutatják ezt, de majd a következő pontban részletesen is elemezzük, hogy mi van az átlagteljesítmény mögött.

Mértékváltásból az 5. évfolyam elején az átlag mindössze 52 ‰, a 8. évfolyamon 65 ‰, de még a középiskola utolsó két évfolyamán is 80 ‰ alatt van.

A relatív szórás szélsőségesen magas értékei az 5., 6., 7. évfolyamokon /40 % fölött/ szintén rendkívüli helyzetet jeleznek. Ilyen magas relatív szórást rendszerint akkor kapunk /ha egyébként az átlag szignifikáns/, amikor a tanulók teljesítménye ugyanazon az évfolyamon a nullától a kifogástalanig "egyenletesen oszlik el". Ez a helyzet pedig a készségek esetében a kialakulás kezdeti stádiumát jellemzi.

c/ A szóródás helyzetképe

Az elemenkénti teljesítmény és az átlagos teljesítmény elemzése után most azt vizsgáljuk, hogy mi van az átlag mögött, milyen a tanulók megoszlása különböző teljesítményeik szerint.

Az adatokat az 5. és a 6. tábla, a 4. és az 5. ábra tartalmazza, illetve szemlélteti.

Az ábrákkal kapcsolatban szükséges megjegyezni, hogy azokon 10-es osztályközöket használtunk, eltérően a tábláktól, amelyeken 5-ös osztályközöket találhatunk. Ennek az az oka, hogy egy-egy e-

lem százalékpont értéke 5-6 vagy nagyobb, ezért egynémely 5-ös osztályközben nem azért alacsony a tanulók aránya, mert kevés tanuló teljesít azon a szinten, hanem azért, mert az 5-6-nál nagyobb százalékpontok összegezése esetén ilyen teljesítményvariáció ritkán, vagy egyáltalán nem adódhat. Ennek következtében az ábrákon az eloszlás görbéi szeszélyesen ingadoznak, holott nem ez a valóságos helyzet, ez csak a pontszámok értéke miatt adódik. Az 5-ös osztályközöket 10-esekké vonva össze ez a torzító hatás eltűnik.

A táblázatokban viszont azért őriztük meg az 5-ös, kissé túl részletes osztályközöket, mert ez fontos összefüggések felismerését segíti.

Mivel a számírás tesztjén 6-nál kisebb százalékpont nem jár egyetlen elemre sem, ezért a 95 % feletti teljesítmény értelemszerűen csak hibátlan /100 %-os/ teljesítmény lehet. Ennélfogva az 5. tábla utolsó sorában olyan adatokat találhatunk, amelyek azt mutatják, hogy a tanulók hány százaléka nyújtott hibátlan teljesítményt.

Mint láthatjuk, az 5. évfolyam elején 34 %, a 8. osztályban 45 % és a középiskolában 50-60 % körül van azoknak a tanulóknak a száma, akik hibátlanul oldották meg a tesztet.

Ha elfogadjuk a fejezet első pontjában tett javaslatot, mely szerint csak akkor tekinthetjük a számírás készségét kialakultnak, ha a tanuló legfeljebb egy szám leírását hibázza el a 15-ből, akkor nyilvánvaló, hogy a 90 % fölött teljesítők esnek ebbe a kategóriába.

Ennek alapján az 5. évfolyam elején a tanulók 53 %-a, a 8. osztályban 63 %-a, a középiskolában 70-85 %-a rendelkezik kialakult számírási készséggel.

A 2-3 hibát elkövető tanulók képezik azt a kategóriát, amelyben viszonylag kevés tudatos foglalkozással, gyakorlással fel lehetne számolni e tanulóknak ezt az alapvető hiányát. Ezeknek a 75 %-on felül, de 90 %-on alul teljesítő tanulóknak az aránya 20 % körül van a felsőtagozat valamennyi évfolyamán, a középiskolában pedig 10-15 %.

A 75 % alatt teljesítőket olyanoknak tekinthetjük, akiknek alapvető problémáik vannak a számok írásával /mint a 2. pontban láthattuk, főleg 4-7 jegyűekkel/. Ezek számára sajnos alapos oktatás és gyakorlás szükséges. E tanulók aránya a következőképpen

alakul: 5.o. 37 %, 6.o. 20 %, 7.o. 16 %, 8.o. 14 %. A középiskolában 5-13 % körül.

E csoportba vettük fel azokat is, akik egyetlen számot sem tudtak helyesen leírni, vagy véletlenül akadt egy helyesen megoldott műveletük. Ezek aránya /az 5. tábla első két sora alapján/ az alábbi: 5.o. 7,5 %, 6.o. 3,8 %, 7.o. 2,6 % és 8.o. 2,1 %. E tanulók száma ugyan nem túl nagy, mégis elgondolkoztató, hogy négy esztendő mintegy 750 számtan órája után egyáltalán nem képesek számokat helyesen egymás alá leírni. E tanulók nagyobb hányadánál maguknak a számjegyeknek a leírásával is probléma van.

A mértékváltással kapcsolatban gyökeresen más a helyzet. Itt a hibátlanul teljesítők aránya az 5-8 évfolyamokon mindössze: 5 %, 8 %, és 9 %. A középiskolákban 20 % körül.

A 90 %p fölöttiek, az 1. esetleg 2. hibát elkövetők, vagyis azok aránya, akik a mértékváltást kifogástalanul tudók csoportjába tartoznak: 12 %, 15 %, 14 % és 19 % az általános iskola 5-8. évfolyamain és 32 % körül a középiskolában.

A helyzet tehát az, hogy az általános iskola felső tagozatának valamennyi évfolyamán a tanulók több mint 80 %-a nem rendelkezik kialakult mértékváltási készséggel.

Ennél is súlyosabb probléma azonban az, hogy azoknak a kategóriájára is nagyon alacsony, akik számára viszonylag kevés további tanítás, gyakorlás szükséges. Ezeknek, vagyis a 75-90 %p között teljesítőknek az aránya: 17 %, 16 %, 20 %, 18 % az 5-8. évfolyamokon, a középiskolában pedig 25 % körüli.

Vagyis nagyon magas azoknak az aránya, akik számára szinte újra kellene kezdeni a mértékek tanítását, gyakorlását. Az általános iskola 5. osztályától a középiskola IV. osztályáig ezek az arányok a következőképpen alakulnak: 71 %, 70 %, 66 %, 63 %, 46 %, 41 %, 34 %, 34 %.

3/ Konkluziók

Abból indulunk ki, hogy a számírás és a mértékváltás készségeire nélkülözhetetlenül szükség van mind a matematika tanítása, mind pedig gyakorlati hasznossága szempontjából akár modern, akár hagyományos matematikát tanítunk is.

Ezért tehát ezeket a készségeket mindenképpen ki kell alakítani.

Adatainkból látható, hogy az alsó tagozat végéig ezek a kész-

ségek nem alakulnak ki kellően. Számírásból a tanulók mintegy 53 %-a, mértékváltásból pedig csak 12 %-a rendelkezik kialakult készségrendszerrel. A felső tagozaton e készségek tudatos fejlesztése, gyakorlása már nem folyik, a spontán fejlődés - mint láthatuk - viszont nagyon lassu.

Igy áll elő az a helyzet, hogy törteket, sőt algebrai tanítunk olyan tanulóknak is, akik bizonytalanok 3-6 jegyű számok írásában, járatlanok a mértékekkel kapcsolatos legelemibb ismeretek körében. Hogy az ilyen tanulók számára szinte lehetetlen az eredményes matematikatanítás, azt nem kell külön bizonyítani.

Csak egyetlen célravezető megoldás képzelhető el: ezeket a készségeket feltétlenül ki kell alakítani.

Ha az alsó tagozat nem tud velük megbirkózni, akkor a felső tagozaton.

A számírás készségének kialakítását az adatok szerint az 5. évfolyamon be lehetne fejezni, ha mód és lehetőség nyílna a felmérés alapján kialakítani a fentiekben elemzett három csoportot: a nagyon keveset tudók, a gyengék és a kevés gyakorlást igénylők csoportját, és ezek számára speciális foglalkozásokat lehetne szervezni. Persze az ilyen speciális foglalkozások megszervezése, és a csoportok munkájának vezetése a hagyományos oktatásszervezési formában nagyon nehezen oldható meg.

A feladat mindenesetre egyértelmű és világos.

A mértékváltás tudásáról kapott adatok arra engednek következtetni, hogy e készségekkel alapvető probléma van. Az adatok, főleg pedig a szóródás adatainak láttán kikerülhetetlenül felmerül a kérdés: Nem egy spontán fejlődés következménye a kapott helyzetkép? Vagyis a megmagyarázáson és a tanuló általi esetleges megértésen túl van-e az iskolarendszerünkben egy olyan periódus, amely alatt a kellő alaposágú begyakorlás is megtörténik?

Hogy ne legyen félreértés, szükséges hangsúlyozni: az elénk táruló színvonalért a legkevésbé a pedagógusok a felelősek. Egyrészt azért, mert eddig nem is tudtuk pontosan, hogy milyen is a színvonal ezekből a készségekből, másrészt az osztály- és évfolyamrendszer jelenlegi formájában a pedagógus nem azt tanítja, amit a lemaradó tanuló még nem tud, hanem azt, ami a tantervben következik, függetlenül attól, hogy a lassabban haladó tanulók képesek-e együtt haladni a többiekkel, vagy nem.

Ez nem jelenti azonban azt, hogy a jelenlegi oktatásszervezé-

si formán belül nem lehetne többet tenni a lassan tanuló, lemaradó gyermekek érdekében, hogy nem lehet ezeket a készségeket a jelenlegi tanterv kereteiben és a jelenlegi metodikai kulturánkkal is sokkal jobban kifejleszteni, ha sikerül tudatosítani önmagunkban a jelenlegi helyzetet, és ha azzal a céllal mérjük meg tanulóink készségszintjét az ismertetett tesztekkel, hogy tisztázzuk: ki hol tart, mit kell még tenni, hogy a kellő szintet elérje.

Átlagos teljesítmény

SZÁMIRÁS

p = 95 %

3. tábla

Évfolyam	Tanulók száma	Átlag, %p	Konf. intervallum	Pontos-ság, %	Szórás	Relatív szórás, %
5	825	77,8	2,0	2,5	29,0	37,2
6	804	84,0	1,6	2,0	23,8	28,4
7	975	86,2	1,3	1,5	20,3	25,6
8	851	87,3	1,3	1,5	19,0	21,8
I	583	87,1	1,9	2,2	23,3	26,7
II	475	94,3	1,1	1,2	12,6	13,4
III	464	91,6	1,2	1,3	13,2	14,4
IV	322	93,5	1,7	1,8	15,3	16,4

Átlagos teljesítmény

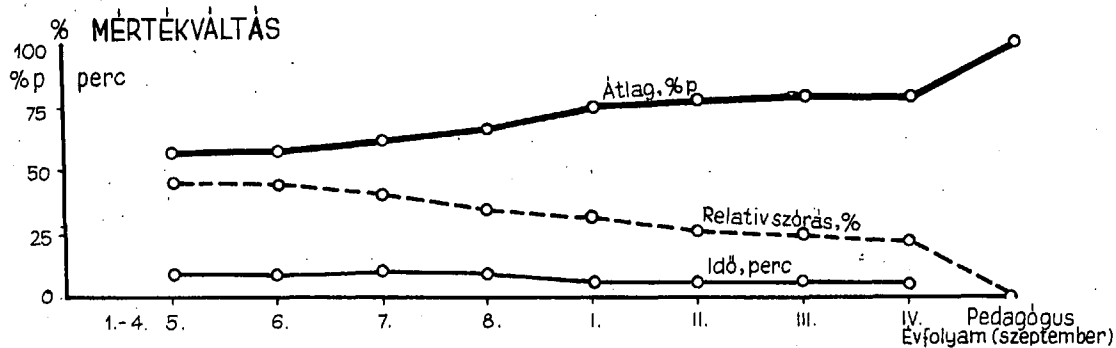
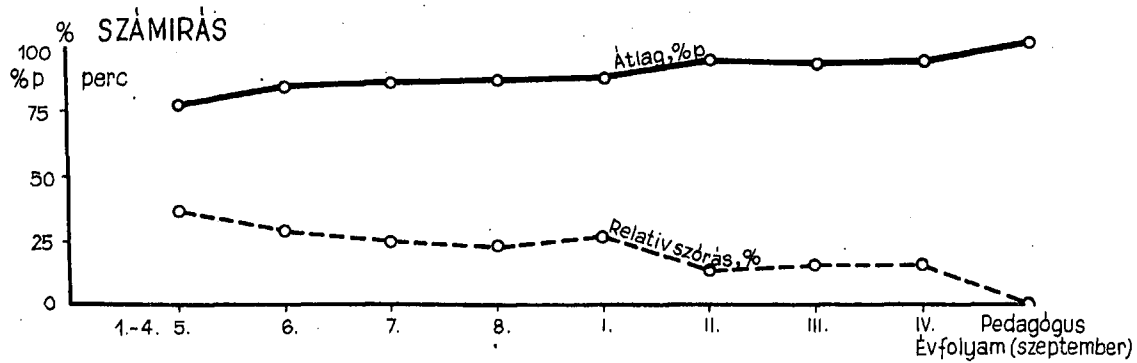
MÉRTÉKVÁLTÁS

p = 95 %

4. tábla

Évfolyam	Tanulók száma	Átlag, %p	Konf. intervallum	Pontosság, %	Szórás	Relatív szórás, %	Idő, perc	
							átlag	szórás
5	816	57,2	1,7	3,0	25,4	44,4	9,4	5,2
6	937	57,9	1,7	2,9	25,8	44,6	8,3	4,0
7	957	61,2	1,6	2,6	25,2	41,2	8,5	4,7
8	1110	65,1	1,3	2,0	22,5	34,5	8,9	4,3
I	651	73,7	1,7	2,3	22,4	30,4	6,0	2,8
II	602	76,6	1,6	2,1	19,9	26,0	6,9	5,5
III	554	79,3	1,6	2,1	19,6	24,7	6,1	3,5
IV	371	78,5	1,8	2,2	17,3	22,0	5,8	3,0

A SZÁMIRÁSI ÉS MÉRTÉKVÁLTÁSI KÉSZSÉGEK FEJLŐDÉSÉNEK ORSZ. SZINNVONALA



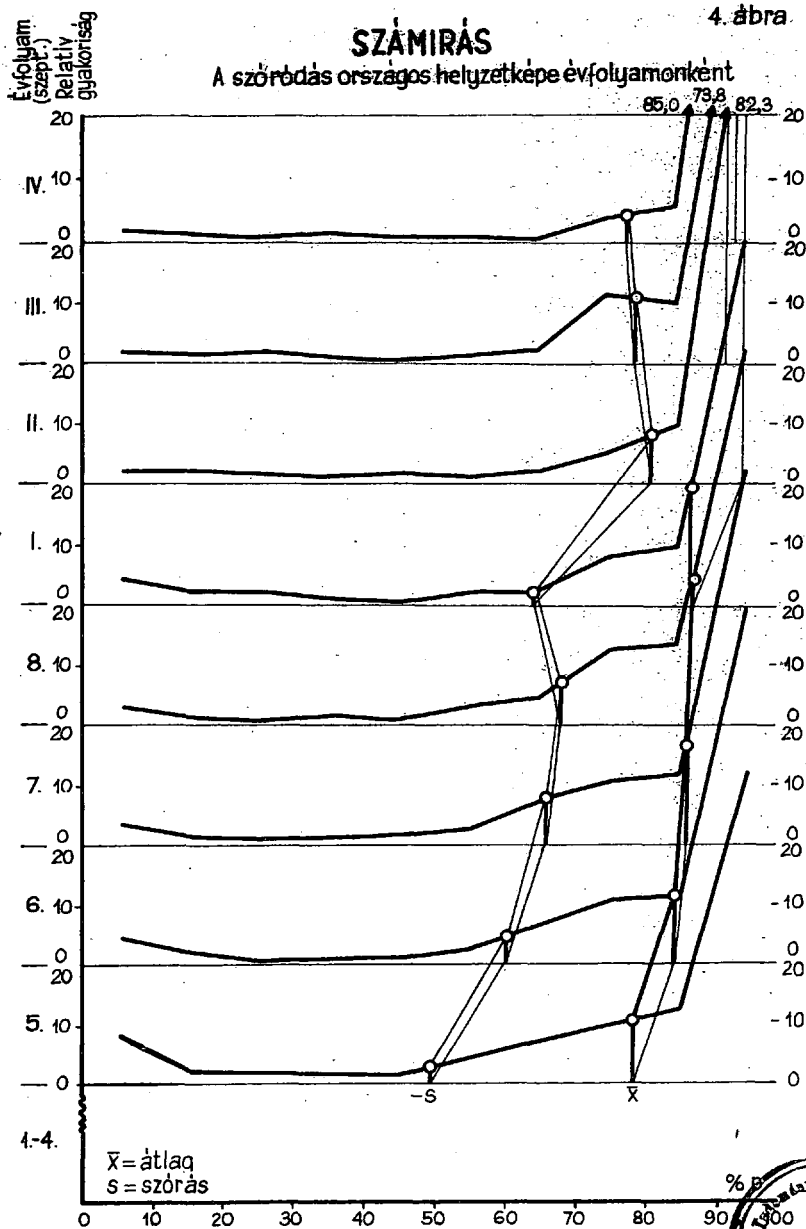
A szóródás helyzetképe
/Relatív gyakoriságok, %/
SZÁMIRÁS

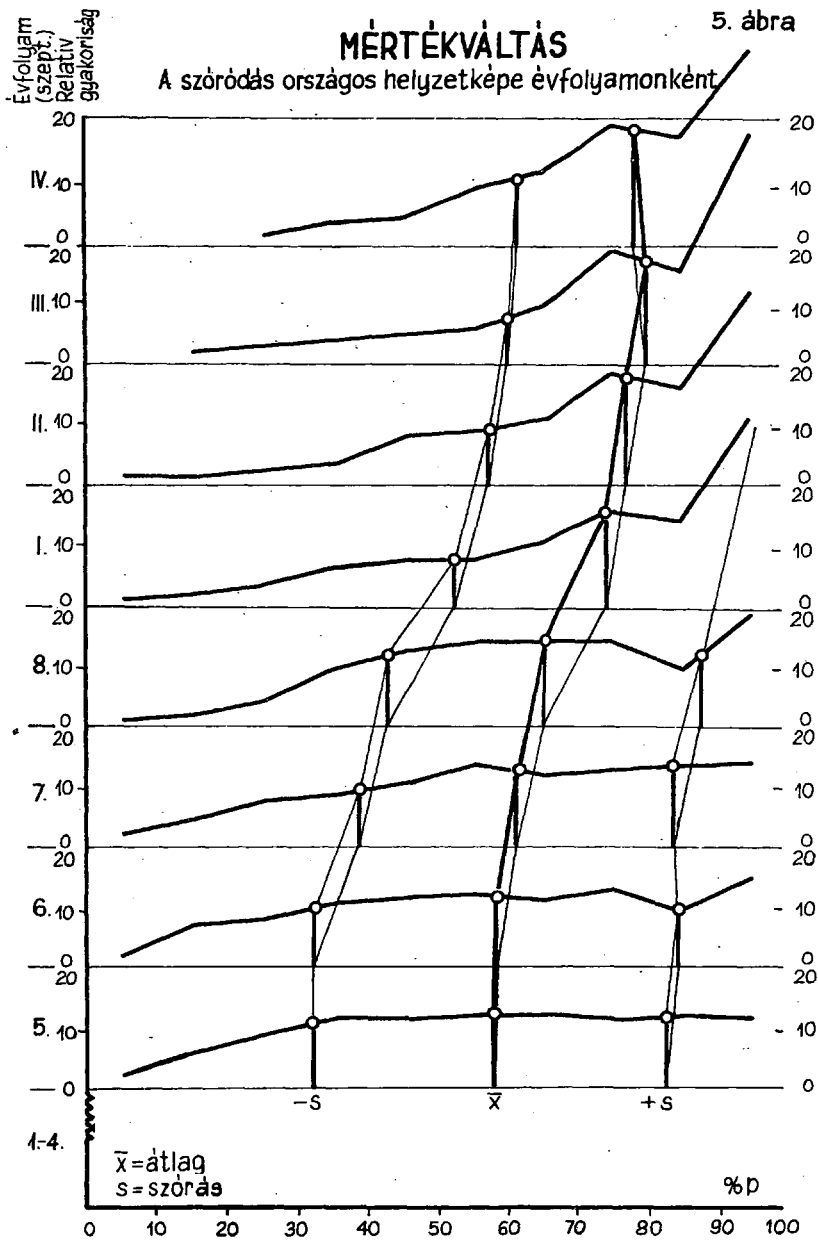
5. tábla

Teljesítmény %p	É v f o l y a m o k							
	5	6	7	8	I	II	III	IV
0,0- 5,0	5,6	2,9	1,5	1,6	1,8	0,4	0,2	0,3
5,1-10,0	1,9	0,9	1,1	0,5	1,8	0,0	0,2	0,6
10,1-15,0	0,8	0,6	0,4	0,3	0,5	0,0	0,0	0,3
15,1-20,0	1,0	0,9	0,1	0,1	1,0	0,4	0,2	0,3
20,1-25,0	0,7	0,1	0,1	0,0	0,8	0,2	0,2	0,3
25,1-30,0	0,7	0,2	0,2	0,0	0,5	0,0	0,4	0,0
30,1-35,0	0,8	0,4	0,1	0,5	0,0	0,2	0,2	0,9
35,1-40,0	0,6	0,6	0,4	0,2	0,3	0,0	0,0	0,3
40,1-45,0	0,4	0,3	0,6	0,4	0,1	0,4	0,0	0,0
45,1-50,0	0,9	0,6	0,7	0,0	0,1	0,2	0,0	0,6
50,1-55,0	1,4	0,8	0,8	0,5	0,8	0,2	0,4	0,3
55,1-60,0	2,7	1,4	1,3	1,9	1,0	0,0	0,2	0,3
60,1-65,0	3,0	3,1	1,9	2,3	1,2	0,4	0,8	0,0
65,1-70,0	3,8	3,8	5,4	2,2	0,6	1,4	1,0	0,3
70,1-75,0	2,0	2,7	2,0	2,8	1,8	2,1	4,7	0,3
75,1-80,0	7,3	7,8	8,7	9,5	6,1	2,5	6,8	3,7
80,1-85,0	10,1	7,0	9,9	9,4	4,8	3,5	4,9	0,3
85,1-90,0	2,5	4,6	1,9	4,2	4,6	5,8	5,3	5,9
90,1-95,0	18,3	19,1	18,1	18,0	22,2	16,2	24,1	22,3
95,1-100,0	34,4	41,1	44,3	44,7	49,0	66,1	49,7	62,7

SZÁMIRÁS

A szóródás országos helyzetképe évfolyamonként





A szóródás helyzetképe
/Relatív gyakoriságok, %/
MÉRTÉKVÁLTÁS

6. tábla

Teljesítmény %p	É v f o l y a m o k							
	5	6	7	8	I	II.	III	IV
0,0- 5,0	0,6	0,7	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5,1-10,0	1,2	0,9	1,1	0,4	0,1	0,1	0,0	0,0
10,1-15,0	2,9	2,9	1,5	0,2	0,3	0,1	0,1	0,0
15,1-20,0	3,1	4,0	2,8	1,2	0,9	0,4	0,5	0,0
20,1-25,0	4,9	3,6	3,0	1,9	0,9	0,4	1,0	0,2
25,1-30,0	4,2	4,6	4,3	1,8	1,9	0,8	0,9	0,2
30,1-35,0	4,6	5,2	4,1	4,5	2,6	0,6	1,2	1,0
35,1-40,0	7,3	5,8	4,3	4,5	3,5	1,9	1,6	1,6
40,1-45,0	6,0	6,1	4,7	6,7	3,9	3,8	1,8	2,1
45,1-50,0	5,7	5,4	5,8	5,8	3,9	3,6	2,3	1,6
50,1-55,0	6,3	6,7	7,6	6,6	3,8	3,4	2,8	2,6
55,1-60,0	5,7	5,6	6,4	7,6	3,9	5,1	2,8	6,1
60,1-65,0	4,5	5,2	5,8	8,3	5,6	6,3	6,1	7,0
65,1-70,0	7,7	5,9	6,1	6,1	5,0	4,6	3,7	5,1
70,1-75,0	5,7	6,0	6,5	6,5	8,2	8,9	8,1	7,8
75,1-80,0	5,6	6,8	6,3	7,8	8,2	9,9	11,0	12,3
80,1-85,0	6,1	5,1	7,9	6,1	7,6	6,9	7,7	8,3
85,1-90,0	5,5	3,6	5,8	3,6	6,9	9,4	8,1	10,2
90,1-95,0	6,3	7,2	6,4	10,0	12,7	13,1	17,1	17,5
95,1-100,0	5,2	7,6	7,8	9,3	19,0	19,6	22,3	15,6

Harmadik fejezet

SZÓBELI SZÁMOLÁS SZÁZAS SZÁMKÖRBE

A szóbeli számolás körébe mindenekelőtt az elemi műveletek tartoznak: két egyjegyű szám összeadása, két egyjegyű szám szorzása, a husznál kisebb számokból egyjegyű szám kivonása /ennek analógiájára számból egyjegyű szám kivonása/ és a bennfoglaló tábla /az egyik egyjegyű tényező és a szorzat ismeretében a másik egyjegyű tényező megállapítása/ és végül a pótlás /egyik egyjegyű összeadandó és az összeg ismeretében a másik egyjegyű összeadandó, illetve a husznál kisebb kisebbbitendő és a különbség ismeretében a kivonandó meghatározása/

Ezeknek az elemi számolási készségeknek a méréséről és országos színvonaláról van szó a már többször hivatkozott könyvben /Az elemi számolási készségek mérése. Tankönyvkiadó, 1971 /

Vannak azonban olyan számolási műveletek is, amelyek ugyan elvégezhetőek írásban az alapműveleti algoritmusok segítségével, mégis célszerű őket szóban végezni. Ettől függetlenül ezek a műveletek már nem elemiek, mivel rendszerint 2-3 lépéssel jutunk el az eredményhez. Ezek tehát nem elemi, hanem alapműveletek, és ez az oka annak, hogy ebben a kiadványban foglalkozunk velük.

1/ A mérés eszközei

A szóban végezhető műveleteknek a köre igen széles. Különösen, ha figyelembe vesszük azt a sokféle technikai fogást is, amit a matematika régebben kidolgozott a szóbeli számolás megkönynyítése végett.

Napjainkban nagyon nehéz meghatározni a műveleteknek azt a körét, amelyeknek mint szóbeli számolási készségeknek is funkcionálniuk kell. A gyakorlati hasznosság ma már nem döntő szempont a kiválasztásnál. Ennél sokkal fontosabb lehet, hogy a számrendszerben való biztos tájékozódás, az eredmények becslésében való jártasság megkövetel bizonyos szóbeli számolási készségeket.

A minden kétséget kizáróan nélkülözhetetlen szóbeli számolási készségek körébe tartozik az ún. maradékos bennfoglalás: száz-as számkörbeli számok osztása egyjegyűekkel és tizzel olyan ese-

tekben, amikor az osztó nincs meg maradék nélkül az osztandóban, vagyis a hányados és a maradék megállapítása.

Ezeknek a műveleteknek a tudása legalább olyan fontos, mint a szorzótábla készségrendszere. A maradékos bennfoglalás készségrendszere a feltétele annak, hogy az osztás megtanítható legyen, ez a feltétele továbbá annak is, hogy a hányados becslésének jártságát kialakíthassuk. Továbbá igen fontos szerepe van abban, hogy könnyedén, biztosan tájékozódhassunk az osztó és osztandó /nevező és számláló/ viszonyaiban, hogy az osztási reláció ne ködös fogalom, vakon végzett algoritmus legyen, hanem a viszonyok reális "érzékelése".

A mérőlap négy változatán minden lehetséges típusu műveletet szerepeltetünk. Méghozzá olyan elrendezésben, hogy az alapvariációk már az első 5-10 műveletben előforduljanak.

Közel sem ennyire fontos a másik két vizsgált készségrendszer: kétjegyű számok összeadása és kivonása száz-as számkörben.

Kétségtelen gyakorlati hasznosságuk mellett elsősorban azért tartjuk őket fontosnak, mert e készségek kellő fejlettségük esetén a száz-as számkörbeli biztonságos "mozgást" nagymértékben elősegítik. Továbbá nagymértékben elősegítik a számok közötti viszonyok gyors áttekintését.

Mind az összeadás, mind a kivonás tesztjeinek 4-4 változatán az összes lehetséges alapvariáció előfordul a maradékos bennfoglalásnál említett elrendezésben.

Sok gondot okozott annak eldöntése, hogy a szorzás szóban végezhető műveleteivel kapcsolatos készségrendszert megmérjük-e. Nehézséget okozott mindenekelőtt a számkör meghatározása. A száz-as számkör túllépése túlzásnak tűnik. Ha viszont a száz-as számkörben maradunk, eleve csak kétjegyüt lehet egyjegyűvel szorozni. De ezt is igen szűk határok között. Pl. kilenccel csak a 10 és 11 szorozható, nyolccal csak a 10, 11, 12 és így tovább. Ha viszont kinyitnánk a száz-as számkör határát, akkor kérdés, hogy meddig lehetne elmenni, megmaradva az ésszerű keretek között.

Végülis úgy döntöttünk, hogy a szorzás szóbeli számolási készségi szintjét nem mérjük. E döntésünk természetesen vitatható. De nincs annak akadálya, hogy ha a mérés mégis célszerűnek mutatkozna, a munkálatokat utólag elvégezzük.

A felmérésre megszabott időtartamot kell fordítani. Az általános iskola 2. osztályának utolsó hónapjától a 4. évfolyam végé-

MÉRŐLAPOK
Összeadás

A változat

B változat

Ö S S Z E A D Á S

Ö S S Z E A D Á S

28+54=	28+66=	69+14=
47+32=	12+37=	53+34=
39+35=	17+28=	49+32=
23+45=	56+12=	12+46=
56+28=	39+53=	16+55=
46+51=	32+45=	25+64=
16+47=	56+19=	65+27=
33+57=	78+11=	34+26=
78+19=	34+47=	15+18=
16+74=	56+23=	61+15=
45+46=	45+19=	57+29=
52+43=	22+54=	23+32=
39+17=	18+35=	34+18=
21+76=	43+26=	32+38=
57+35=	29+16=	14+49=
64+35=	65+23=	14+23=
28+37=	43+28=	28+48=
11+54=	73+22=	41+17=
33+29=	17+67=	27+26=
34+62=	15+62=	17+81=

36+56=	14+59=	26+59=
26+63=	41+49=	13+52=
62+19=	45+16=	28+16=
36+52=	15+72=	42+27=
17+64=	43+39=	16+27=
53+26=	24+73=	63+25=
29+38=	78+15=	35+38=
22+54=	34+21=	81+18=
26+65=	39+43=	14+37=
55+31=	12+83=	35+43=
57+38=	24+48=	59+27=
72+26=	63+31=	53+43=
49+49=	49+24=	36+18=
34+65=	31+13=	27+23=
58+13=	28+27=	25+59=
27+32=	25+45=	38+32=
63+28=	17+16=	35+47=
15+64=	29+11=	12+18=
39+25=	18+49=	39+26=
43+34=	18+21=	41+16=

Kész,db: Hibás,db: Idő:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

Kész,db: Hibás,db: Idő:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK

Összeadás

C változat

Ö S S Z E A D Á S

48+38=	59+25=	24+29=
34+52=	26+23=	55+22=
28+33=	28+66=	56+15=
13+45=	42+21=	18+61=
17+29=	17+55=	39+38=
71+18=	23+36=	32+64=
48+44=	48+17=	65+26=
43+54=	35+21=	51+13=
79+12=	18+15=	16+39=
27+53=	54+35=	24+64=
26+46=	25+17=	37+40=
66+22=	73+22=	64+33=
47+25=	39+26=	39+13=
22+75=	14+71=	38+32=
57+37=	15+49=	48+29=
35+43=	43+37=	17+31=
37+54=	25+58=	56+37=
47+41=	55+44=	12+23=
12+69=	64+17=	24+48=
22+47=	17+52=	31+12=

Kész, db: Hibás, db: Idő:
Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

D változat

Ö S S Z E A D Á S

28+68=	15+38=	27+67=
66+13=	47+42=	31+39=
33+58=	65+16=	36+48=
25+45=	17+31=	32+23=
67+26=	49+46=	44+37=
19+51=	35+63=	56+24=
79+17=	16+29=	39+28=
35+52=	43+34=	16+71=
23+39=	28+24=	52+39=
44+53=	42+17=	45+24=
39+34=	59+12=	59+23=
23+36=	23+65=	64+25=
27+54=	18+16=	25+49=
54+32=	63+33=	31+43=
18+53=	26+17=	58+35=
27+23=	22+71=	14+61=
45+37=	14+68=	39+15=
52+15=	23+12=	52+44=
49+19=	17+48=	36+55=
84+14=	26+52=	18+12=

Kész, db: Hibás, db: Idő:
Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK

Kivonás

A változat

K I V O N Á S

82-77=	65-57=	96-89=
83-62=	55-51=	56-43=
82-19=	62-14=	95-18=
38-28=	79-23=	76-52=
56-38=	91-22=	71-66=
69-16=	95-84=	93-61=
73-48=	63-26=	83-57=
66-35=	87-36=	75-42=
41-25=	56-27=	33-15=
64-43=	54-11=	93-53=
77-29=	71-17=	95-66=
87-54=	46-34=	69-61=
94-38=	51-49=	81-33=
58-23=	72-61=	77-12=
48-19=	85-29=	94-46=
85-73=	97-45=	57-31=
71-38=	93-79=	74-57=
38-16=	97-73=	84-42=
83-64=	52-18=	61-34=
96-21=	88-17=	78-35=

B változat

K I V O N Á S

82-46=	81-79=	75-58=
98-34=	97-44=	87-62=
47-38=	75-46=	52-28=
68-52=	64-12=	85-53=
94-33=	73-27=	94-47=
69-27=	36-25=	78-16=
62-45=	96-19=	91-34=
89-25=	73-51=	96-72=
32-23=	86-37=	61-16=
98-11=	67-43=	73-32=
74-39=	84-58=	73-69=
49-14=	76-63=	97-65=
73-18=	62-27=	92-29=
49-28=	55-22=	59-53=
81-27=	82-14=	65-59=
79-72=	39-36=	47-41=
86-68=	64-36=	53-16=
76-44=	85-44=	84-31=
43-15=	53-37=	31-15=
57-36=	88-73=	95-55=

55

Kész, db: Hibás, db: Idő:,

Kész, db: Hibás, db: Idő:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK

Kivonás

C változatD változat

K I V O N Á S

K I V O N Á S

73-28=	74-69=	64-17=
66-34=	75-23=	85-54=
84-49=	61-22=	71-55=
68-24=	87-71=	89-28=
92-55=	91-27=	95-17=
59-45=	69-17=	89-46=
61-48=	53-37=	71-16=
64-53=	95-25=	85-12=
97-69=	71-44=	44-15=
58-15=	96-63=	79-62=
47-28=	84-36=	92-84=
46-31=	57-22=	56-16=
93-74=	61-39=	93-71=
45-21=	64-42=	82-18=
21-13=	83-29=	35-29=
98-32=	76-55=	86-59=
58-49=	82-67=	99-43=
87-63=	78-33=	52-26=
73-36=	95-38=	86-32=
77-45=	78-17=	93-45=

32-19=	48-39=	91-24=
55-31=	96-36=	76-33=
65-56=	84-18=	53-39=
47-26=	48-36=	58-23=
86-77=	73-27=	62-27=
98-82=	59-15=	87-72=
32-23=	82-68=	75-67=
63-52=	76-24=	65-12=
64-45=	66-39=	41-18=
88-24=	74-43=	63-41=
27-18=	85-58=	74-37=
48-17=	92-21=	99-42=
84-39=	61-16=	51-45=
69-27=	85-63=	68-61=
42-25=	93-34=	93-46=
88-15=	77-13=	87-35=
97-59=	51-29=	72-54=
66-31=	84-51=	99-91=
91-82=	84-36=	93-75=
39-14=	79-68=	97-14=

Kész,db: Hibás,db: Idő:

Kész, db: Hibás,db: Idő:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK

Maradékos bennfoglalás

A változatB változat

MARADÉKOS BENNFOGLALÁS

MARADÉKOS BENNFOGLALÁS

A maradékot ird az osztandó alál

A maradékot ird az osztandó alál

53: 9=	22: 4=	28: 5=	38: 8=	38: 7=	57: 6=	52:10=	71: 9=
43: 7=	15: 2=	34: 6=	73:10=	27: 5=	62: 7=	48: 9=	77:10=
59:10=	58: 7=	13: 4=	68: 9=	31: 6=	9: 2=	43: 8=	32: 9=
21: 6=	62: 8=	33: 9=	8: 7=	21: 4=	22: 6=	55: 6=	13: 3=
26: 7=	20: 9=	30: 8=	13: 8=	77: 9=	29: 8=	65: 7=	22: 9=
51: 6=	7: 2=	69: 8=	15: 4=	48: 5=	8: 6=	71: 8=	13: 7=
84:10=	30: 7=	61: 7=	19: 5=	28: 3=	18: 8=	46: 6=	27: 6=
75: 9=	34: 8=	37: 5=	62: 9=	58: 8=	16: 3=	34: 4=	38: 9=
47: 7=	45: 6=	26: 3=	57: 8=	53: 7=	23: 5=	17: 2=	35: 8=
51: 8=	29: 7=	41: 6=	60: 9=	36: 7=	19: 4=	43: 9=	32: 7=
56: 9=	43: 6=	31: 4=	55: 8=	25: 4=	24: 9=	39: 8=	14: 6=
15: 6=	48: 7=	35:10=	23: 2=	14: 5=	4: 3=	28: 9=	21: 8=
26: 8=	38: 6=	11: 5=	51: 9=	17: 6=	7: 4=	32:10=	18: 7=
30: 9=	33: 5=	6: 4=	44: 7=	25: 8=	59: 9=	22: 7=	50: 6=
26: 5=	29: 4=	34: 7=	49: 8=	11: 4=	47: 5=	67: 8=	89: 9=

Kész,db: Hibás,db: Idő:

Kész,db: Hibás,db: Idő:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK

Maradékos bennfoglalás

C változat

MARADÉKOS BENNFOGLALÁS

A maradékot írđ az osztandó alá!

29: 6=	44: 5=	39: 9=	55: 7=
23: 4=	69:10=	33: 7=	59: 6=
20: 3=	74: 8=	36: 8=	67: 7=
42:10=	79: 9=	17: 3=	25: 3=
46: 7=	32: 5=	31: 5=	49: 9=
50: 8=	41: 7=	11: 2=	45: 8=
57: 9=	7: 5=	16: 5=	19: 8=
63:10=	23: 9=	7: 3=	16: 7=
35: 9=	11: 6=	20: 6=	50: 9=
31: 8=	38: 5=	27: 7=	22: 3=
5: 3=	37: 9=	16: 6=	13: 6=
23: 8=	31: 7=	12: 5=	52: 9=
26: 9=	44: 8=	3: 2=	33: 6=
64: 9=	67: 9=	47: 6=	17: 4=
39: 4=	34: 9=	60: 8=	21: 5=

Kész,db: Hibás,db: Idő:
Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

D változat

MARADÉKOS BENNFOGLALÁS

A maradékot írđ az osztandó alá!

27: 4=	49:10=	42: 9=	19: 2=
37: 7=	41: 9=	49: 5=	46: 5=
65: 8=	65: 9=	74:10=	57: 7=
60: 7=	52: 6=	69: 9=	61: 8=
37: 4=	80: 9=	55: 9=	18: 5=
44: 6=	77: 8=	52: 8=	34: 6=
41: 5=	25: 9=	5: 2=	68: 7=
28: 8=	18: 4=	31: 9=	52: 7=
24: 7=	61: 9=	8: 3=	26: 6=
36:10=	37: 8=	85: 9=	24: 5=
14: 3=	19: 7=	29: 9=	70: 8=
9: 5=	19: 3=	15: 8=	58: 6=
73: 9=	87: 9=	36: 5=	45: 7=
47: 9=	13: 5=	39: 6=	14: 9=
45: 8=	23: 6=	33: 4=	22: 8=

Kész,db: Hibás,db: Idő:
Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

JAVITÓKULCS

Szóbeli Beszedás

A			B			C			D		
82	94	83	92	73	85	86	84	53	96	53	94
79	49	87	89	90	65	86	49	77	79	89	70
74	45	81	81	61	44	61	94	71	91	81	84
68	68	58	88	87	69	58	63	79	70	48	55
84	92	71	81	82	43	46	72	77	93	95	81
97	77	89	79	97	88	89	59	96	70	98	80
63	75	92	67	93	73	92	65	91	96	45	67
90	89	60	76	55	99	97	56	66	87	77	87
97	81	33	91	82	51	91	33	55	62	52	91
90	79	76	86	95	78	80	89	88	97	59	69
91	64	86	95	72	86	72	42	77	73	71	82
95	76	55	98	94	96	88	95	97	59	88	89
56	53	52	98	73	54	72	65	52	81	34	74
97	69	70	99	44	50	97	85	70	86	96	74
92	45	63	71	55	84	94	64	77	71	43	93
99	88	37	59	70	70	78	80	48	50	93	75
65	71	76	91	33	82	91	83	93	82	82	54
65	95	58	79	40	30	88	99	35	67	35	96
62	84	53	64	67	65	81	81	72	68	65	91
96	77	98	77	39	57	69	69	43	98	78	30

JAVITÓKULCS

Szóbeli kivonás

A			B			C			D		
5	8	7	36	2	17	45	5	47	13	9	67
21	4	13	64	53	25	32	52	31	24	60	43
63	48	77	9	29	24	35	39	16	9	66	14
10	56	24	16	52	32	44	16	61	21	12	35
18	69	5	61	46	47	37	64	78	9	46	35
53	11	32	42	11	62	14	52	43	16	44	15
25	37	26	17	77	57	13	16	55	9	14	8
31	51	33	64	22	24	11	70	73	11	52	53
16	29	18	9	49	45	28	27	29	19	27	23
21	43	40	87	24	41	43	33	17	64	31	22
48	54	29	35	26	4	19	48	8	9	27	37
33	12	8	35	13	32	15	35	40	31	71	57
56	2	48	55	35	63	19	22	22	45	45	6
35	11	65	21	33	6	24	22	64	42	22	7
29	56	48	54	68	6	8	54	6	17	59	47
12	52	26	7	3	6	66	21	27	73	64	52
33	14	17	18	28	37	9	15	56	38	22	18
22	24	42	32	41	53	24	45	26	35	33	8
19	34	27	28	16	16	37	57	54	9	48	18
75	71	43	21	15	40	32	61	48	25	11	83

JAVITÓKULCS

Maradékös bennfoglalás

A	B	C	D
$8^5 2^5 3^5 6^4$	$3^5 3^9 2^5 8^7$	$5^4 4^8 3^4 6^7$	$3^6 9^4 6^4 1^9$
$1^6 1^7 4^5 3^7$	$2^5 6^8 3^5 7^7$	$3^5 9^6 5^4 5^9$	$2^5 5^4 4^9 1^9$
$9^5 2^8 1^3 5^7$	$1^5 1^4 3^5 5^3$	$2^6 2^9 4^4 4^9$	$1^8 2^7 4^7 1^8$
$3^3 6^7 6^3 1^1$	$1^5 4^3 1^9 1^4$	$2^4 7^8 2^5 1^8$	$4^8 4^8 6^7 5^7$
$5^3 2^2 6^3 5^1$	$5^8 5^3 2^9 4^2$	$4^6 2^6 1^6 4^5$	$1^9 8^8 1^6 3^3$
$3^8 1^3 5^8 3^3$	$3^9 2^1 7^8 6^1$	$2^6 6^5 1^5 5^5$	$2^7 5^9 4^6 4^5$
$4^8 2^4 5^8 4^3$	$1^9 2^2 4^7 3^4$	$3^6 2^1 1^3 3^2$	$1^8 7^2 1^2 5^9$
$3^8 2^4 2^7 8^6$	$2^7 1^5 2^8 2^4$	$3^6 5^2 1^2 2^2$	$4^3 2^4 4^3 3^7$
$5^6 3^7 2^8 1^7$	$4^7 3^4 1^8 3^4$	$8^3 5^1 2^3 5^5$	$3^3 7^6 2^2 2^4$
$3^6 1^4 5^6 6^6$	$1^5 3^4 7^4 4^4$	$7^3 3^7 6^3 1^7$	$6^3 5^4 4^9 4^4$
$2^6 1^7 3^7 7^6$	$1^6 6^2 7^4 2^2$	$2^1 1^4 4^2 1^2$	$2^4 5^2 2^3 6^8$
$3^2 6^6 5^3 2^7$	$4^2 1^1 1^3 5^2$	$7^2 3^4 2^2 7^5$	$4^1 1^6 7^1 4^9$
$2^3 2^6 1^2 6^5$	$5^2 3^1 2^3 4^2$	$8^2 4^5 1^1 3^5$	$1^8 6^9 1^7 3^6$
$3^3 3^6 2^1 2^6$	$1^3 5^6 1^3 2^8$	$1^7 4^7 5^7 1^4$	$2^5 3^2 3^6 5^1$
$1^5 1^7 6^4 1^6$	$3^2 2^9 3^8 8^9$	$3^9 7^3 4^7 1^4$	$5^5 5^3 1^8 6^2$

ig 10 percet. Az 5. évfolyamtól felfelé pedig 5 percet. Tehát ez a mérés is elvégezhető egy hagyományos feleltetés időtartama alatt.

Ez alatt az idő alatt az általános iskolában tanulócsoporthoz képest csak néhány gyermek képes a tesztek mind a 60 műveletét megoldani, ugyanakkor a lassan számolók is legalább 10 körüli műveletet végeznek el /kivéve azokat, akik még csak az ujjaikkal vagy egyáltalán nem tudnak számolni/. A 10 perc időtartam megválasztása egyúttal lehetővé teszi, hogy kiküszöböljük a percenkénti hibátlan művelet meghatározásához szükséges számítás. Az 5 perccel való osztás is könnyű /A számítás kérdésére rövidesen visszatérünk./.

A megiratás előtt az alábbi instrukciókat adjuk.

A számolást az oszlopok mentén lefelé haladva kell végezni. Vízszintesen haladni nem szabad. A műveletekből igyekezzenek a tanulók annyit elvégezni, amennyit csak tudnak, tehát szorgalmasan dolgozzanak, mivel az elvégzett műveletek mennyisége is beleszámít az értékelésbe, de nem szabad kapkodniok, mert a hibás műveletek lerontják a teljesítményt. Az oszlopokon lefelé haladva ne hagyjanak ki, ne ugorjanak át műveleteket, mert az ilyenek rossznak számítanak. Nem számít azonban hibás műveletnek, ami a mérőlap végén marad, vagyis amire már nem jutott idő.

Aki esetleg minden műveletet megold az idő letelte előtt, az jelentkezze a pedagógusnál, adja át neki a mérőlapját.

Gondoskodjunk arról, hogy mindenki egyszerre kezdje a munkát, hogy a mérőlapok kiosztása közben, a megkezdés engedélyezéséig senki nem kezdhesen dolgozni. Ha ez megtörténne, teljesen hamis eredményeket kapnánk.

A munka megkezdésének pillanatában célszerű óránkat egészre állítani, hogy ha akadnának olyan tanulóink, akik a kiszabott idő letelte előtt minden műveletet elvégeznek, számítás nélkül beírassuk az idő rovatba a felhasznált percek és másodpercek számát. De ez a megoldás megvéd bennünket az idő esetleges elnézésétől is.

Fontos, hogy a kiszabott idő leteltekor a munkát mindenki azonnal hagyja abba. Célszerű rögtön a hátlapjára fordítatni a mérőlapot, és az összeszedést gyorsan elvégeztetni.

Mivel viszonylag sok az elvégzett művelet, és mindegyik eredménye más, a javítás munkája nagyon időigényes, ha azt nem össze-

rően végezzük. Kipróbált és jól bevált eljárásnak bizonyult az alábbi kétféle módszer.

Ha csak mód van rá, csoportos javítást végezzünk. A csoportos javítás kb. 10 fő számára 5 percnyi időt vesz igénybe. Az 5. évfolyamtól felfelé a javítást magukkal a tanulókkal végeztetjük.

Ilyen esetben az első lépés az, hogy az egymás mellett ülő tanulók kicserélik mérőlapjukat, hogy ne a sajátjukat javítsák. A többi lépés megegyezik a nem tanulókkal végzett csoportos javítás lépéseivel.

A javítás változatonként történik. Mindenki kap egy A-B-C-D változatot. /Ha a tanulók maguk végzik a javítást, akkor kézfeltartással tudatosítjuk, hogy kinél melyik változat van./

A javítás első lépése az elvégzett műveletek számának a megállapítása. Ez úgy történik, hogy az utolsó megkezdett művelet aláhúzzuk és az oszloponkénti 20 ötös csoportosítású művelet segítségével megállapítjuk az összes elvégzett műveletek számát, és beírjuk a "Kész /db/:" rovatba.

A második lépésben oszloponként lefelé haladva folyamatosan lediktáljuk a javítókulcsban lévő eredményeket 5 műveletenként hangsúllyal és rövid szünettel segítve a követést. Segítőink az elhangzott helyes megoldásokat összehasonlítják a tanulók által leírt eredményekkel és a hibás eredményeket bekarikázzák. /Egy változat eredményeinek felolvasása kb. 45 másodperc./

Harmadik lépésünk a bekarikázott, vagyis a hibás műveletek számának a megállapítása, és e szám beírása a "Hibás /db/:" rovatba.

Ezzel a javítás az adott változaton befejeződött. Vethetjük a következő változatot.

Az összeadás eredményei kétjegyű, a kivonás eredményei pedig egy vagy kétjegyű számok. Diktálásukkal ezért nincsen probléma. A maradékos bennfoglalásnak azonban két eredménye van: a maradék és a hányados. A tanulóval a maradékot az osztandó alá iratjuk. Ezért és a gyors javítás érdekében a javítókulcsban az eredmények formája a következő: 8^5 /Lásd az A változat első műveletét/.

Az első /alsó/ szám a maradék, a második /felső/ szám pedig a hányados. A diktálás célszerű formája: nyolc-öt. Vagyis előbb a maradék, majd a hányados következik "egybe mondva".

Az eredmény hibás, ha akár a hányados, akár a maradék rossz.

A javítás néhány perces munkájában résztvevő 8-10 fő lehet akár pedagógus, akár felső évfolyamos ügyes és megbízható tanuló.

Ha a javítást magunk végezzük, akkor a javítókulcsban az eredményesort úgy hajtogatjuk, hogy a megoldások mellé illesztve egymás mellett láthassuk a helyes eredményeket és a tanuló eredményét. Ennélfogva az oszlop mentén lefelé haladva gyorsan, szinte teljesen mechanikusan végezhetjük a javítást. Ilyen módon egy osztály tesztjeinek a kijavítása 40-80 percnyi időt vesz igénybe.

A javítás után az értékelés az alábbi módon történik.

A "Kész /db/:" rovatba irt mennyiségből kivonjuk a "Hibás /db/:" rovatban található hibák számát. Ennek a különbségnek a tized részét írjuk be a "Percenkénti hibátlan művelet:" rovatba. Ezt az osztályonkénti néhány perces munkát célszerű magunknak végeznünk. Ugyanis ha segítőkinkkel kívánnánk végeztetni, előfordulhat, hogy a magyarázat tovább tart, mint a magunk által végzett munka. Ráadásul még félreértés is adódhat.

A 6. osztálytól felfelé természetesen nem tizzel, hanem öt-tel osztunk. Ez ugyan már nehezebb osztási műveletvégzést követel, de kétjegyű számok öttel való osztása "ránézéssel" végezhető. Csak egy tizedig számoljunk.

Az idő rovat mindazoknál a tanulóknál üresen marad, akik a megszabott idő letelte előtt nem oldották meg mind a 60 műveletet. Ezeknek a tanulóknak az esetében a megszabott 10, illetve 5 percet használjuk osztóként. Annak a néhány tanulóknak az esetében viszont, akik az előírt időnél előbb kész lettek, természetesen a ténylegesen felhasznált percek és másodpercek száma lesz az osztó. Sajnos e néhány tanuló esetében az osztás tényleges műveletvégzést követel, miután a másodperceket tizedekké alakítottuk.

A középiskolában az ilyen tanulók száma természetesen magasabb. De 5 percnél kevesebb időt adni nem célszerű, egyébként is a középiskolások eredményeinek a mérése inkább az országos szint megállapítása érdekében szükséges, mintsem az egyes tanulók értékelése végett. Ebben az esetben viszont a számítást ugyanis gép végzi.

Ha néhány év múlva esetleg ezek a számolási készségek a jelenleginél gyorsabban fejlődnének, érdemes lesz megfontolni újabb 20-40 művelet felvételét a tesztre. E készségek jelenlegi fejlett-

sége mellett felesleges lenne több műveletet adni, ez ugyanis indokolatlanul megnövelné a tesztlap terjedelmét és ezáltal a nyomdaköltségeket.

A percenkénti hibátlan műveletek számát az alábbi kulcsokkal alakíthatjuk osztályzattá.

Szóbeli összeadás száz-as számkörben

A 2. osztály utolsó hónapjától a 3. évfolyam végéig:

elégtelen	2,0 és alatta
elégséges	2,1 - 3,0
közepes	3,1 - 4,0
jó	4,1 - 5,0
jeles	5,1 és fölötte

A 4. évfolyamon:

elégtelen	3,0 és alatta
elégséges	3,1 - 4,4
közepes	4,5 - 5,4
jó	5,5 - 6,4
jeles	6,5 és fölötte

Az 5. és a 6. évfolyamokon:

elégtelen	4,0 és alatta
elégséges	4,1 - 5,4
közepes	5,5 - 7,4
jó	7,5 - 9,0
jeles	9,1 és fölötte

A 7. és a 8. évfolyamokon:

elégtelen	6,0 és alatta
elégséges	6,1 - 7,0
közepes	7,1 - 9,0
jó	9,1 - 10,4
jeles	10,5 és fölötte

Szóbeli kivonás száz-as számkörben

A 2. osztály utolsó hónapjától a 3. évfolyam végéig:

elégtelen	1,0 és alatta
elégséges	1,1 - 2,0
közepes	2,1 - 3,0
jó	3,1 - 4,0
jeles	4,1 és fölötte

A 4. évfolyamon:

elégtelen	2,0 és alatta
elégséges	2,1 - 3,0
közepes	3,1 - 4,0
jó	4,1 - 5,0
jeles	5,1 és alatta

Az 5. és a 6. évfolyamokon:

elégtelen	2,4 és alatta
elégséges	2,5 - 3,4
közepes	3,5 - 5,4
jó	5,5 - 7,0
jeles	7,1 és fölötte

A 6. és a 8. évfolyamokon:

elégtelen	3,4 és alatta
elégséges	3,5 - 5,0
közepes	5,1 - 7,0
jó	7,1 - 8,4
jeles	8,5 és fölötte

Maradékös bennfoglalás

A 2. évfolyam utolsó hónapjától a 3. évfolyam végéig:

elégtelen	1,0 és alatta
elégséges	1,1 - 1,4
közepes	1,5 - 2,4
jó	2,5 - 3,0
jeles	3,1 és fölötte

A 4. évfolyamon:

elégtelen	1,4 és alatta
elégséges	1,5 - 2,4
közepes	2,5 - 3,4
jó	3,5 - 4,4
jeles	4,5 és fölötte

Az 5. és a 6. évfolyamokon:

elégtelen	2,4 és alatta
elégséges	2,5 - 4,0
közepes	4,1 - 5,0
jó	5,1 - 6,0
jeles	6,1 és fölötte

A 7. és a 8. évfolyamokon:

elégtelen	4,0 és alatta
elégséges	4,1 - 6,0
közepes	6,1 - 8,0
jó	8,1 -10,0
jeles	10,1 és fölötte

A pedagógusok a három művelettipusban 15, 12, 17 hibátlan műveletet tudnak percenként végezni. Az egyszerűség érdekében vegyük úgy, hogy a teljesítmény mindhárom művelettipusban 15. E tempó mellett az összeadásban és a kivonásban kerekben csak minden 100., a maradékos bennfoglalásban pedig csak minden 200. műveletben követnek el hibát. A percenkénti 15 műveletes tempó ennélfogva már olyan színvonalu készséget jelent, ami gyakorlatilag hibátlanul funkcionál.

Ez azt jelenti, hogy ez az a színvonal, ami a begyakorlottság maximumának tekinthető. Ez lehet a viszonyítási alap.

Ne feledjük, hogy ez átlag. A relatív szórás mintegy 20 %-os. A néhány szélsőséges teljesítménytől eltekintve, és ennek alapján a szórás kétszeresét véve a pedagógusok teljesítménye 9-21 percenkénti hibátlan művelet teljesítése között ingadozik.

A 100 %-nak tekinthető színvonalnak a 60-80 %-át éri el a középiskolai tanulók a II-IV. évfolyamokon. Kérdés, hogy célul lehet-e kitűzni a pedagógus készségszintjének az elérését a százas számkörbeli számolásban.

Az mindenesetre nyilvánvaló, hogy az általános iskola 2.évfolyamán a végéig, ameddig e műveletek megtanítása tantervi feladat, ezeket a készségeket nem lehet kialakítani.

Ekkorra a tanulók a pedagógus maximálisan kifejlett készségéhez viszonyítva csak 11-24 %-os színvonalat érnek el, a 8. évfolyamon pedig 50 % körüli a teljesítményük.

Ma még nem világos, hogy mennyi a szerepe az elért szintek alakulásában az életkori sajátosságoknak, vagyis annak, hogy az egyes életkorokban mi érhető el egyáltalán. Tehát milyen színvonalat lehetne elérni más, jobb matematika tanítással, tudatosabb készségfejlesztéssel. Kíváncsú lenne a követelményként kitűzhető szintek megállapítását segítő vizsgálatok végzése.

A fenti körülmények miatt követelményeinket ma csak a most elért eredmények alapján állapíthatjuk meg. Vagyis azoknak az értékeknek az alapján, amelyek a fentiekben megadott osztályzattá

alakítási kulcsokban található.

Ugyanakkor feltétlenül szükséges elvégezni azokat a vizsgálatokat is, amelyek megmutatják az elfogadható minimumokat, amelyek alapján a tanulók közötti óriási színvonalbeli különbségek csökkenthetők. /A különbségekre vonatkozóan lásd a fejezet 2/b. pontját, ahol még visszatérünk a követelmények kérdésére./

2/ A készségfejlődés országos színvonala

a/ Átlagos teljesítmény

A szóbeli számolásban elért országos teljesítményeket a 7-9. táblákban tesszük közzé és a 6-8. ábrákon szemléltetjük. /Lásd a fejezet végén!/
 A három fejszámológási készség legszembetűnőbb sajátossága az átlagos teljesítményt illetően, hogy a fejlődés fokozatosan játszódik le 11 esztendőn keresztül /beleszámítva a második osztályt is, ahol a megtanítási szakaszban nem mérhetünk/.

A mért 10 esztendő alatt az összeadás és kivonás készségének a fejlettségi szintje fokozatosan több mint 3 és félszeresére, a maradékos bennfoglalásé pedig közel ötszörösére emelkedett.

Különös figyelmet érdemel a tény, hogy a maradékos bennfoglalás indul a legalacsonyabb szintről /az összeadás 3,6-os, a kivonás 2,3-as szintjéhez képest 1,9-ről/, és a középiskola utolsó évfolyamáig 10,2-re növekszik. Ugyanakkor az összeadás a közel kétszeres indulási szintről csak 12,2-ig, a kivonás pedig csak 8,6-ig emelkedik a középiskola utolsó évfolyamáig. Továbbá a pedagógusok teljesítménye a bennfoglalásban a legmagasabb /percenként 17 hibátlan művelet/, és a hibátlansági arány a másik két művelettípus hibátlansági arányának kétszerese.

Végül fontoljuk meg azt a tényt, hogy tulajdonképpen a maradékos bennfoglalás a legegyszerűbb művelettípus a három közül. Ugyanis ez mindössze két elemi lépésből áll: a hányados megkeresése és a maradék megállapítása. Persze a hányados megkeresése igen nehéz, a próbálkozások miatt pedig nagyon időigényes, ha a tanuló nem tudja kifogástalanul a bennfoglaló táblát. Az összeadás és a kivonás műveletei attól függően, hogy hány tizesátlépéssel oldhatók meg, összetettebbek. Ez a nyilvánvaló oka annak, hogy a pedagógusok teljesítménye összeadásból 15, kivonásból 12, maradékos bennfoglalásból viszont 17 hibátlan művelet percenként.

Igy jutunk el ahhoz a következtetéshez, hogy a tanulók ala-

csony teljesítménye a maradékos bennfoglalásból az alsó évfolyamokon nyilvánvalóan annak következménye, hogy e műveletek begyakorlása nem történik meg, vagy legalábbis sokkal alacsonyabb szinten, mint például a szorzótábláé.

A következő fejezetben látni fogjuk az írásbeli osztásban elért alacsony országos színvonalat. Ennek oka főleg itt, a maradékos bennfoglalás fejletlen készségrendszerében keresendő. Ugyanakkor, mivel a tanulók gyakran kényszerülnek osztani iskolai tanulmányaik során, végülis a 8. évfolyamon már megközelítik az összeadásban és meghaladják a kivonásban elért készség szintet a maradékos bennfoglalás készségét illetően. A maradékos bennfoglalás tehát, amely egy összetettebb készség /írásbeli osztás/ része, előfeltétele, ennek az összetett készségnek a fejlődését nehezítve, akadályozva fejlődik tovább.

Végül fel kell tenni a kérdést: szükségeszerű és célszerű-e, hogy ezek a készségek ll esztendőn keresztül fejlődjenek, és végülis a középiskola befejezéséig az elérhető teljesítmény 81 %-ára /összeadás/, 71 %-ára /kivonás/ és 61 %-ára /maradékos bennfoglalás/ jussanak csak el a tanulók.

A 6-8. ábrák másik szembetűnő sajátossága, hogy az összes /a hibákkal együtt vett/ percenkénti műveletek száma /a szaggatott vonal/ folyamatosan "rajta ül" a percenkénti hibátlan műveletek fejlődését jelölő görbén. A különbség nem nagy és csaknem állandónak tűnik. A felsőbb évfolyamok felé haladva némi csökkenés tapasztalható.

Ez a különbség mindhárom művelet típusnál és az összes évfolyamon közelítően percenkénti fél művelet körül ingadozik. A felsőbb évfolyamokon fokozatosan valamivel kevesebb, a pedagógusok teljesítményében pedig számottevően, mintegy 0,1 tizednyi a különbség az összes és a hibátlan műveletek száma között.

Ez azt jelenti, hogy amíg a tanulók kétpercenként követnek el átlagosan egy hibát, a pedagógus közelítően 10 percnyi számolás után vét el egy műveletet.

A mintegy kétpercenkénti hibázás azonban lényeges minőségbeli differenciákat takar attól függően, hogy hány műveletet végez el a tanuló ez alatt a két perc alatt.

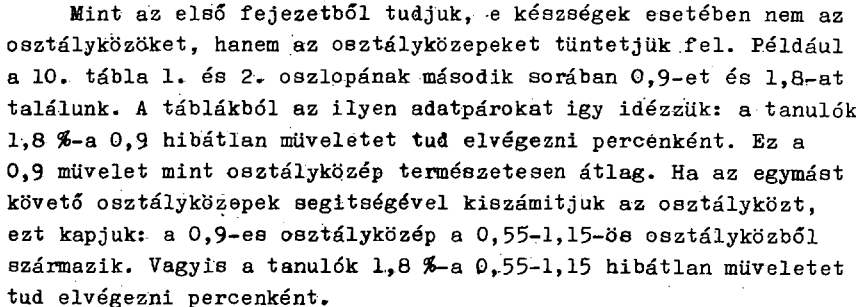
A hibátlansági arány jól érzékelteti a minőség gyors fejlődését. /A hibátlansági arány azt mutatja, hogy minden hanyadik elvégzett műveletenként esik átlagosan egy hiba./

Amíg a percenkénti 2-4 művelethez 6-10-es hibátlanági arány tartozik, addig a 7-8 percenkénti művelethez /8. évfolyam/ 12-19. Tehát minél kevesebb műveletet tud a tanuló elvégezni percenként, annál több hibát ejt. A tempó növekedésével viszont gyorsan csökken az elvégzett műveletekre eső hibák száma.

Érdemes felfigyelni arra a jelenségre, hogy amíg a középiskola utolsó évfolyamaira járó tanulók a percenkénti hibátlan műveletek számát tekintve 60-80 %-os teljesítményt érnek el a pedagógus teljesítményéhez viszonyítva, addig ugyanez a viszonyítás a hibátlanági arányt illetően az érettségi előtt álló tanulók 13-26 %-os teljesítményét mutatja.

Vagyis a készség alacsonyabb tempója a minőségben igen gyenge színvonalat képvisel.

b/ A szóródás helyzetképe

A tanulók közötti különbségeket tükröző szóródás adatait a 10-15. táblák tartalmazzák. Az adatok szemléltetését a 9-11. ábrák szolgálják. /Lásd a fejezet végén!/


Mint az első fejezetből tudjuk, a készségek esetében nem az osztályközöket, hanem az osztályközöket tüntetjük fel. Például a 10. tábla 1. és 2. oszlopának második sorában 0,9-et és 1,8-at találunk. A táblából az ilyen adatpárokat így idézzük: a tanulók 1,8 %-a 0,9 hibátlan műveletet tud elvégezni percenként. Ez a 0,9 művelet mint osztályközép természetesen átlag. Ha az egymást követő osztályközöket segítségével kiszámítjuk az osztályközöt, ezt kapjuk: a 0,9-es osztályközép a 0,55-1,15-ös osztályközökből származik. Vagyis a tanulók 1,8 %-a 0,55-1,15 hibátlan műveletet tud elvégezni percenként.

E megjegyzések után nézzük a konkrét helyzetet.

A legszembetűnőbb kép a szélsőségesen nagy különbség adott évfolyam tanulói között mindhárom műveletben.

Vegyük példának a szóbeli összeadás színvonalát a 8. évfolyamon /10-11. tábla és 9. ábra/.

A leggyengébb és a legjobb számolók között mintegy 15-szörös a különbség. A nyolcadikosok közel 4 %-a a harmadikos tanulók átlaga alatti teljesítményt ér el. Ugyanakkor a leggyorsabban számolók 5 %-a a középiskola utolsó évfolyamának átlagos teljesítménye feletti készség szinttel rendelkezik.

Mint az előző pontból tudjuk, összeadásban és maradékos benn-

foglalásban az általános iskola 4-8. évfolyamain közelítően minden 15. műveletben követnek el a tanulók egy hibát átlagosan és országos átlagban, kivonásból pedig 10-re kerekíthetjük ezt az értéket az egyszerűség érdekében. Ezek az értékek a pedagógus teljesítményének 10 %-a körül mozognak.

Mégis vegyük úgy, hogy ezen a szinten, ilyen hibátlanossági arány esetén már elfogadhatóan funkcionálnak ezek a készségek, és vizsgáljuk meg, hogy a tanulók egyes csoportjai hol tartanak ehhez a színvonalhoz képest.

Ezt megtehetjük, mivel a hibátlanossági arány és a percenkénti hibátlan műveletek száma között szoros a korreláció. Vagyis tudjuk, hogy a 15-ös hibátlanossági arányhoz közelítően 5 hibátlanul végzett percenkénti művelet tartozik. A kivonásban pedig a 10-es hibátlanossági arányhoz 6 hibátlan művelet percenként.

Ez alatt a szint alatt van a 3. évfolyamtól a középiskola utolsó évfolyamáig a tanulók alábbi százalékar: 3.o. 76 %, 4.o. 60 %, 5.o. 40 %, 6.o. 28 %, 7.o. 17 %, 8.o. 9 %, I.o. 4 %, II.o. 2 %, III.o. 1 % és IV.o. 0,6 %. A másik két művelet is hasonló képet mutat.

Ezek az eredmények jól szemléltetik, hogy a korábban jelölt teljesítményszintek alatt a készség fejlettsége valóban elfogadhatatlanul alacsony fokon áll.

Az e szintek alatt teljesítő tanulók készségeinek tudatos továbbfejlesztése feltétlenül szükséges, amennyiben e készségek kialakítását a matematika tanítás feladatának tekintjük.

Ugy véljük: a 10-15. táblák és a 9.-11. ábrák annyira beszédesek, hogy a fenti néhány megjegyzésen túl a további elemzést az olvasóra bízhatjuk.

3/ Konkluziók

Feltétlenül tisztázandónak tűnik, hogy a matematika tanítás mely szóbeli számolási készségek kialakítását tekinti feladatának az elemi készségeken túlmenően.

Ezt követően a felmérés adatai alapján vizsgálatokat lehet és kell végezni a követelményszintek megállapítására. /Ha szükséges, az itt nem vizsgált más szóbeli számolási készségek kiegészítő felmérésének elvégzése után./

Továbbá keresni kell a lehetőségeket és módszereket a tanulók közötti szélsőséges különbségek felszámolására, a nagyon le-

maradt tanulók felzárkóztatására, hogy végülis mindenki jusson el a megkövetelt minimális szintre.

Véleményünk szerint azt is meg kellene fontolni, hogy a fejletlen számolási készség hátrányos helyzetbe hozza a nagyon lassan számolókat. Gondoljuk meg, hogy ezek számára többször, esetleg 5-10-szer annyi idő szükséges a feladatmegoldásokhoz /a tanórán folyó gyakorlatokhoz, házfeladatokhoz/, mint a gyorsan számoló, fejlett készségekkel rendelkező tanulók számára. Hogy aztán végül a sok elfecsérelt idő ellenére sem jutnak helyes eredményre a fejletlen készséggel rendelkező tanulók, az feltehetően többek között éppen ennek a következménye is. Ezek figyelembevételével már csak az idő kimérése végett is fontos lenne a fentiekben elemzett szóbeli számolási készségek kellő színvonalu kialakítása.

A szemléletesség érdekében tegyük fel, hogy egy hónap alatt a gyakorlatok és házfeladatok megoldása során 150 ilyen műveletet kell a tanulóknak megoldaniuk. Erre a munkára maximálisan fejlett készségrendszerrel kb. 10 perc megy rá. Az ötödikes tanulók ugyanerre a feladatra mintegy 40-50 percet, a nyolcadikosok 15-25 percet használnak fel. De ez átlag. A gyengén számoló tanulók számára ez a munka 1-2 órát is elrabol az ötödikben és 0,5-1 órányit a nyolcadikban. Nem lenne nehéz kiszámítani, hogy a fejletlen készségrendszerek és nevezetesen a vizsgált három készség nem kellő fejlettsége összesítve mennyi idővesztéséget jelent iskolarendszerünkben.

SZÓBELI ÖSSZEADÁS SZÁZAS SZÁMKÖRÖBEN
Az átlagteljesítmények fejlődése

p = 95 %

7. tábla

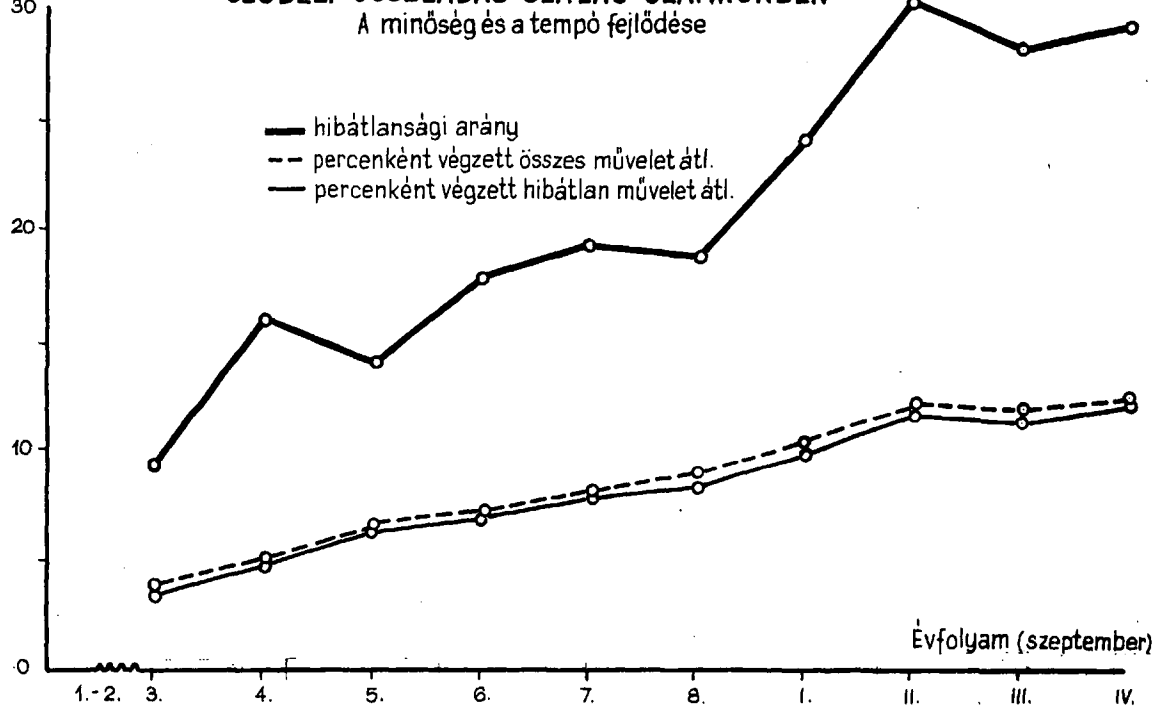
Év- fo- lya- mok	A sa- nulók szá- ma	A percenkénti műveletek					A percenkénti hibátlan műveletek					Hibátl.arány	
		átla- ga %p	szó- rása	konfi- dencia inter- vallum	méré- si pon- tos- ság, % 100%=15	a peda- gógus telje- sítm. %-ában	átla- ga %p	szó- rása	konfi- dencia inter- vallum	méré- si gógus telje- sítm. %-ában 100%=15	a peda- gógus tanu- lói telje- sítm. %-ában 100%=112	a peda- gógus telje- sítm. %-ában	
3	682	3,97	1,44	0,10	2,72	26,33	3,57	1,53	0,11	3,21	23,68	9,94	8,87
4	679	5,17	1,76	0,13	2,56	34,25	4,85	1,82	0,13	2,83	42,10	15,96	14,25
5	698	6,75	2,45	0,18	2,69	44,69	6,27	2,51	0,18	2,97	44,69	14,12	12,60
6	710	7,24	2,44	0,17	2,48	47,92	6,83	2,46	0,18	2,64	47,92	17,93	16,00
7	837	8,15	2,54	0,17	2,11	53,93	7,73	2,54	0,17	2,23	53,93	10,58	17,48
8	803	8,92	2,58	0,17	2,00	59,02	8,45	2,57	0,17	2,10	55,91	18,99	19,95
I	435	10,59	2,89	0,27	2,57	70,06	10,15	2,91	0,27	2,69	67,18	24,26	21,66
II	412	12,18	3,33	0,32	2,64	80,59	11,78	3,35	0,32	2,74	80,59	30,42	27,16
III	339	11,98	3,23	0,34	2,87	79,27	11,55	3,28	0,35	3,02	76,47	28,31	25,27
IV	338	12,59	2,95	0,31	2,49	83,34	12,16	2,91	0,31	2,54	80,50	29,31	26,16

6. ábra

Műveletek
száma

SZÓBELI ÖSSZEADÁS SZÁZAS SZÁMKÖRBE

A minőség és a tempó fejlődése



SZÓBELI KIVONÁS SZÁZAS SZÁMKÖRBEŒ
Az átlagteljesítmények fejlődése

p = 95 %

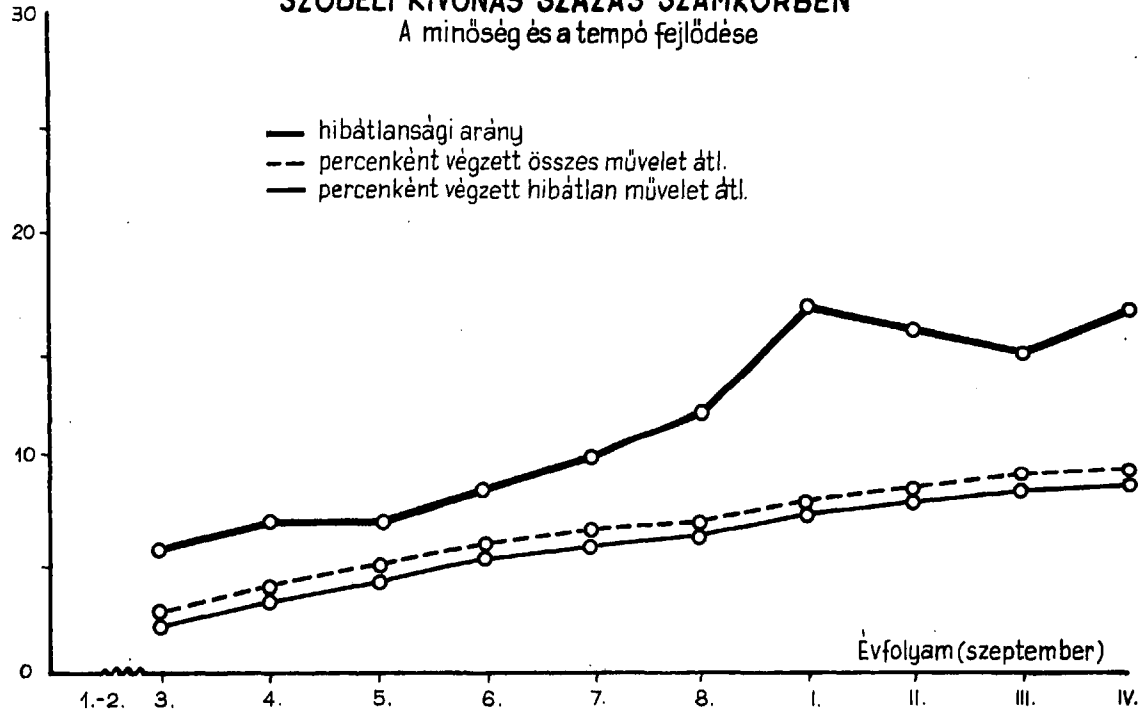
8. tábla

Év-fo-lyamok	A tanulók száma	A percenkénti műveletek					A percenkénti hibátlan műveletek					Hibátlan-sági arány	
		átla- ga %p	szó- rása	konfi- dencia inter- vallum	méré- si pon- tos- ság, %	a peda- gógus telje- sitm. %-ában 100% ¹²	átla- ga %p	szó- rása	konfi- dencia inter- vallum	méré- si pon- tos- ság, %	a peda- gógus telje- sitm. %-ában 100% ¹²	tanu- lói telje- sitm. %-ában	a peda- gógus telje- sitm. %-ában 100% ¹⁰⁸
3	748	2,80	1,13	0,08	2,90	23,06	2,30	1,28	0,09	3,98	18,98	5,64	5,26
4	746	3,92	1,36	0,09	2,49	32,27	3,34	1,57	0,11	3,37	27,47	6,71	6,21
5	834	4,89	2,22	0,15	3,07	40,28	4,18	2,32	0,15	3,76	34,44	6,89	6,37
6	1085	5,85	2,39	0,14	2,43	48,09	5,14	2,40	0,14	2,78	42,31	8,32	7,70
7	1094	6,38	2,54	0,15	2,36	52,50	5,72	2,58	0,15	2,67	47,09	9,70	8,98
8	1126	6,73	2,71	0,15	2,35	55,51	6,18	2,76	0,16	2,61	50,86	11,95	11,06
I	552	7,69	2,15	0,17	2,33	63,24	7,22	2,18	0,18	2,51	59,43	16,59	15,36
II													
III	324	8,91	2,43	0,26	2,96	73,71	8,30	2,51	0,27	3,29	66,28	14,59	13,50
IV	301	9,13	2,81	0,31	3,47	75,13	8,58	2,84	0,32	3,74	70,57	16,47	15,25

Műveletek
száma

SZÓBELI KIVONÁS SZÁZAS SZÁMKÖRBE

A minőség és a tempó fejlődése



MARADÉKOS BENNFOGLALÁS SZÓBAN SZÁZAS SZÁMKÖRBE

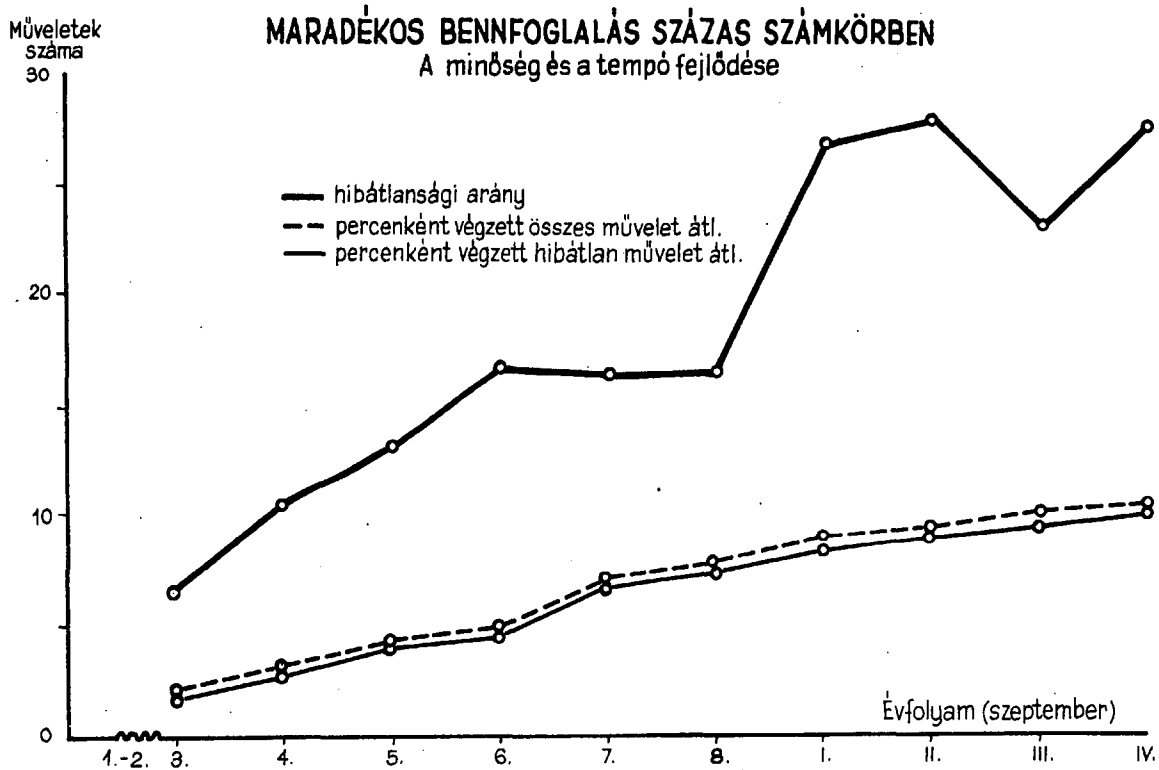
Az átlagteljesítmények fejlődése

p = 95 %

9. tábla

Év-fo-lyá-mok	A ta-nuló-k szá-ma	A percenkénti műveletek					A percenkénti hibátlan műveletek					Hibátlansági arány	
		Átla-ga %p	szó-rása	konfi-dencia inter-vallum	méré-si pon-tos-ság, %	a peda-gógus telje-sít-mény 100%=17	átla-ga %p	szó-rása	konfi-dencia inter-vallum	méré-si pon-tos-ság, %	a peda-gógus telje-sít-m. %-ában 100%=17	tanu-lói telje-sít-m. %-ában 100%=211	a peda-gógus telje-sít-m. %-ában 100%=211
3	772	2,22	1,14	0,08	3,63	13,47	1,90	1,20	0,08	4,48	11,49	6,78	3,21
4	741	3,11	1,20	0,08	2,77	18,85	2,82	1,34	0,09	3,43	17,04	10,44	4,94
5	912	4,39	1,67	0,10	2,47	26,57	4,06	1,79	0,11	2,86	24,55	13,17	6,24
6	926	4,97	1,94	0,12	2,51	30,07	4,67	2,03	0,13	2,80	28,24	16,49	7,81
7	732	7,20	2,80	0,20	2,82	43,53	6,76	2,86	0,20	3,07	40,87	16,37	7,75
8	984	7,89	2,85	0,17	2,25	47,71	7,41	2,94	0,18	2,47	44,81	16,46	7,80
I	539	8,91	2,40	0,20	2,27	53,89	8,58	2,47	0,20	2,43	51,88	26,87	12,23
II	521	9,56	2,61	0,22	2,35	57,82	9,22	2,65	0,22	2,47	55,76	28,05	13,30
III	401	10,05	2,68	0,26	2,61	60,77	9,61	2,82	0,27	2,87	58,14	23,09	10,94
IV	278	10,53	3,08	0,36	3,43	63,71	10,15	3,13	0,36	3,62	61,41	27,80	13,17

8. ábra



SZÓBELI ÖSSZEADÁS SZÁZAS SZÁMKÖRBE

A szóródás országos helyzetképe

/általános iskola/

10. tábla

3.évfolyam		4.évfolyam		5.évfolyam		6.évfolyam		7.évfolyam		8.évfolyam	
Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gya- kori- ság %	Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gya- kori- ság %	Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gya- kori- ság %	Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gya- kori- ság %	Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gya- kori- ság %	Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gya- kori- ság %
0,4	3,5	0,5	0,9	0,6	1,7	1,2	1,1	1,4	0,5	0,9	0,2
0,9	1,8	1,2	1,9	1,5	1,0	2,1	1,8	2,3	1,4	1,8	0,4
1,4	5,1	2,0	4,7	2,4	4,7	3,0	5,1	3,2	3,2	2,7	0,9
1,9	6,6	2,7	7,7	3,3	7,3	3,9	7,2	4,1	4,1	3,6	3,4
2,5	13,2	3,4	14,0	4,2	10,0	4,8	13,0	4,9	7,8	4,5	3,7
3,0	12,6	4,2	15,2	5,0	13,0	5,7	12,5	5,8	12,7	5,4	7,8
3,5	11,9	4,9	14,4	5,9	16,9	6,6	16,1	6,7	12,3	6,3	9,5
4,0	13,3	5,7	19,3	6,8	15,2	7,5	12,4	7,6	13,9	7,2	14,3
4,6	9,2	6,4	9,6	7,7	9,0	8,3	7,9	8,4	13,3	8,2	12,7
5,1	8,4	7,2	6,9	8,5	6,0	9,2	10,0	9,3	8,0	9,1	11,5
5,6	7,3	7,9	1,8	9,4	5,3	10,1	4,1	10,2	7,6	10,0	10,6
6,1	4,0	8,7	1,8	10,3	3,9	11,0	5,2	11,1	6,2	10,9	9,8
6,7	2,2	9,4	0,4	11,2	3,2	11,9	2,7	11,9	6,5	11,8	10,0
7,2	0,3	10,1	0,3	12,1	1,9	12,8	0,6	12,8	0,1	12,7	2,4
7,7	0,1	10,9	0,6	12,9	0,7	13,7	0,1	13,7	0,1	13,6	1,9
8,2	0,4	11,6	0,6	13,8	0,1	14,6	0,3	14,6	0,7	14,5	1,0

SZÓBELI ÖSSZEADÁS. SZÁZAS SZÁMKÖRÖBEN
A szóródás országos helyzetképe
/középkiskola/

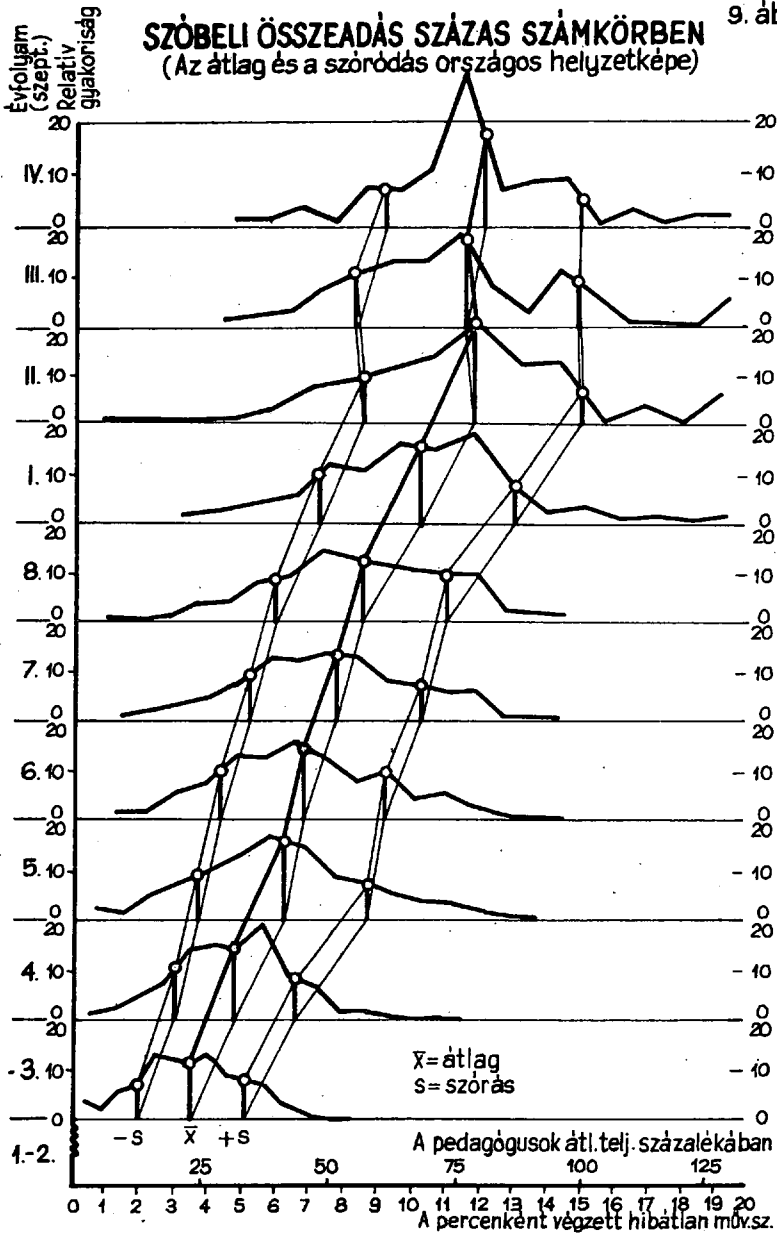
11. tábla

I. évfolyam		II. évfolyam		III. évfolyam		IV. évfolyam	
Osztály- közép	Relatív gyako- riság %	Osztály- közép	Relatív gyako- riság %	Osztály- közép	Relatív gyako- riság %	Osztály- közép	Relatív gyako- riság %
3,1	1,1	0,9	0,5	4,3	0,6	4,7	0,6
4,2	2,3	2,1	0,0	5,3	1,2	5,7	0,9
5,3	3,4	3,3	0,0	6,3	2,1	6,7	3,3
6,4	5,1	4,6	0,5	7,3	6,5	7,7	0,9
7,5	11,3	5,8	2,7	8,4	10,0	8,6	7,4
8,6	10,8	7,0	6,8	9,4	12,4	9,6	7,1
9,7	15,9	8,3	8,5	10,4	12,4	10,6	11,2
10,8	14,9	9,5	10,9	11,4	18,6	11,6	30,5
11,8	18,4	10,7	13,3	12,4	7,7	12,6	7,4
12,9	8,3	12,0	21,1	13,4	2,7	13,6	9,5
14,0	2,1	13,2	12,1	14,4	11,2	14,6	10,1
15,1	3,2	14,4	12,6	15,4	6,5	15,6	0,6
16,2	0,7	15,7	0,7	16,5	0,9	16,5	4,0
17,3	1,1	16,9	3,9	17,5	0,9	17,5	1,2
18,4	0,0	18,1	0,2	18,5	0,6	18,5	3,0
19,5	1,4	19,4	6,1	19,5	5,9	19,5	3,0

SZÓBELI ÖSSZEADÁS SZÁZAS SZÁMKÖRBE

(Az átlag és a szóródás országos helyzetképe)

9. ábra



SZÓBELI KIVONÁS SZÁZAS SZÁMKÖRBE

A szóródás országos helyzetképe

/általános iskola/

12. tábla

3.évfolyam	4.évfolyam	5.évfolyam	6.évfolyam	7.évfolyam	8.évfolyam						
Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gya- kori- ság %	Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gya- kori- ság %	Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gya- kori- ság %	Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gya- kori- ság %	Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gya- kori- ság %	Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gya- kori- ság %
0,3	8,0	0,3	5,4	0,5	6,6	0,7	3,3	0,7	3,2	0,5	2,0
0,7	6,6	0,9	4,7	1,4	10,0	1,6	6,4	1,8	5,5	1,4	3,2
1,0	9,1	1,5	6,4	2,3	10,6	2,5	6,8	2,8	7,4	2,4	5,9
1,4	9,0	2,0	9,0	3,2	16,3	3,4	15,9	3,8	14,7	3,3	7,6
1,8	10,4	2,6	11,8	4,1	15,3	4,3	13,8	4,9	16,5	4,2	13,0
2,2	10,8	3,2	12,3	5,0	15,6	5,2	15,7	5,9	16,4	5,2	13,8
2,6	10,7	3,7	18,5	5,9	8,9	6,1	10,1	7,0	12,9	6,1	10,7
3,0	7,5	4,3	12,2	6,8	7,2	7,0	11,8	8,0	9,4	7,0	14,2
3,4	10,6	4,9	7,6	7,7	4,6	7,9	6,6	9,0	5,7	8,0	9,9
3,8	8,4	5,4	4,7	8,6	2,3	8,8	4,2	10,1	3,8	8,9	5,8
4,2	3,9	6,0	4,0	9,5	0,7	9,7	1,4	11,1	2,8	9,9	4,2
4,6	2,3	6,5	1,7	10,4	0,6	10,7	2,5	12,2	1,3	10,8	4,5
5,0	1,3	7,1	0,8	11,3	0,8	11,6	0,9	13,2	0,1	11,7	4,5
5,4	0,7	7,7	0,4	12,2	0,5	12,5	0,1	14,3	0,1	12,7	0,4
5,7	0,3	8,2	0,3	13,1	0,0	13,4	0,1	15,3	0,2	13,6	0,2
6,1	0,5	8,8	0,1	14,0	0,1	14,3	0,3	16,3	0,1	14,5	0,2

SZÓBELI KIVONÁS SZÁZAS SZÁMKÖRBE

A szóródás országos helyzetképe

/közéiskola/

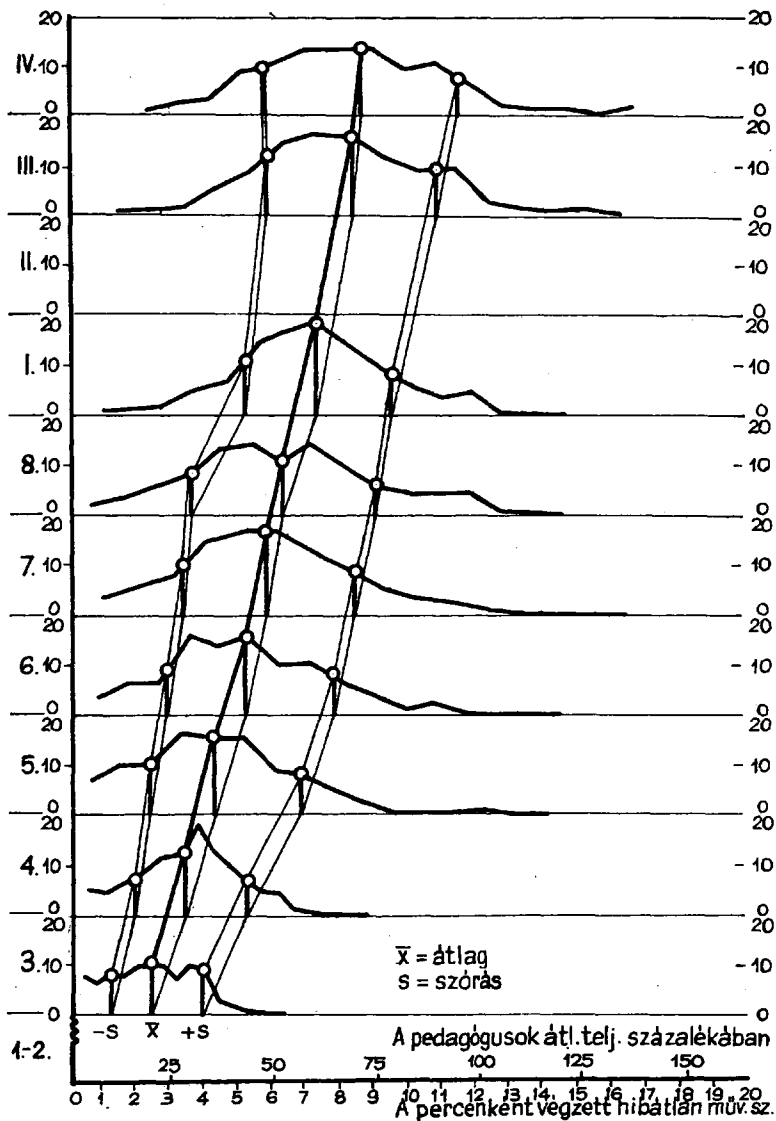
13. tábla

I.évfolyam		II.évfolyam		III.évfolyam		IV.évfolyam	
Osztály- közép	Relatív gyako- riság %	Osztály- közép	Relatív gyako- riság %	Osztály- közép	Relatív gyako- riság %	Osztály- közép	Relatív gyako- riság %
0,9	0,2	.	.	1,3	0,3	2,3	0,7
1,8	0,5	.	.	2,3	0,6	3,2	2,0
2,7	1,3	.	.	3,3	1,5	4,2	3,0
3,6	4,7	.	.	4,3	4,9	5,2	8,6
4,5	6,7	.	.	5,3	8,6	6,1	10,6
5,4	13,4	.	.	6,3	14,8	7,1	13,3
6,3	16,5	.	.	7,3	16,0	8,0	13,6
7,2	18,3	.	.	8,3	16,0	9,0	13,3
8,2	13,9	.	.	9,3	11,7	10,0	9,3
9,1	10,0	.	.	10,3	8,6	10,1	10,6
10,0	6,0	.	.	11,3	9,9	11,9	6,6
10,9	3,4	.	.	12,3	2,8	12,8	2,3
11,8	4,5	.	.	13,3	1,5	13,8	1,7
12,7	0,4	.	.	14,3	0,9	14,7	1,7
13,6	0,0	.	.	15,4	1,2	15,7	0,7
14,5	0,2	.	.	16,4	0,3	16,7	2,0

Évfolyam
(szépt.)
Relatív
gyakoriság

SZÓBELI KIVONÁS SZÁZAS SZÁMKÖRBEŒ

(Az átlag és a szóródás országos helyzetképe)



MARADÉKOS BENNFOGLALÁS SZÁZAS SZÁMKÖRBE
A szóródás országos helyzetképe
/általános iskola/

14. tábla

3.évfolyam		4.évfolyam		5.évfolyam		6.évfolyam		7.évfolyam		8.évfolyam	
Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gyako- riság %	Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gyako- riság %	Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gyako- riság %	Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gyako- riság %	Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gyako- riság %	Osz- tály- köz- zép	Rela- tív gyako- riság %
0,3	11,3	0,3	4,2	0,4	3,3	0,5	1,2	0,8	1,4	0,8	9,9
0,8	15,8	0,7	4,6	1,1	3,5	1,2	5,2	1,5	2,3	1,5	2,4
1,3	14,1	1,2	6,7	1,5	5,2	2,0	6,4	2,2	3,3	2,2	1,9
1,7	15,7	1,7	10,3	2,1	6,4	2,7	11,0	2,9	6,3	2,9	5,1
2,2	13,6	2,1	10,7	2,7	9,1	3,4	11,1	3,7	7,8	3,7	4,9
2,7	9,5	2,6	11,6	3,2	11,1	4,2	12,7	4,4	5,2	4,4	4,5
3,2	10,9	3,0	17,1	3,8	10,6	4,9	12,6	5,1	8,6	5,1	8,5
3,7	3,5	3,5	9,0	4,4	12,8	5,7	17,9	5,8	8,5	5,8	7,0
4,1	2,8	3,9	10,8	5,0	10,6	6,4	9,0	6,6	9,7	6,6	7,9
4,6	0,9	4,4	7,3	5,5	10,5	7,2	5,5	7,3	9,7	7,3	8,4
5,1	0,5	4,9	3,0	6,1	8,8	7,9	2,2	8,0	4,5	8,0	6,9
5,6	0,4	5,3	0,8	6,7	3,7	8,7	2,9	8,7	9,2	8,7	9,1
6,1	0,6	5,8	1,5	7,2	2,2	9,4	1,1	9,5	7,0	9,5	8,5
6,5	0,1	6,2	2,0	7,8	0,4	10,1	0,8	10,2	4,1	10,2	4,4
7,0	0,0	6,7	0,1	8,4	1,4	10,8	0,1	10,9	5,6	10,9	7,1
7,5	0,3	7,1	0,3	8,9	0,3	11,6	0,3	11,6	7,0	11,6	12,3

MARADÉKOS BENNFOGLALÁS SZÁZAS SZÁMKÖRBE

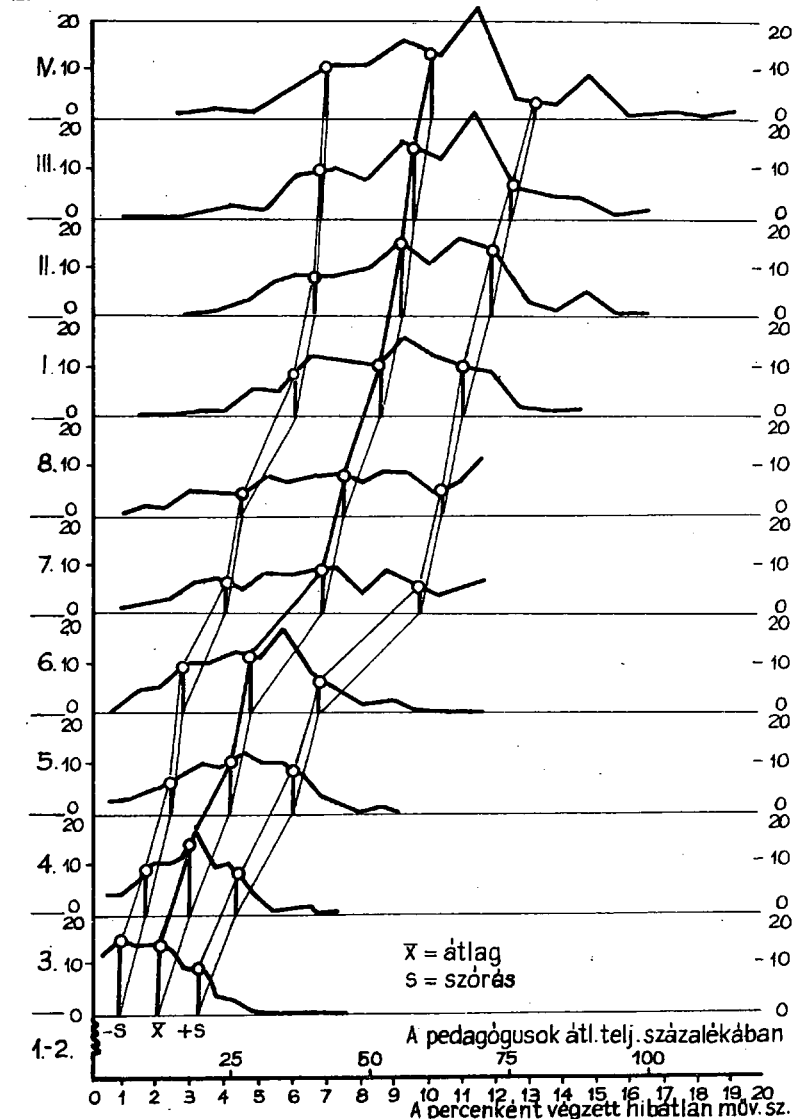
A szóródás országos helyzetképe

/középiskola/

15. tábla

I.évfolyam		II.évfolyam		III.évfolyam		IV.évfolyam	
Osztály- közép	Relatív gyako- riság, %	Osztály- közép	Relatív gyako- riság, %	Osztály- közép	Relatív gyako- riság, %	Osztály- közép	Relatív gyako- riság, %
1,2	0,6	2,7	0,4	0,9	0,5	2,6	1,4
2,1	0,6	3,6	1,5	2,0	0,2	3,7	1,8
3,0	1,7	4,5	3,5	3,0	1,7	4,8	1,1
3,9	1,9	5,5	7,3	4,1	2,7	5,9	5,4
4,8	5,8	6,4	8,8	5,1	2,0	7,1	10,8
5,7	5,6	7,3	8,1	6,2	9,2	8,2	11,2
6,6	12,1	8,3	10,0	7,2	10,2	9,3	15,5
7,5	11,1	9,2	15,5	8,2	8,0	10,4	12,2
8,3	9,8	10,1	10,9	9,3	15,5	10,6	22,3
9,2	16,1	11,1	15,7	10,3	12,0	12,7	3,6
10,1	12,4	12,0	10,4	10,4	21,4	13,8	2,9
11,0	10,0	12,9	2,3	12,4	6,2	14,9	8,6
11,9	8,7	13,9	0,4	13,5	4,5	16,1	0,4
12,8	1,7	14,8	4,8	14,5	4,0	17,2	1,1
13,7	0,9	15,7	0,0	15,6	0,5	18,3	0,0
14,6	1,1	16,7	0,4	16,6	1,2	19,4	1,8

11. ábra

Évfolyam
(szépt.)
Relatív
gyakoriság**MARADÉKOS BENNFOGLALÁS SZÁZAS SZÁMKÖRÉBEN**
(Az átlag és a szóródás országos helyzet képe)

Negyedik fejezet

IRÁSBELI ALAPMŰVELETEK

A tanterv értelmében az írásbeli alapműveletek tanítása, gyakorlása a harmadik és a negyedik évfolyamokon történik. A harmadik évfolyamon ezres számkörben, a negyediken milliós számkörben.

Az ezres számkörben az alapműveletek tanítása előkészítő szerepet játszik. Mivel azonban a harmadik évfolyam egyik alapvető feladata, és feltehetően a fokozatos megtanításnak egy más tananyagelrendezés, másféle matematikatanítás esetén is lehet szerepe, ezért az ezres számkörben külön is megmértük az írásbeli alapműveletek készségszintjét. De csak a negyedik évfolyam elején /ami egyben a harmadik évfolyam végét is jelenti/ és a nyolcadik évfolyamon.

Az ezres számkörbeli műveletek a szűkkörű variációs lehetőségek miatt közel állnak egymáshoz. Nagy különbségek művelet és művelet között nem adódnak, az egyes műveletek viszonylag kevés elemből állnak, ennél fogva viszonylag sokat meg tudnak oldani belőlük a tanulók. Ezért célszerű azt a mérési technikát alkalmazni, amelyet az előző fejezetben láthattunk. Vagyis a percenkénti hibátlan műveletek számát mérni.

A milliós számkörbeli műveletek viszont már nagyon különbözőek lehetnek, és egy-egy művelet megoldására is több idő szükséges. Ezért célszerű megvizsgálni a műveletenkénti teljesítményt is, kívánatos az egyes műveleteket súlyozni a pontosabb értékelés végett.

Ez az oka annak, hogy a kétféle számkörben ugyanazokat a készségeket kétféle technikával mérjük.

I. IRÁSBELI ALAPMŰVELETEK EZRES SZÁMKÖRBE

1/ A mérés eszközei

A tanterv értelmében ötféle tesztet készítettünk, mindegyiket négy-négy változatban. A feladatok a következők: 2-3 db két- vagy háromjegyű szám összeadása, háromjegyű számból két- vagy háromjegyű szám kivonása, háromjegyű szám szorzása egyjegyűvel,

kétjegyű szám szorzása kétjegyűvel és háromjegyű szám osztása egyjegyű számmal.

Az ötféle teszt mindegyikén 25 művelet szerepel, amennyi elegendő a készség fejlettségének megállapítására.

Az osztás és a kétjegyűvel való szorzás mérésére 10 percet, a többi három tesztre 5 percet kell felhasználnunk a 3. évfolyam utolsó hónapjától kezdve bármelyik évfolyamon.

A 3. és a 4. évfolyamon ez az időmennyiség azzal a következőmennyel jár, hogy csak néhány tanuló képes megoldani mind a 25 műveletet, vagyis csak néhány tanuló esetében válhat szükségessé a felhasznált percek és másodpercek számának a beírása az idő rovatba és ennek következtében számítás végzése a percenkénti hibátlan műveletek számának meghatározása érdekében.

Tehát e tesztek megírására is egészen rövid időt /5-10 percet/ kell csak felhasználnunk a tanórából.

Tekintettel arra, hogy a műveletek száma itt jóval kevesebb, mint a szóbeli számolás tesztjein, az országos felmérés nagyobb pontossága érdekében úgy adtuk meg a felhasználható időt, hogy a tanulók nagyobb hányada minden műveletet meg tudjon oldani /a gépi feldolgozás esetén ugyanis nem szükséges szem előtt tartani, hogy a felhasznált percek száma könnyű osztó legyen/. Az időkeretek a következők voltak: az osztásra a negyedikben 35 percet, a nyolcadikban 10 percet, a többi tesztre a negyedikben 15 percet, a nyolcadikban 5 percet adtunk. Egy újabb országos mérés esetén célszerű majd ugyanezt az időkeretet használni. A gyakorló pedagógus azonban jól használhatja az 5, illetve a 10 perc megíratási időt.

A tanulóknak csak az alábbi instrukciókat adjuk a mérés előtt.

A számolást az oszlopok mentén lefelé haladva kell végezni, vízszintesen nem szabad haladni. Ne ugorjanak át megoldás nélkül műveleteket, mert az ilyenek hibának számítanak. Az elvégzett műveletek mennyisége is számít. Ezért szorgalmasan kell dolgozni, de kapkodni nem szabad, mert a hibák lerontják az eredményt. Aki esetleg a kiszabott idő letelte előtt minden műveletet elvégez, jelentkezzen a pedagógusnál.

A felmérést úgy kell megszervezni, hogy mindenki egyszerre kezdje a munkát, és az 5, illetve a 10 perc letelte előtt mindenki egyszerre hagyja abba. Ennek a követelménynek a megtartása nagyon fontos. Máskülönben ugyanis adataink elvesztik összehason-

lithatóságukat az országos mutatókkal.

Itt is célszerű a tanulók munkájának a megkezdésekor órákat egészre állítani. Annak a tanulónak a tesztjére, aki esetleg az idő letelte előtt elkészült, ráírjuk a felhasznált percek és másodpercek számát.

A javítás és az értékelés ugyanugy történik, mint a szóbeli számolás tesztjeinek az esetében. Az ott leírtakat ezért felesleges lenne megismételni. /Lásd a III. fejezet 1. pontját!/
 Az egyetlen különbség az, hogy e teszteken nem 60, hanem csak 25 művelet van, ezért nem annyira jelentős a csoportos javítás. A pedagógus saját maga is viszonylag kevés idő alatt elvégezheti a javítást.

A percenkénti hibátlan műveletek számának a meghatározása után az osztályozattá alakítást az alábbi kulcsokkal végezhetjük.

Összeadásban a 3. osztály utolsó hónapjától a 4. évfolyam végéig:

elégtelen	2,0 és alatta
elégséges	2,1 - 3,0
közepes	3,1 - 3,5
jó	3,6 - 4,5
jeles	4,6 és fölötte

Kivonásban és egyjegyűvel való szorzásban a 3. osztály utolsó hónapjától a 4. évfolyam végéig:

elégtelen	1,5 és alatta
elégséges	1,5 - 2,0
közepes	2,1 - 3,0
jó	3,1 - 3,5
jeles	3,6 és fölötte

Kétjegyűvel való szorzásban és osztásban a 3. évfolyam utolsó hónapjától a 4. osztály végéig:

elégtelen	0,5 és alatta
elégséges	0,6 - 1,0
közepes	1,1 - 1,4
jó	1,5 - 1,7
jeles	1,8 és fölötte

Mivel e készségek csak előkészítői az írásbeli műveletek algoritmusainak az általánosításához, nem lenne célszerű a követelményszintek elvi alapjainak keresésével összefüggő kérdések felvetése, mint ahogy ezt eddig tettük, és a II. pontban is meg-

MÉRŐLAPOK

Írásbeli összeadás ezres számkörben

<u>A változat</u>					<u>B változat</u>				
123	426	262	365	131	235	235	365	246	121
<u>+245</u>	<u>+135</u>	<u>+154</u>	<u>+158</u>	244	<u>+154</u>	<u>+128</u>	<u>+283</u>	<u>+175</u>	214
				<u>+ 13</u>					<u>+ 25</u>
164	293	248	203	257	135	645	157	301	537
<u>+216</u>	<u>+115</u>	<u>+352</u>	104	<u>+106</u>	<u>+325</u>	<u>+164</u>	<u>+143</u>	105	<u>+208</u>
			<u>+202</u>					<u>+204</u>	
370	326	145	102	516	680	437	427	204	527
<u>+145</u>	<u>+276</u>	<u>+395</u>	143	<u>+ 63</u>	<u>+154</u>	<u>+168</u>	<u>+193</u>	123	<u>+ 72</u>
			<u>+ 21</u>					<u>+ 42</u>	
195	95	295	306	153	594	87	563	405	236
<u>+208</u>	73	<u>+ 72</u>	<u>+105</u>	122	<u>+208</u>	95	<u>+ 84</u>	<u>+206</u>	128
	<u>+56</u>			<u>+ 19</u>		<u>+74</u>			<u>+ 25</u>
164	312	675	245	365	154	375	453	625	412
232	598	<u>+259</u>	379	<u>+412</u>	243	<u>+212</u>	12	<u>+233</u>	8
<u>+ 41</u>	<u>+ 13</u>		<u>+285</u>		<u>+ 22</u>		<u>+125</u>		<u>+ 17</u>

Kész,db: Hibás,db: Idő:
Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

Kész,db: Hibás,db: Idő:
Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK

Írásbeli összeadás ezres számkörben

<u>C változat</u>					<u>D változat</u>				
324	327	483	367	224	426	376	346	196	513
<u>+143</u>	<u>+148</u>	<u>+274</u>	<u>+258</u>	112	<u>+132</u>	<u>+118</u>	<u>+293</u>	<u>+365</u>	122
				<u>+ 41</u>					<u>+ 44</u>
413	435	316	306	453	112	153	431	503	368
<u>+247</u>	<u>+173</u>	<u>+284</u>	102	<u>+209</u>	<u>+358</u>	<u>+454</u>	<u>+269</u>	104	<u>+407</u>
			<u>+201</u>					<u>+201</u>	
690	243	536	405	415	550	118	452	304	328
<u>+283</u>	<u>+159</u>	<u>+294</u>	231	<u>+ 64</u>	<u>+274</u>	<u>+389</u>	<u>+398</u>	251	<u>+ 51</u>
			<u>+ 62</u>					<u>+ 23</u>	
298	66	643	507	127	395	53	452	109	208
<u>+406</u>	88	<u>+ 82</u>	<u>+307</u>	406	<u>+206</u>	96	<u>+ 75</u>	<u>+304</u>	155
	<u>+75</u>			<u>+ 53</u>		<u>+75</u>			<u>+ 34</u>
273	782	864	317	265	421	412	78	67	863
145	13	<u>+113</u>	68	<u>+578</u>	173	<u>+387</u>	412	58	5
<u>+ 50</u>	<u>+ 5</u>		<u>+ 7</u>		<u>+ 85</u>		<u>+ 81</u>	<u>+87</u>	<u>+ 83</u>

Kész, db: Hibás, db: Idő:
Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

Kész, db: Hibás, db: Idő:
Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK

Írásbeli kivonás ezres számkörben

<u>A változat</u>					<u>B változat</u>				
643	452	526	653	507	565	654	448	435	705
<u>-121</u>	<u>-139</u>	<u>-165</u>	<u>-278</u>	<u>= 98</u>	<u>-129</u>	<u>-238</u>	<u>-273</u>	<u>-187</u>	<u>= 86</u>
653	521	457	305	453	546	352	548	403	634
<u>-233</u>	<u>-117</u>	<u>-393</u>	<u>-107</u>	<u>-296</u>	<u>-316</u>	<u>-146</u>	<u>-496</u>	<u>-205</u>	<u>-297</u>
437	360	408	600	502	545	580	605	500	703
<u>-234</u>	<u>-147</u>	<u>-256</u>	<u>-198</u>	<u>-296</u>	<u>-342</u>	<u>-267</u>	<u>-234</u>	<u>-297</u>	<u>-495</u>
495	428	434	700	460	563	536	525	600	580
<u>- 72</u>	<u>-419</u>	<u>- 74</u>	<u>-287</u>	<u>-287</u>	<u>- 42</u>	<u>-528</u>	<u>- 85</u>	<u>-342</u>	<u>-385</u>
316	327	427	645	719	415	437	535	523	638
<u>-108</u>	<u>-195</u>	<u>-398</u>	<u>-248</u>	<u>-351</u>	<u>-207</u>	<u>-165</u>	<u>-489</u>	<u>-227</u>	<u>-412</u>

92

Kész,db: Hibás,db: Idő:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

Kész,db: Hibás,db: Idő:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK

Írásbeli kivonás ezres számkörben

C változat					D változat				
467	543	527	626	604	379	765	314	747	503
<u>-156</u>	<u>-126</u>	<u>-245</u>	<u>-278</u>	<u>- 97</u>	<u>-154</u>	<u>-147</u>	<u>-132</u>	<u>-398</u>	<u>- 95</u>
448	464	329	602	528	475	532	426	504	415
<u>-318</u>	<u>-259</u>	<u>-276</u>	<u>-307</u>	<u>-399</u>	<u>-235</u>	<u>-227</u>	<u>-385</u>	<u>-308</u>	<u>-298</u>
375	470	507	600	602	612	530	409	700	501
<u>-174</u>	<u>-146</u>	<u>-145</u>	<u>-394</u>	<u>-494</u>	<u>-411</u>	<u>-118</u>	<u>-167</u>	<u>-495</u>	<u>-292</u>
487	643	613	500	530	579	524	226	400	420
<u>- 65</u>	<u>-637</u>	<u>- 43</u>	<u>-285</u>	<u>-264</u>	<u>- 56</u>	<u>-515</u>	<u>- 96</u>	<u>-164</u>	<u>-166</u>
613	718	386	532	525	414	647	416	624	837
<u>-305</u>	<u>-432</u>	<u>-298</u>	<u>-435</u>	<u>-312</u>	<u>-108</u>	<u>-284</u>	<u>-387</u>	<u>-328</u>	<u>-628</u>

93

Kész,db: Hibás,db: Idő:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

Kész,db: Hibás,db: Idő:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK
Írásbeli szorzás egyjegyűvel

<u>A változat</u>					<u>B változat</u>				
128·3	135·2	143·3	151·5	144·3	217·3	115·5	141·5	132·4	155·5
135·4	117·6	133·4	118·5	226·3	145·4	135·3	122·6	117·4	225·2
164·5	134·6	217·4	419·2	155·5	126·5	127·4	207·3	435·2	144·3
145·4	135·3	284·2	152·4	345·2	135·4	117·6	273·3	384·2	218·4
308·3	122·6	126·5	127·4	225·3	126·3	133·4	164·5	134·6	187·5

Kész, db: Hibás, db: Idő:

Kész, db: Hibás, db: Idő:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK

Írásbeli szorzás egyjegyűvel

<u>C változat</u>					<u>D változat</u>					
319.3	226.2	161.5	392.2	133.4	235.2	118.4	283.3	152.4	122.6	
164.5	134.6	144.3	124.4	245.2	126.5	127.4	155.5	208.3	119.5	
135.4	309.3	117.5	122.6	126.5	145.4	135.3	426.2	228.3	133.4	
117.6	127.4	232.4	253.3	228.2	164.5	134.6	273.2	131.5	213.4	
127.3	155.5	145.4	135.3	118.7	329.2	144.3	135.4	117.6	235.3	
Kész, db:	Hibás, db:	Idő:				Kész, db:	Hibás, db:	Idő:		
Percenkénti hibátlan művelet:			Érdemjegy:		Percenkénti hibátlan művelet:			Érdemjegy:		

MÉRŐLAPOK

Írásbeli szorzás kétjegyűvel

<u>A változat</u>					<u>B változat</u>				
31·32	29·34	32·23	33·27	31·32	31·31	29·33	32·24	29·32	32·22
26·38	31·23	29·33	44·21	26·36	26·37	31·22	29·34	26·37	26·35
27·37	28·34	26·36	25·28	23·33	27·36	28·35	26·35	27·36	33·23
22·33	26·37	33·22	37·27	28·35	22·32	26·38	27·34	23·32	29·33
28·35	27·36	27·35	23·28	26·37	28·34	27·37	28·32	27·35	21·31

Kész,db: Hibás,db: Idő:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

Kész,db: Hibás,db: Idő:

Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK

Írásbeli szorzás kétjegyűvel

C változat

D változat

21.33 29.32 32.22 20.31 27.28 32.23 34.29 29.32 18.27 31.19

26.36 28.32 28.35 26.37 34.22 26.35 33.22 26.37 17.30 27.25

27.35 26.35 29.34 32.22 21.21 27.34 28.33 32.22 18.17 29.32

32.31 27.34 26.38 28.31 19.28 31.32 26.36 27.36 23.33 26.35

28.33 27.37 32.23 27.33 17.27 28.32 27.35 28.34 42.12 27.37

Kész, db: Hibás, db: Idő:
Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

Kész, db: Hibás, db: Idő:
Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK

Írásbeli osztás egyjegyűvel

A változat

B változat

496:4=	563:7=	335:6=	926:9=	728:5=	565:5=	364:6=	435:7=	835:8=	737:4=
957:8=	913:7=	800:6=	714:3=	600:7=	835:6=	845:7=	900:8=	528:3=	800:9=
938:8=	735:2=	827:5=	728:4=	528:3=	974:8=	957:2=	643:5=	835:4=	714:3=
672:2=	718:3=	637:8=	538:9=	865:7=	715:5=	812:3=	587:6=	712:8=	631:9=
612:3=	518:6=	736:3=	588:2=	777:3=	325:8=	769:3=	633:5=	888:7=	318:5=

Kész,db: Hibás,db: Idő:
 Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

Kész,db: Hibás,db: Idő:
 Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK

Írásbeli osztás egyjegyűvel

<u>C változat</u>					<u>D változat</u>				
672:3=	564:8=	365:7=	625:6=	827:5=	672:6=	726:9=	217:4=	531:5=	856:7=
938:8=	923:4=	400:3=	774:3=	500:6=	974:8=	963:8=	900:7=	858:3=	700:8=
957:8=	713:2=	728:5=	633:4=	858:3=	835:6=	579:2=	964:5=	518:4=	774:3=
738:6=	879:9=	756:8=	389:4=	517:3=	565:5=	583:4=	655:4=	499:8=	715:2=
618:7=	689:6=	318:3=	787:6=	899:7=	835:4=	323:2=	536:8=	429:6=	888:2=
Kész, db:	Hibás, db:	Idő:			Kész, db:	Hibás, db:	Idő:		
Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:					Percenkénti hibátlan művelet: Érdemjegy:				

JAVITÓKULCS

összeadás ezres számkörben

A változat					B változat				
368	380	515	403	437	389	460	834	802	419
561	408	602	224	923	363	809	605	256	587
416	600	540	367	934	648	300	620	647	590
523	509	266	411	909	421	610	369	611	858
388	363	279	294	777	360	745	599	389	437

C változat					D változat				
467	660	973	704	468	558	470	824	601	679
475	608	402	229	800	494	607	507	224	799
757	600	830	725	977	639	700	850	527	571
625	609	698	814	392	561	808	578	413	212
377	662	479	586	843	679	775	379	397	951

JAVITÓKULCS

kivonás ezres számkörben

A változat					B változat				
522	420	203	423	208	442	230	203	521	208
317	404	213	9	132	416	206	313	8	272
361	64	152	360	29	175	52	371	440	46
375	198	402	413	397	248	198	203	258	296
409	157	206	173	368	609	337	208	195	226

C változat					D változat				
311	130	201	422	308	225	240	201	523	306
417	205	324	6	286	618	305	412	9	363
282	53	362	570	88	182	41	242	130	29
348	295	206	215	97	349	196	205	236	296
507	129	108	266	213	408	117	209	254	209

JAVITÓKULCS
szorzás egyjegyűvel

A változat						B változat					
384	540	820	580	924	651	580	630	540	378		
270	702	804	405	732	575	405	508	702	532		
429	532	868	568	630	705	732	621	819	820		
755	590	838	608	508	528	468	870	768	804		
432	678	775	690	675	775	450	432	872	935		
C változat						D változat					
957	820	540	702	381	470	630	580	820	658		
452	804	927	508	775	472	508	405	804	432		
805	432	585	928	580	849	775	852	546	540		
784	496	732	759	405	608	624	684	655	702		
532	490	630	456	826	732	595	532	852	705		

JAVITÓKULCS
szorzás kétjegyűvel

A változat						B változat					
992	986	736	891	992	961	957	768	928	704		
988	713	957	924	936	962	682	986	962	910		
999	952	936	700	759	972	980	910	972	759		
726	962	726	999	980	704	988	918	736	957		
980	972	945	644	962	952	999	896	945	651		
C változat						D változat					
693	928	704	620	756	736	986	928	486	589		
936	896	980	962	748	910	726	962	510	925		
945	910	986	704	441	918	924	704	306	928		
992	918	988	868	532	992	936	972	759	910		
924	999	736	891	459	896	945	952	504	999		

JAVITÓKULCS
osztás egyjegyűvel

A változat						B változat					
124	119	117	336	204	113	139	121	143	40		
80	130	367	239	86	60	120	478	270	256		
55	133	165	79	245	62	112	138	97	126		
102	238	182	59	294	104	176	208	89	126		
145	85	176	123	259	184	88	238	70	63		
C változat						D változat					
224	117	119	123	88	112	121	139	113	208		
70	230	356	97	114	80	120	289	145	161		
52	133	145	94	106	54	128	192	93	67		
104	258	158	97	131	106	286	129	62	71		
165	83	286	172	128	122	87	258	357	177		

kíséreljük. Az osztályzattá alakítási kulcsokban kifejezésre jutó empirikus követelmények a jelenlegi tanterv hatályáig ésszerűek. Új tanterv bevezetésekor természetesen az osztályzattá alakítási kulcsok alkalmazási körét meg kell majd határozni.

2/ A készségfejlődés országos színvonala

a/ Átlagos teljesítmény

Az adatokat a 16. ábrán találhatjuk meg. A szemléltetést a szóródás helyzetképét mutató ábrákon adjuk /12-16. ábrák/.

Az osztás kivételével a tanulók azonos színvonalat értek el a négyféle műveletben. Ez természetesen nem a percenkénti hibátlan műveletek számában jut kifejezésre, hiszen a különböző műveletek számottevően különböznek egymástól munkaigényüket tekintve. A fenti megállapításhoz a pedagógusok teljesítményéhez való viszonyítás vezetett. Mind a négy teszten a 4. évfolyamon a pedagógus teljesítményének mintegy 20 %-át, a 8. évfolyamon pedig mintegy 50 %-át érték el a tanulók.

Az osztásban viszont csak 12 %-os /4. osztály/ és 35 %-os /8. osztály/ az eredmény a pedagógusok teljesítményéhez viszonyítva.

Érdeemes felidézni a szóbeli számolásban elért eredményeket: összeadásban és kivonásban a negyedikben 20 % körül és a maradékos bennfoglalásban 12 % /pontosan: 11,49 %/, a nyolcadikban pedig 45 %. Vagyis ennek az utolsó adatnak a kivételével azonosak az eredmények. A 10 %-nyi különbség /az osztás 35 %-os, a maradékos bennfoglalás pedig 45 %-os a 8. évfolyamon/ oka nyilvánvaló: a maradékos bennfoglalás alacsony induló szintje akadályozta az osztás készségének fejlődését, az osztás gyakorlása ennél fogva a maradékos bennfoglalás gyakorlótere lett, miközben maga az osztás nem tudott kellően fejlődni. /Ne feledjük, hogy itt a legegyszerűbb esetről, az egyjegyűvel való osztásról van szó!/

Világos, hogy a számolási készségrendszerek szorosan összefüggnek egymással. Egymás fejlődését elősegítik vagy akadályozzák. Nyilvánvaló, hogy a maradékos bennfoglalással különleges probléma van.

Fel kell azonban tennünk a kérdést, hogy az általános iskola 8. osztályában elegendő-e, hogy a tanulók az ezres számkörben a pedagógus teljesítmény 50 %-át éri el /osztásban 35 %-át/. De sajnos még az is kérdés, hogy az adott életkorban mi a lehet-

séges szint.

Azt most már láthatjuk, hogy a jelenlegi matematikatanítás mit tud produkálni.

b/ A szóródás helyzetképe

Mivel csak két évfolyam /4. és 8./ eredményeit mértük, a fejlődés szemléltetése az előző fejezetekben használt ábrával nem oldható meg. De azért a két évfolyam eloszlását azonos léptékkal egymás alá helyeztük, ennél fogva kitűnő összehasonlításra nyílik mód. /Lásd a 12-16. ábrákat és az adatokat a 17-18. táblákban!/

Előbb szükséges néhány mérés technikai megjegyzést tenni. A legszembeütőbb sajátosság az azonos tesztek 4. és 8. évfolyamainak eloszlásain látható. Az eloszlások azonos jellege szinte "kiabál" az ábrákon, ami a mintavétel helyességére utal, miután a 4. és a 8. évfolyamok mintái függetlenek. Itt jegyezzük meg, hogy a 14. ábrán a gyakorisági poligon felemelkedő "végei" valami szabálytalanságot jelölnek. Hiszen itt nyílt skálát használtunk, eltérően az első fejezettől és a jelen fejezet II. pontjában bemutatott tesztetől, ahol a 0-tól 100-ig terjedő zárt skálán ez a kép magas átlag mellett eleve várható, itt /a 14. ábrán/ viszont nem. Feltehetően valami kisebb mérési hibáról van szó. A 4. évfolyamon ennek hatása jelentéktelen, a 8. évfolyamon azonban már számottevő. Mivel a negyedikes mérésnek van inkább gyakorlati jelentősége, úgy döntöttünk, hogy nem ismétljük meg a mérést a 8. évfolyamon, az eredeti anyagot adjuk közre.

Rátérve a szóródás verbális jellemzésére, vegyük sorra az öt tesztet.

Ugy véljük, megnyugtatónak tekinthetjük, hogy negyedikesen csak a tanulók 1 %-a old meg egynél kevesebb hibátlan műveletet az ezres számkörbeli írásbeli összeadásból. Vagyis a tanulók ezt az algoritmust kifogástalanul megtanulták. Kérdés viszont, hogy a begyakorlottság szintjével elégedettek lehetünk-e. A jobb begyakorlottságra természetesen nem elsősorban a gyorsabb tempó, hanem a kevesebb hiba érdekében lenne szükség.

Az a tény, hogy percenkénti 5 hibátlan művelet körül a görbe hirtelen leszáll, azt jelzi, hogy itt lehet valahol az életkori határ, ami egyébként közel 40 %-a a pedagógusok teljesítményének.

IRÁSBELI ALAPMŰVELETEK EZRES SZÁMKÖRBE

Az átlagteljesítmények fejlődése

p = 95 %

16. tábla

Művelet	Év- fo- lya- mok	A ta- nulók szá- ma	A percenkénti műveletek					A percenkénti hibátlan műveletek					Hibát- lansá- gi arány
			átla- ga, %p	szó- rása	konfi- dencia inter- vallum	méré- si pon- tos- ság, %	a peda- gógus telje- sítm. %-ában	átla- ga, %p	szó- rása	konfi- dencia inter- vallum	méré- si pon- tos- ság, %	a peda- gógus telje- sítm. %-ában	
Össze- adás	4.	570	3,26	1,20	0,09	3,01	100%=13 25,34	3,02	1,17	0,09	3,18	100%=13 23,45	13,41
	8.	573	7,06	1,96	0,16	2,27	54,78	6,49	1,95	0,16	2,46	50,37	12,43
Kivo- nás	4.	1092	2,94	1,08	0,06	2,19	100%=10 28,17	2,37	1,14	0,06	2,87	100%=10 22,72	5,16
	8.	1132	5,97	1,65	0,09	1,61	57,16	5,20	1,85	0,10	2,06	49,84	7,81
Szor- zás 1 jeggyel	4.	836	2,83	0,93	0,06	2,23	100%=11 29,30	2,52	0,98	0,06	2,64	100%=11 22,81	9,40
	8.	1209	5,97	1,62	0,09	1,53	53,46	5,49	1,72	0,09	1,76	49,14	12,36
Szor- zás 2 jeggyel	4.	1106	1,31	0,47	0,02	2,13	100%=6 23,15	1,01	0,56	0,03	3,29	100%=6 17,94	4,44
	8.	1264	3,18	0,97	0,05	1,69	56,20	2,76	1,05	0,05	2,10	48,76	7,55
Osztás	4.	867	0,99	0,51	0,03	3,46	100%=7 14,71	0,81	0,54	0,03	4,46	100%=7 11,97	5,36
	8.	1013	2,71	1,21	0,07	2,74	40,14	2,38	1,27	0,07	3,29	35,20	8,12

IRÁSBELI ALAPMŰVELETEK EZRES SZÁMKÖRBE

A szóródás országos helyzetképe

/4. osztály/

17. tábla

Összeadás		Kivonás		Szorzás 1 jeggyel		Szorzás 2 jeggyel		Osztás	
Osztály- közép	Relatív gyako- riság, %	Osztály- közép	Relatív gyako- riság, %	Osztály- közép	Relatív gyako- riság, %	Osztály- közép	Relatív gyako- riság, %	Osztály- közép	Relatív gyako- riság, %
0,28	0,17	0,31	4,57	0,21	0,71	0,17	11,75	0,15	10,72
0,71	0,35	0,81	4,67	0,51	1,67	0,38	7,50	0,40	23,29
1,15	2,45	1,31	14,83	0,80	1,79	0,60	10,81	0,63	20,41
1,58	8,77	1,80	18,58	1,10	3,46	0,81	14,28	0,89	20,41
2,01	16,84	2,30	18,49	1,39	6,93	1,03	17,81	1,14	10,03
2,45	16,66	2,79	14,65	1,69	11,36	1,24	12,02	1,39	6,11
2,88	15,43	3,29	9,52	1,98	10,28	1,46	9,85	1,64	3,80
3,31	11,40	3,78	6,86	2,28	13,63	1,67	7,14	1,89	2,53
3,75	5,26	4,28	3,38	2,58	11,96	1,89	3,61	2,13	0,80
4,18	10,00	4,77	2,56	2,87	10,64	2,10	3,43	2,38	0,46
4,61	4,56	5,27	0,91	3,17	7,05	2,31	1,17	2,63	0,11
5,05	5,08	5,77	0,45	3,46	5,62	2,53	0,36	2,88	0,34
5,48	0,17	6,26	0,09	3,76	4,30	2,74	0,27	3,13	0,46
5,91	1,05	6,76	0,09	4,06	4,18	2,96	0,45	3,37	0,00
6,35	1,35	7,25	0,00	4,35	2,15	3,17	0,00	3,62	0,00
6,78	1,40	7,75	0,27	4,65	4,18	3,39	0,09	3,87	0,46

IRÁSBELI ALAPMŰVELETEK EZRES SZÁMKÖRBE

A szóródás országos helyzetképe

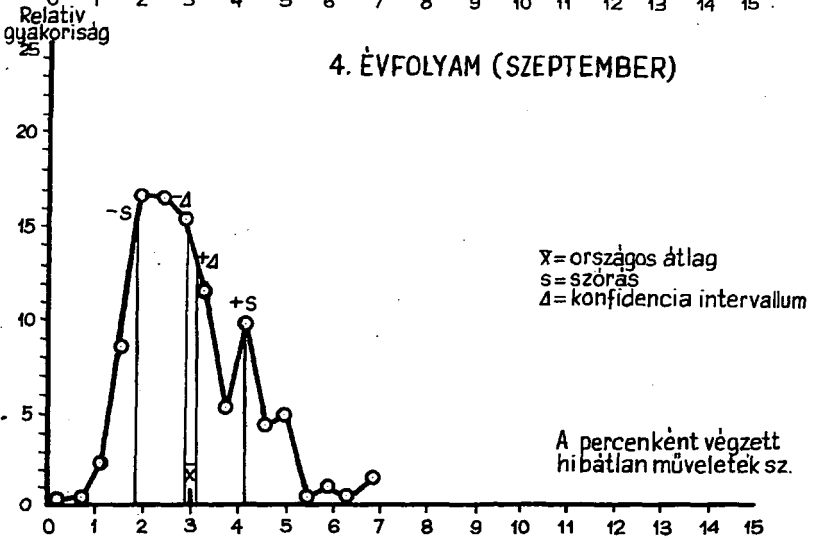
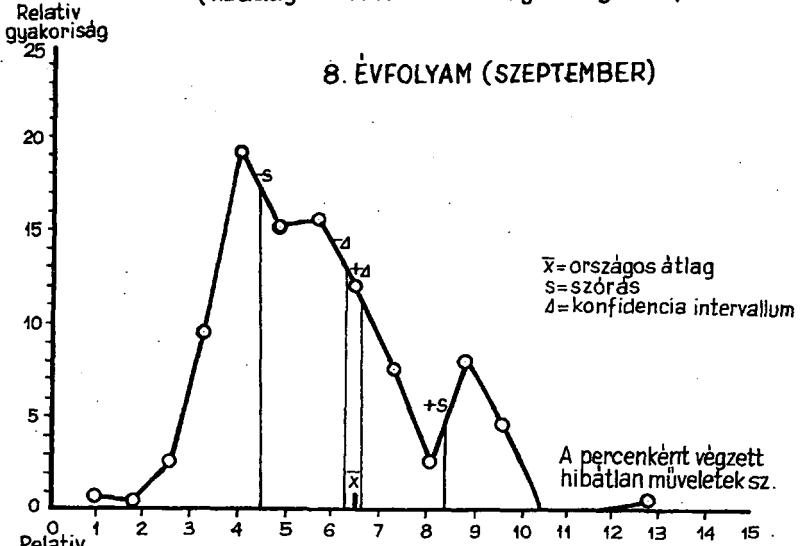
/8. osztály/

18. tábla

Összeadás	Kivonás		Szorzás 1 jeggyel		Szorzás 2 jeggyel		Osztás		
	Relatív gyakoriság, %	Osztály-közép	Relatív gyakoriság, %	Osztály-közép	Relatív gyakoriság, %	Osztály-közép	Relatív gyakoriság, %	Osztály-közép	
1,79	0,69	0,69	1,06	0,44	0,49	0,44	2,37	0,63	3,45
2,58	0,34	1,68	0,97	0,93	0,74	0,93	3,08	1,11	14,52
3,36	2,79	2,66	3,71	1,41	1,24	1,41	9,01	1,58	22,13
4,15	9,77	3,65	17,66	1,90	0,99	1,90	9,65	2,06	16,99
4,94	19,37	4,64	38,60	2,39	2,06	2,39	23,02	2,53	13,43
5,73	15,35	5,63	16,16	2,88	3,14	2,88	20,80	3,01	9,28
6,51	15,70	5,61	8,21	3,36	5,21	3,36	15,11	3,48	6,42
7,30	12,04	7,60	7,24	3,85	5,62	3,85	8,93	3,96	4,84
8,09	7,85	8,59	1,41	4,34	8,18	4,34	2,05	4,43	4,24
8,88	2,79	9,58	2,82	4,83	12,73	4,83	4,50	4,91	0,79
9,66	8,08	10,56	0,44	5,31	10,83	5,31	0,31	5,38	1,48
10,45	4,88	11,55	1,55	5,80	18,61	5,80	0,47	5,86	0,38
11,24	0,00	12,54	0,00	6,29	1,57	6,29	0,07	6,33	0,98
12,03	0,00	13,53	0,00	6,78	3,47	6,78	0,07	6,81	0,09
12,81	0,00	14,51	0,08	7,26	5,78	7,26	0,39	7,28	0,08
13,60	0,34	15,50	0,08	7,75	19,27	7,75	0,07	7,76	0,79

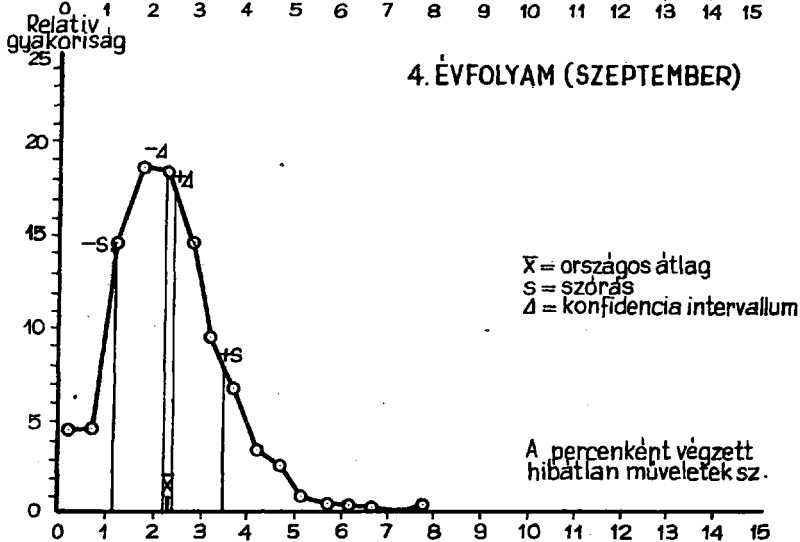
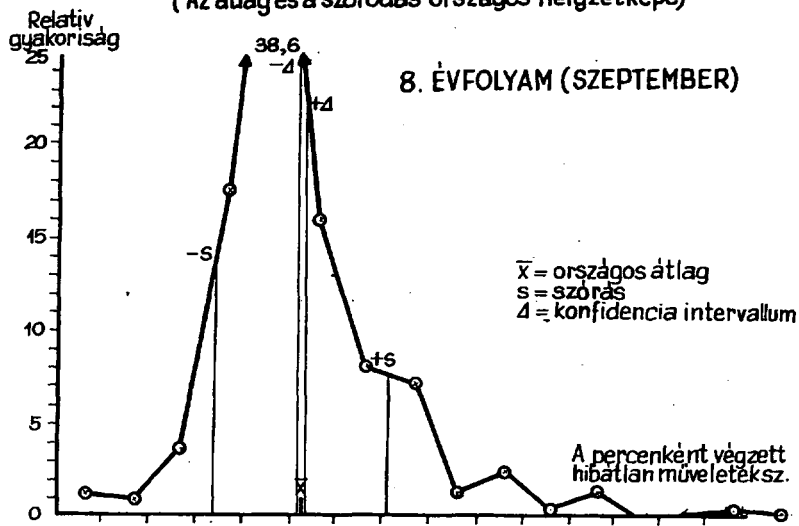
ÖSSZEDÁS IRÁSBAN EZRES SZÁMKÖRBEŊ

(Az átlag és a szóródás országos helyzetképe)



IRÁSBELI KIVONÁS EZRES SZÁMKÖRBEŊ

(Az átlag és a szórás országos helyzetképe)

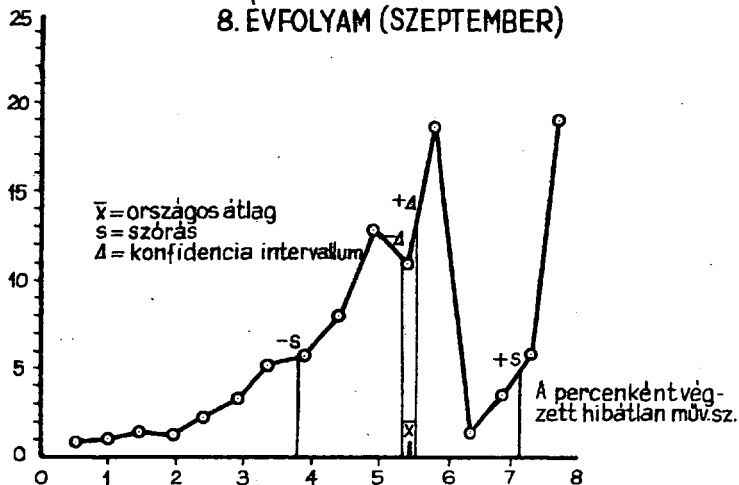


SZORZÁS EGYJEGYŰVEL EZRES SZÁMKÖRBEŊ

(Az átlag és a szórás országos helyzetképe)

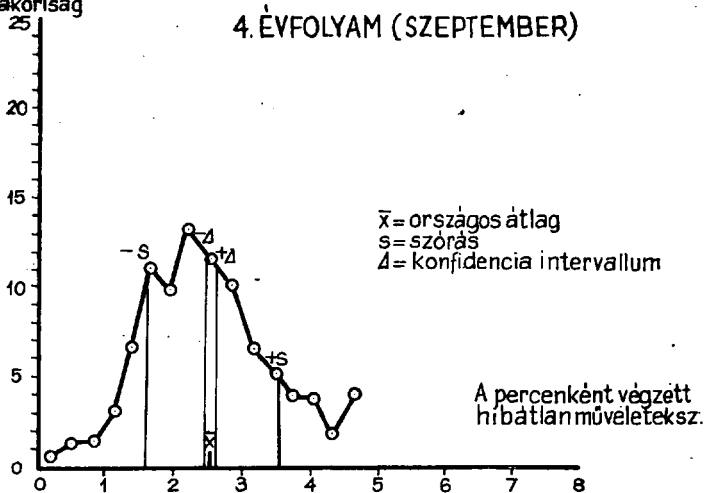
Relatív
gyakoriság

8. ÉVFOLYAM (SZEPTEMBER)



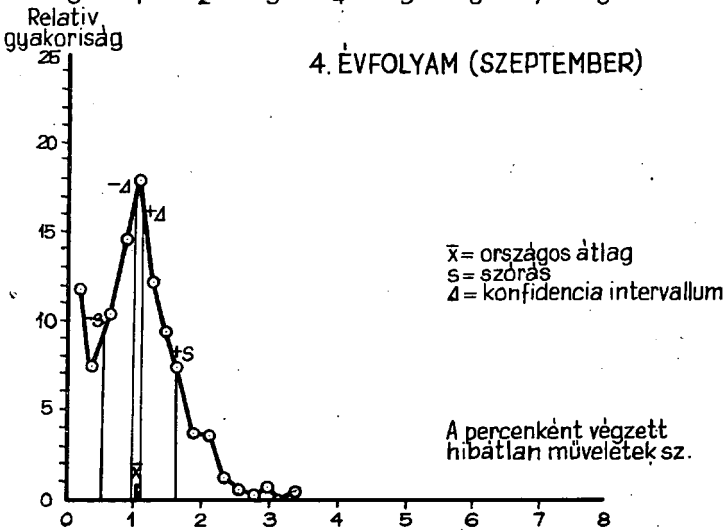
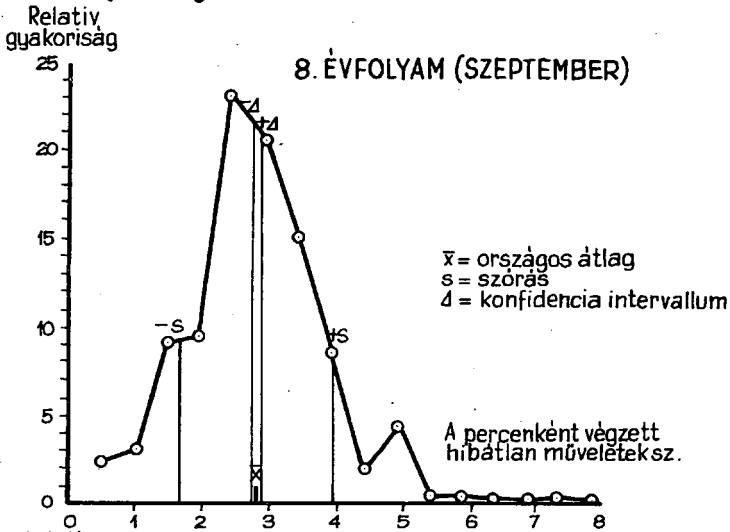
Relatív
gyakoriság

4. ÉVFOLYAM (SZEPTEMBER)



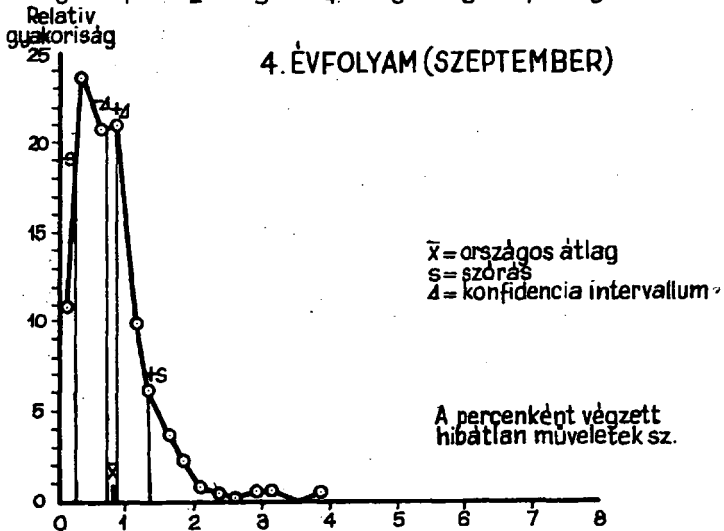
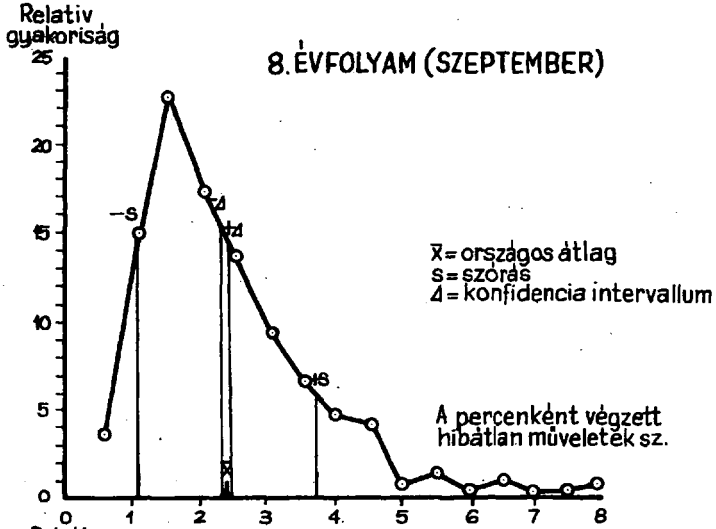
SZORZÁS KÉTJEGYŰVEL EZRES SZÁMKÖRBEŊ

(Az átlag és a szóródás országos helyzetképe)



OSZTÁS EGYJEGYŰVEL EZRES SZÁMKÖRBEŊ

(Az átlag és a szóródás országok helyzetképe)



Kivonásban /4. osztály/ a görbe "levegőben lógó bal lába" azt jelzi, hogy a tanulók egy része számára a kivonás algoritmusának elsajátításával is baj van. Az a tény viszont, hogy a görbe gyorsan emelkedik azt jelzi, hogy az algoritmus megtanítása általában kielégítőnek tekinthető.

Itt is, mint az összeadásnál, öt hibátlan művelet körül lehet a maximálisan elérhető szint ebben az életkorban.

A 14. ábra az egyjegyűvel végzett szorzásról ugyanezt mutatja: a műveletvégzés megtanítása sikeres volt a 3. osztályban. A készség kialakulásához azonban nagyon sok további gyakorlásra van szükség.

Sajnos más a helyzet a kétjegyűvel való szorzás és különösen az egyjegyűvel való osztás esetében. Az osztásban a relatív szórárs több, mint 50 %-os értéke azt jelöli, amit a görbe képe is, hogy a műveleti algoritmus megtanítása nem sikerült a 3. osztályban a tanulók jelentékeny hányada számára. A tanulók több mint 10 %-a ül 10 percet 0, 1, esetleg 2 művelet megoldásán. Ugyanakkor a tanulók több mint 20 %-a ugyanennyi idő alatt 10-25 műveletet old meg hibátlanul.

Van egy olyan nézet, mely szerint túl korai megkezdeni az osztás algoritmusának a tanítását a 3. osztályban. Az adatok nem azt mutatják, hogy az algoritmus nem tanítható meg. Különösen, ha figyelembe vesszük azt a többször említettényt, hogy az alapul szolgáló maradékos bennfoglalás készsége nem kellően fejlett. Ha ezt tudatosabban fejlesztenénk, várhatóan az osztás készsége is elérné a felnőtt szint 20 %-át, mint a többi készség.

II. IRÁSBELI ALAPMŰVELETEK MILLIÓS SZÁMKÖRBBEN

1/ A mérés eszközei

A négy alapműveleti készségszint mérésére olyan teszt mutatkozott célszerűnek, amely külön-külön megmutatja az elért eredményt. Ezért egy-egy teszten csak egyféle alapművelet példái szerepelnek. Milliós számkörben /néhány művelet végeredménye túllépi ezt a számkört/ az egyes műveletek nagyon különböznek egymástól. A különbségek főleg az alábbiakban jutnak kifejezésre: az elvégzendő elemi műveletek mennyiségében, a tizes átlépéses és az átlépés nélküli elemi műveletek arányában, a helypótló nul-

lák mennyiségében és a folyamatosan fejben tartandó elemi műveleti eredmények számában /például sokkal nehezebb összeadni hét kétjegyű számot, mint két hétjegyűt/. Ezenkívül más tényezők is figyelembe veendőek /pl. az azonos számjegyek száma/.

A sok elemi művelet miatt nagy annak a lehetősége, hogy a végeredmény hibás legyen. Az általános iskola 4. évfolyamának a végén /ahol az alpműveletek milliós számkörben először mérhető/ az elemi műveletek végzésében összeadásban 68, kivonásban 26, pótlásban 58, szorzásban 67, bennfoglalásban 25 műveletenként követnek el hibát a tanulók /Az elemi számológási készségek mérése, Tankönyvkiadó, 1971. 93.o./. Nem is beszélve a gyengébben számoló tanulókról.

Ez tulajdonképpen azt jelenti, hogy a sok elemből álló írásbeli alpműveletek végeredménye eleve nem lehetne hibátlan. És ez nemcsak a negyedikesekre vonatkozik, hanem még a pedagógusokra is, hiszen azok is elhibáznak egy-egy elemi műveletet /a hibátlan-sági arány értékei műveletenként a szokásos sorrendben: 167, 80, 90, 94, 76/. Sok elemből álló alpműveletek, vagy több alpművelet esetén még maximálisan begyakorlott elemi műveleti készségekkel sem remélhetnénk hibátlan eredményeket, ha az önkontroll, az önellenőrzés nem segítene. Az önkontroll sok összetevőből áll. Például a végeredmény nagyságrendjének becslési képességéből, a hibás, "megbotló" elemi lépés /a gyanús elemi lépés/ érzékelési képességéből, a figyelem vagy a memória megbicsaklásának az érzékeléséből és így tovább. Ezek alapján a művelet egy részének, vagy egészének az újraszámolása válik lehetővé, ami végülis elvezet a hibátlan eredményhez.

Mindebből az következik, hogy az írásbeli alpműveletek nagyobb számkörökben nincsenek olyan szoros kapcsolatban az idővel, mint az elemi műveletek és a kisebb számkörbeli alpműveletek. Bár az írásbeli alpműveletekre a nagy számkörökben is érvényes az az általános összefüggés, miszerint a jobb minőség csak a tempo egyidejű növelésével érhető el. Itt azonban már sokkal lazább ez az összefüggés. Alacsonyabb szintű elemi készségrendszerrel és fejlettebb önkontrollal ugyanolyan eredmény érhető el, mint jobban fejlett elemi készségrendszerrel és az önkontroll kevéssé fejlett képességével. E kétféle felkészültségi szint különböző mennyiségű időt igényelhet azonos teljesítmény eléréséhez.

A fentiek miatt választottunk olyan megoldást, amelyben a

minőség dominál, a felhasznált időmennyiség mellékes szempont.

Olyan tesztekkel kellett tehát készíteni az egyes alapműveletekből, amelyek hibátlan megoldása 100 %-os teljesítményt, a készség kellő színvonalu fejlettségét tükrözi. Ugyanakkor a tesztnak képesnek kell lennie a gyengébb fejlettségi szint mérésére is.

E követelmények vezettek el a mellékelt tesztek kidolgozásához, amelyek jellemzője, hogy viszonylag sok /összeadásból 7, kivonásból 14, szorzásból 12 és osztásból 7/ művelet elvégzését kérik. E viszonylag sok művelet teszi azután lehetővé, hogy a könnyebb, nehezebb és a különböző alapvariációs lehetőségek előforduljanak a tesztben.

Az összeadásban például a G/ művelet egészen könnyű, a H/ művelet viszont a növekvő eredmény sok lépésen át történő fejben tartása miatt igen nehéz. A szakember gyorsan felfedezi azt a sokféle variációt, amely az algoritmus abszolút biztonságos működése nélkül hibát eredményezhet.

Mivel kivonásban mindig csak két szám viszonyáról van szó, a variációk főleg a helypótló nullákból, a számjegyek mennyiségéből és a tizes átlépéses elemek arányából adódnak. Ezért viszonylag könnyű volt a megfelelő műveletek összeállítására.

Szorzásból 12 műveletet készítettünk. Háromjegyű szorzása egyjegyűvel /A művelet/, kétjegyű szorzása kétjegyűvel /E művelet/, háromjegyű szorzása háromjegyűvel /L művelet/, a többi pedig 4- vagy ötjegyűek szorzása háromjegyűvel. Ezekben belül variálódnak a helypótló nullák, az azonos számjegyek a szorzóban és az egyesek aránya.

Az írásbeli osztás készségének a mérésére 7 műveletet vetünk fel. Háromjegyű szám osztása egyjegyűvel /A művelet/, 5 jegyű szám osztása kétjegyűvel /E művelet/. A többi művelet: 6-7 jegyű álló számok osztása háromjegyű számokkal.

A fentiekben kifejtettük, hogy e készségek funkcionálásában és ezért mérésében is a felhasznált időnek kisebb a szerepe. Elegendő mennyiségű időt kell adni az önellenőrzésre, arra, hogy a lassabban számolók is legjobb tudásukat adhassák.

A fentiek következtében ezekre a tesztekre a tanulók nagy tempóbeli különbségei miatt fél, illetve egy tanórát kell szánni.

Az összeadás mérésére a 4. osztály utolsó hónapjától a 6. évfolyam végéig 30 percet, a 7-8. évfolyamokon 20 percet, a közép-

iskolákban 10 percet kell fordítani.

A kivonás készségének mérésére a 4. osztály utolsó hónapjától a 6. osztály végéig 20 percet, a 7-8. évfolyamokon 15 percet és a középiskolákban 10 percet használunk fel.

A szorzás és az osztás igényli a legtöbb időt. A 4. osztály utolsó hónapjától a 6. évfolyam végéig 40 percet, a 7-8. évfolyamokon 30 percet, a középiskolákban pedig 25 percet.

A megíratáshoz instrukciókat nem kell adni.

Meg kell azonban szerveznünk /mint a mértékváltás esetében/, hogy azok a tanulók, akik előbb elkészülnek, ne zavarhassák azokat, akik még dolgoznak. Ezeknek a tanulóknak a lapjára a felhasznált percek számát felesleges felírni, kivéve azt az esetet, amikor az országos felmérést ismételjük meg. Ekkor ugyanis szükséges megtudni, hogy van-e változás a számolás tempójában.

A fentiekben megadott időkeret letelte után a munkát mindenkiel abbahagyatjuk, a mérőlapokat beszedetjük.

A javítást változatonként célszerű végezni a javítókulcs segítségével. Meggyorsítja a munkát, ha előbb az összes A/, majd az összes B/, stb. műveletet javítjuk a tesztek lapozgatva. Mivel a műveletek száma nem nagy, a javítás rövid idő alatt elvégezhető.

A javítás abból áll, hogy a hibásan megoldott művelet megfelelő betűjele alatt lévő %p értéket áthúzzuk.

Az eredmény hibás, ha az a legkisebb mértékben is eltér a helyes/a javítókulcsban megadott/ eredménytől.

A százalékpontok összeadását elvégeztethetjük a tanulókkal a javítási órán, vagy előzetesen néhány megbízható tanulóval, de ha magunk végezzük, az sem vesz túl sok időt igénybe.

A százalékpontok átalakítását osztályzattá az alábbi kulcsokkal végeztethetjük:

Az összeadás tesztjein a műveletek többsége 10 %p-ot ér. Ezért - egy művelet elhibázását a 8 közül még elfogadható teljesítménynek tekintve - a jeleshatár eleve adott: 90 %p-nál nem lehet magasabb.

Mivel a legkisebb pontérték 8 %p, az elégtelen alsó határa 7 %p lehet, ha egy műveletet már elégségesnek fogadunk el. Ha legalább két hibátlan műveletet kívánunk az elégségesért, akkor az elégtelen határ 17 %p lehet.

MÉRŐLAPOK
Írásbeli Összeadás

A változat				B változat			
ÖSSZEADÁS				ÖSSZEADÁS			
	5 178		1 165 457	65	780	2 326 467	62
	14 206		18 576	17	16 357	14 309	27
	820		602 135	69	27	732 000	46
	300 115	D/	<u>+1 140 287</u>	16	400 245	D/	<u>+1 172 351</u>
A/	<u>+ 45 365</u>			28	19 678		
			5 164 258	75			
			2 546	82	<u>+ 3 067</u>	6 236 126	44
			278	94		20 342	67
	1 187		4 159	26	1 208	467	28
	15		17	88	24	3 119	17
	24 365	E/	<u>+ 17</u>	17	36 178	E/	<u>+ 25</u>
	3 576			54	4 189		89
	10 962			67	20 302		76
	157			93	125		28
B/	<u>+ 3 450</u>		33 209	70	B/	<u>+ 3 260</u>	44 207
			508	66			604
			4 008	21			5 006
			100	49			200
	674		5 000	5	538		3 000
	674		42 300	7	538		28 400
	674		800 498	H/	538		700 576
	674	F/	<u>+ 1 005</u>	<u>+ 9</u>	538		<u>+ 2 007</u>
	5 185				2 121		
	19				32		
	24 056		367 209		35 072		528 308
	178		1 618		265		1 724
C/	<u>+ 12</u>	G/	<u>+ 437</u>		<u>+ 22</u>	G/	<u>+ 534</u>

116

A	B	C	D	E	F	G	H		
10	10	12	10	10	10	8	30		

Érdemjegy:

A	B	C	D	E	F	G	H		
10	10	12	10	10	10	8	30		

Érdemjegy:

8p

8p

MÉRŐLAPOK
Írásbeli összeadás

C változat

ÖSSZEADÁS

	830		3 256 378		88
	27 456		15 408		37
	58		676 005		54
	300 115	D/	<u>+1 285 378</u>		36
	17				47
A/	<u>+ 45 365</u>				57
			5 345 294		35
	1 803		30 452		47
	19		394		63
	45 125		4 121		92
	3 253	E/	<u>+ 37</u>		58
	30 405				23
	122		65 308		57
B/	<u>+ 4 350</u>		507		36
			4 003		25
			400		33
	528		6 000		55
	528		27 300		21
	528		600 396		8
	528	F/	<u>+ 3 008</u>		5
	3 212			H/	<u>+ 7</u>
	45		278 507		
	28 068		2 843		
	346	G/	<u>+ 316</u>		
C/	<u>+ 33</u>				

D változat

ÖSSZEADÁS

	740		1 347 576		28
	28 475		27 308		70
	84		574 006		67
	400 365	D/+4	<u>166 538</u>		44
	38 354				28
A/	<u>+ 5 087</u>				79
			7 467 358		47
	2 605		40 326		35
	26		478		37
	37 251		5 287		74
	36 236	E/+	<u>51</u>		63
	4 211				57
	108		67 306		76
B/	<u>+ 3 350</u>		608		92
			5 004		68
			300		29
			8 000		34
	735		32 700		42
	735		800 376		9
	735	F/	<u>+ 4 005</u>		5
	735			H/	<u>+ 6</u>
	4 213		465 306		
	28		3 945		
	28 057		<u>+ 226</u>		
	427				
C/	<u>+ 44</u>				

117

A	B	C	D	E	F	G	H	
10	10	12	10	10	10	8	30	

8p

Érdemjegy:

A	B	C	D	E	F	G	H	
10	10	12	10	10	10	8	30	

8p

Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK
Írásbeli kivonás

A változat

K I V O N Á S

160 154
A/ - 5 367

1 267 549
B/-1 189 765

4 201 102
C/- 396 201

157 208
D/ -127 308

6 453 758
E/-3 243 647

18 101
F/ - 9 055

6 984 026
G/-3 462 013

300 001
H/ - 92

6 700 801
I/- 40 328

7 654 321
J/-5 879 102

1 102 000
K/- 993 000

1 000 000
L/- 10 010

7 689 462
M/-3 245 731

105 100
N/ -100 105

A	7
B	7
C	8
D	7
E	6
F	7
G	6
H	8
I	8
J	7
K	8
L	7
M	7
N	7

sp

Érdemjegy:

B változat

K I V O N Á S

280 145
A/ - 4 367

2 384 653
B/ -2 295 768

4 302 203
C/ - 495 303

168 320
D/ - 159 640

8 462 826
E/ -4 231 413

27 375
F/ -13 674

7 158 649
G/ -3 157 324

400 002
H/ - 83

7 600 702
I/ - 70 437

6 563 467
J/ -5 788 237

2 102 000
K/ - 101 875

2 000 000
L/ - 20 020

8 786 324
M/ -2 324 786

205 200
N/ - 200 205

A	7
B	7
C	8
D	7
E	6
F	7
G	6
H	8
I	8
J	7
K	8
L	7
M	7
N	7

sp

Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK
Írásbeli kivonás

C változat

K I V O N Á S

A/	<u>360 237</u> - 5 378	H/	<u>500 003</u> - 94
B/	<u>3 285 467</u> -2 197 578	I/	<u>6 500 801</u> - 60 328
C/	<u>4 204 403</u> - 396 503	J/	<u>5 426 789</u> -4 537 243
D/	<u>278 450</u> - 269 570	K/	<u>3 106 000</u> - 105 357
E/	<u>7 654 746</u> -3 927 373	L/	<u>4 000 000</u> - 40 040
F/	<u>35 435</u> - 17 762	M/	<u>7 864 248</u> 2 621 416
G/	<u>8 247 598</u> -2 246 465	N/	<u>302 400</u> - 301 403

A	7
B	7
C	8
D	7
E	6
F	7
G	6
H	8
I	8
J	7
K	8
L	7
M	7
N	7

8p

Érdemjegy:

D változat

K I V O N Á S

A/	<u>450 347</u> - 6 468	H/	<u>700 002</u> - 63
B/	<u>4 127 345</u> -3 038 456	I/	<u>7 600 902</u> - 60 237
C/	<u>6 405 504</u> - 596 604	J/	<u>4 354 796</u> -3 697 453
D/	<u>357 640</u> - 349 750	K/	<u>2 206 000</u> - 205 463
E/	<u>8 276 548</u> -4 138 279	L/	<u>3 000 000</u> - 30 030
F/	<u>47 369</u> -23 684	M/	<u>8 000 765</u> -2 300 254
G/	<u>5 358 278</u> -3 357 126		<u>501 300</u> -500 304

A	7
B	7
C	8
D	7
E	6
F	7
G	6
H	8
I	8
J	7
K	8
L	7
M	7
N	7

8p

Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK

Írásbeli szorzás

A változat

B változat

S Z O R Z Á S

S Z O R Z Á S

A/ 128·3

E/ 31·32

I/ 4684·315

A/ 317·3

E/ 31·31

I/ 3865·361

B/ 20457·302

F/ 4789·789

J/ 72654·201

B/ 30246·403

F/ 5376·987

C/ 46546·287

G/ 6038·812

K/ 28007·320

C/ 46467·257

G/ 7095·713

J/ 83562·31

K/ 27006·350

D/ 17600·345

H/ 8974·666

L/ 897·769

D/ 16700·453

H/ 3765·999

L/ 869·768

Érdemjegy:

Érdemjegy:

A	5
B	8
C	10
D	8
E	7
F	9
G	9
H	9
I	9
J	8
K	8
L	10

8p

A	5
B	8
C	10
D	8
E	7
F	9
G	9
H	9
I	9
J	8
K	8
L	10

8p

MÉRŐLAPOK
Írásbeli szorzás

C változat

S Z O R Z Á S

A/ 319·3 E/ 31·33 I/ 4864·214

B/ 20346·204 F/ 6547·697 J/ 73456·201

C/ 54676·278 G/ 6058·814 K/ 29008·530

D/ 18700·534 H/ 6574·888

L/ 975·867

A	5
B	8
C	10
D	8
E	7
F	9
G	9
H	9
I	9
J	8
K	8
L	10

8p

Érdemjegy:

D változat

S Z O R Z Á S

A/ 235·2 E/ 32·23 I/ 6844·341

B/ 20643·304 F/ 5476·798 J/ 65832·401

C/ 46456·228 G/7078·913 K/ 26006·230

D/ 16800·735 H/ 8765·777

L/ 657·876

A	5
B	8
C	10
D	8
E	7
F	9
G	9
H	9
I	9
J	8
K	8
L	10

8p

Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK
Írásbeli osztás

A változat

O S Z T Á S

A/ 496:4=

E/ 22298:64=

B/ 4973936:879=

F/ 1212617:205=

C/ 236875:630=

G/ 566955:645=

D/ 654657:333=

B változat

O S Z T Á S

A/ 565:5=

E/ 22410:67=

B/ 1698265:576=

F/ 2252712:302=

C/ 211432:620=

G/ 241977:395=

D/ 879654:666=

A	B	C	D	E	F	G	
8	20	15	15	12	15	15	

8p

Érdemjegy:

A	B	C	D	E	F	G	
8	20	15	15	12	15	15	

8p

Érdemjegy:

MÉRŐLAPOK
Írásbeli osztás

C változat

O S Z T Á S

A/ 672:3=

E/ 7033:45=

B/5748822:657=

F/ 1210813:203=

C/ 241977: 640=

G/ 236875:394

D/ 576847:444=

A	B	C	D	E	F	G	
8	20	15	15	12	15	15	

%p

Érdemjegy:

D változat

O S Z T Á S

A/ 672:6=

E/ 8205:59=

B/ 4666285:798=

F/ 2116318:304=

C/ 566955:820=

G/ 211432:396=

D/ 765643:555=

A	B	C	D	E	F	G	
8	20	15	15	12	15	15	

%p

Érdemjegy:

JAVITÓKULCS
Írásbeli összeadás

A változat				B változat		
365 701	2 826	455		440 154	4 245	127
43 712	5 171	258		65 286	6 260	079
32 146	886	628	1 018	39 664	784 000	873
	369	264			530	566
C változat				D változat		
361 146	5 233	169		473 105	6 115	428
85 097	5 380	298		83 787	7 513	500
33 816	706	922	884	35 709	918	299
	281	666			469	477
						990

JAVITÓKULCS
Írásbeli kivonás

A változat				B változat		
154 787	299	909		275 778	399	919
77 784	6 660	473		88 885	7 530	265
3 804 901	1 775	219		3 806 900	775	230
29 900	109	000		8 680	2 000	125
3 210 111	989	990		4 231 413	1 979	980
9 046	4 443	731		13 701	6 461	538
3 522 013	4	995		4 001 325	4	995
C változat				D változat		
354 859	499	909		443 879	699	939
1 087 889	6 440	473		1 088 889	7 540	665
3 807 900	889	546		5 808 900	657	343
8 880	3 000	643		7 890	2 000	537
3 727 373	3 959	960		4 138 269	2 969	970
17 673	5 242	832		23 685	5 700	511
6 001 133		997		2 001 152		996

JAVITÓKULCS
Írásbeli szorzás

A változat

	384		992		1 475 460
6	178 014		3 778 521		14 603 454
13	358 702		4 902 856		8 962 240
6	072 000		5 976 684		689 793

B változat

	951		961		1 395 265
12	189 138		5 306 112		2 590 422
11	942 019		5 058 735		9 452 100
7	565 100		3 761 235		667 392

C változat

	957		1 023		1 040 896
4	150 584		4 563 259		14 764 656
15	199 928		4 931 212		15 374 240
9	985 800		5 837 712		845 325

D változat

	470		736		2 333 804
6	275 472		4 369 848		26 398 632
10	591 968		6 462 214		5 981 380
12	348 000		6 810 405		575 532

JAVITÓKULCS
Írásbeli osztás

A változat

124	348
5 658	5 915
375	879
1 965	

B változat

113	334
2 948	7 459
341	612
1 320	

C változat

224	156
8 750	5 964
378	601
1 299	

D változat

112	139
5 847	6 961
691	533
1 379	

Ezeknek a megfontolásoknak az alapján egyszerűsítettük a gép által kiszámított osztályzattá alakítási kulcsokat.

Az összeadásban tehát az alábbi kulcsokat használhatjuk.

A 4. osztály utolsó hónapjától az 5. évfolyam végéig:

elégtelen	17 %p és alatta
elégséges	18 - 35 %p
közepes	36 - 59 %p
jó	60 - 79 %p
jeles	80 %p és fölötte

A 6. évfolyamon:

elégtelen	17 %p és alatta
elégséges	18 - 45 %p
közepes	46 - 65 %p
jó	66 - 89 %p
jeles	90 %p és fölötte

A 7. és a 8. évfolyamokon:

elégtelen	29 %p és alatta
elégséges	30 - 49 %p
közepes	50 - 69 %p
jó	70 - 89 %p
jeles	90 %p fölött

Kivonásban a műveletek nehézségi foka nem különbözhet olyan nagy mértékben mint a többi írásbeli alapműveletnél. Ezért érthető, hogy a legkisebb %p érték 6, a legnagyobb pedig 8. Egyben ez a magyarázata annak is, hogy viszonylag magas eredményt értek el tanulóink kivonásból. Ugyanakkor az is igaz, hogy a felső tagozatban alig van fejlődés: az ötödikben 73,2 %p, a nyolcadikban pedig 77,7 %p az országos átlag.

Ezért a 4. osztály utolsó hónapjától kezdve az egész általános iskolában egy osztályzattá alakítási kulcsot használhatunk:

Kivonásban a 4. osztály végétől az általános iskola valamennyi évfolyamán:

elégtelen	30 %p és alatta
elégséges	31-55 %p
közepes	56-79 %p
jó	80-99 %p
jeles	100 %p

A szorzás tesztjein a legkisebb $\%$ p érték 5, a legnagyobb 10.

Ennélfogva ha egy hiba esetén még jelesnek fogadjuk el a teljesítményt, akkor a 90 $\%$ p az ésszerű jeles határ. Ha egy jó műveletet már elégségesnek fogadunk el, akkor az elégtelen határ 4 $\%$ p. Viszont két hibátlan műveletet fogadva el elégségesnek, az elégtelen határa 11 $\%$ p lesz. Ugyanis 7 $\%$ p értékű művelet is csak egy van $/5+7 = 12 \%$ p/. Vagyis az elégséges minimális pontszáma ebben az esetben 12.

E megfontolások alapján egyszerűsítve a számítással kapott osztályzattá alakítás kulcsát, szorzásban a következő kulcsot használhatjuk.

Szorzásban a 4. osztály utolsó hónapjától a 6. évfolyam végéig:

elégtelen	11 $\%$ p és alatta
elégséges	12 - 35 $\%$ p
közepes	36 - 60 $\%$ p
jó	61 - 89 $\%$ p
jeles	90 $\%$ p és fölötte

A 7. és a 8. évfolyamokon

elégtelen	30 $\%$ p és alatta
elégséges	31 - 50 $\%$ p
közepes	50 - 70 $\%$ p
jó	71 - 89 $\%$ p
jeles	90 $\%$ p és fölötte

Az osztásban egy művelet 20 $\%$ p-ot, 4 művelet 15-15 $\%$ p-ot, 1-1 művelet 12, illetve 8 $\%$ p-ot ér. Ebből az következik, hogy mivel a legkönnyebb művelet helyes megoldásáért 8 $\%$ p jár, az elégtelen határ 7 $\%$ p lehet, ami gyakorlatilag természetesen nulla százalékpontos teljesítményt jelent. Ha egy hibás művelet esetén a teljesítményt jelesnek fogadjuk el, akkor a jeles határa 85 $\%$ p.

Az osztásban igen számottevő az általános iskola felső tagozatában a fejlődés: mintegy 20 $\%$ p. De a nagyon alacsony induló szint miatt még a 8. évfolyamon is csak 55 $\%$ p-os az országos átlag, az alacsonyabb évfolyamokon pedig értelemszerűen még alacsonyabb.

Az 50 $\%$ p-nál alacsonyabb országos átlagok esetén az osztályzattá alakítási kulcsban nincsenek számottevő különbségek.

A nagyon magas szórás miatt a gép ugyan nagyon szélsőséges, /sőt negatív!/ értékeket adott az elégtelen határaként az 5. és a 6. évfolyam adatai alapján. De az így kapott értékeknek természetesen nincsen gyakorlati értelme. Hiszen láttuk, hogy a 8 %p alatti teljesítmény azt jelenti, hogy a tanuló egyetlen műveletet sem tudott hibátlanul megoldani /még a háromjegyű szám egyjegyűvel való osztását sem/.

Ez a magyarázata annak, hogy az írásbeli osztás minősítésére a 4. évfolyam utolsó hónapjától a 8. évfolyam végéig egyetlen osztályzattá alakítási kulcsot használhatunk.

Osztásban a 4. évfolyam végétől a 8. évfolyam végéig:

elégtelen	7 %p és alatta
elégséges	8 - 30 %p
közepes	31 - 60 %p
jó	61 - 84 %p
jeles	85 %p és fölötte

2/ A készségfejlődés országos színvonala

a/ Műveletenkénti teljesítmény

Mint ahogy az várható, összeadásban a G/ művelet bizonyult a legkönnyebbnek. A tanulók több mint 80 %-a tudta helyesen megoldani. Érdekes, hogy sem az általános iskolában /83-85 %/, sem a középiskolában /87-90 %/ nincsen számottevő fejlődés. Az általános iskola és a középiskola között is mindössze 5 %-nyi az ugrás.

Azonos képet mutat az E/ művelet megoldásában elért színvonal, de mintegy 10 %-kal alacsonyabb szinten. Ugyanis ebben nem három, hanem öt összeadandó van. Ha megfigyeljük az E/ és a G/ művelet strukturáját, azt láthatjuk, hogy az első /a felső/ szám a legnagyobb, majd a számok jegyeinek mennyisége csökken. Végül is az utolsó /az alsó/ szám csak 2-3 jegyű. E hasonló struktúra láttán nem meglepő az a nagyfokú hasonlóság, amit e két művelet megoldási százalékaiknak alakulásában láthatunk.

Ugy tűnik, az ilyen strukturájú művelet a legkönnyebb.

A D/ művelet négy számból az A/ hatból, a B/ hétből, az F/ nyolcból és a C/ kilenc számból áll. A helyes megoldási arányok az összeadandók számának növekedésével fokozatosan csökkennek. Annak ellenére, hogy az egyes összeadandók annál kisebbek minél

több az összeadandó. A C/ műveletben már kilenc összeadandó van, de csak kettő nagyobb három jegynél.

Az F/ műveletben nagyon sok a helypótló nulla. Ha végigvizsgáljuk a 19. tábla F/ és B/ adatsorait /oszlopait/, a két műveletben elért teljesítményt közel azonosnak találjuk. Annak ellenére, hogy a B/ művelet eggyel kevesebb összeadandót tartalmaz. Viszont kevés bennük a helypótló nulla. Az F/ művelet sok helypótló nullája tehát csak annyival növelte az eredményt, mintha eggyel kevesebb számot kellett volna összeadni. A helypótló nullák könnyítő hatása tehát egyértelműen kimutatható, de nem számottevő.

Érdekes viszont, hogy az azonos összeadandók nem könnyíteték az összeadást. A C/ műveletben az első négy összeadandó azonos. Ettől függetlenül a H/ művelettől eltekintve ez bizonyult a legnehezebbnek, mivel az összeadandók száma is a legnagyobb volt /9/.

Utoljára hagytuk a H/ művelet meghökkentő eredményét. Mint látjuk, ez a művelet 21 szám összeadását kéri, amelyek közül az utolsó /alsó/ három egyjegyű, a többi mind kétjegyű. E műveletek az ötödikesek 16 %-a, a középiskola negyedikesének mindössze 35 %-a tudta helyesen megoldani.

Az eredmények láttán elvégeztük az ilyen meglepetésekkor szabályszerű utólagos ellenőrzéseket. Sem mérési, sem számítási hiba nincs. De az az összefüggés, amit az összeadandók száma és a teljesítmény között láttunk, szintén megerősíti a kapott adatok helyességét.

A 19. tábla első sorában láthatjuk, hogy három szám összeadásában a teljesítmény 83 %, kilenc szám összeadásában már csak 48 %. Logikus, hogy huszonegy szám összeadásában már csak a tanulók 16 %-a jut helyes eredményre.

Számos kérdőjel mered elének az eredménynek a látáán. Az első mindjárt az, hogy szükséges-e tudni 15-20 szám összeadását. 10-20 két-háromjegyű szám összeadása az életben gyakran szükséges olyan körülmények között is, amikor nem áll rendelkezésünkre számológép, és a széles tömegek számolási gyakorlatában is, akik jelenleg és még hosszú ideig nem is juthatnak számológéphez, hogy az ilyen jellegű összeadást elvégezzék.

De ha illetékesek el is döntenék, hogy ilyen típusu összeadási művelet tudása nem fontos, a tény akkor is fennáll, és

legalább egy kérdésre választ kell majd adni. Vajon nem a tanulók operatív memóriájával van-e a probléma, hiszen az összeadásban a negyedik osztályban országos átlagban csak minden 68. műveletben követnek el hibát a tanulók? Itt ezen a teszten csak 21 elemi összeadást kell elvégezni lejegyzés előtt és összesen is csak 40-et. Igaz, hogy közben lépésről-lépésre fejben kell tartani az előző eredményt. Azt is figyelembe kell venni, hogy a pedagógusok számára a H/ művelet sem okozott speciális problémát.

A kérdés mindenesetre mind gyakorlati, mind pszichológiai szempontból megérdemli a tüzetesebb vizsgálatot.

Amíg a kivonás elemi műveleteiben, szóbeli számolási készségeiben egyaránt alacsonyabbak az eredmények mint összeadásban, szorzásban, addig az írásbeli műveletek között a kivonásban lett a teljesítmény a legmagasabb.

És ez érthető is az összeadással kapcsolatos fenti elemzés után. Aholis egyértelműen kiderült, hogy az összeadandók száma /és nem a számok nagysága/ a nehézségi fok döntő tényezője.

A kivonásban viszont csak két szám szerepelhet a műveletben. Így azután alacsonyabb elemi számolási készség szinten is sokkal magasabb alapműveleti készség szintet kaphatunk.

A teszt 14 műveletéből 5-ben hétjegyű számból kell kivonni hétjegyű /B, E, G, J, M műveletek/. A többi kilenc műveletben kisebb számok szerepelnek.

A 18. ábrán és a 20. táblán azt a meglepő tényt láthatjuk, hogy a fent felsorolt műveletekben érték el a tanulók a legjobb eredményt: a tanulók 74-87 %-a hibátlanul oldotta meg ezeket a műveleteket az 5. osztályban. Ilyen magas eredményt csak a O/ és az F/ műveletekben találhatunk. /79 %, illetve 78 %/. E műveletekre később visszatérünk.

A fent felsorolt 5 műveletnek az a jellemzője, hogy a kivonandó és a kisebbítendő /7-7/ jegyű számból áll, és kevés helypótló nulla fordul elő bennük.

Különböző viszont a bennük előforduló tizes átlépéses esetek száma. A B/ műveletben a teszt egyik változatán sem fordul elő tizes átlépés. Az egész teszten ez bizonyult a legkönnyebb műveletnek. A tanulók 87 %-a oldotta meg hibátlanul az 5. évfolyamon.

A B/ műveletben viszont 4-5 tizes átlépéses elemi művelet

is előfordul. Érthető, hogy az öt művelet közül ez hozta a legalacsonyabb, de legalábbis a J/-hez közelítő színvonalat. /A J/ műveletben 3-4 a tizes átlépéses elemek száma./

A teszten még két olyan művelet szerepel, amelyekben a kivonandó és a kisebbítendő számjegyeinek a száma azonos /6-6/. Ez a D/ és az N/ művelet. A D/ műveletet említettük már a legkönnyebbek között. A többi műveletben a kivonandó lényegesen kisebb, mint a kisebbítendő. A D/ és az N/ művelet között az a különbség, hogy az N/ műveletben sok a helypótló nulla. Az N/ műveletben elért teljesítmény /69,1 %/ a két leggyöngébb teljesítmény közé tartozik.

Azt tapasztalhattuk tehát, hogy a 7 azonos számjegyet tartalmazó művelet közül 6 a legkönnyebb műveleteket adja, annak ellenére, hogy a legnagyobb számokat /hétjegyűeket, hatjegyűeket/ tartalmazzák. Ebben a 6 műveletben kevés a helypótló nulla, míg a hetedikben sok, és ez egyben ki is lóg a sorból, a legnehezebbek közé tartozik.

Sok helypótló nulla van még a H/, J/, K/ és az L/ műveletekben. A 18. ábrán, illetve a 20. táblázatban azt láthatjuk, hogy ezek a műveletek mind nehezeknek bizonyultak. Sőt egyértelmű korrelációt láthatunk a helypótló nullák száma és a teljesítmény között. Csakhogy amíg az összeadásban a helypótló nulla könnyítette, a kivonásban számottevően nehezíti a számolást. E körülmények ismeretében is meglepőnek tűnik, hogy kerek millió-sokból milyen nehéz volt helypótló nullákat tartalmazó nagyon egyszerű számokat /10 010, 20 020, 30 030 és 40 040/ kivonni.

Összefoglalva tehát a következőket állapíthatjuk meg.

A kivonás nehézségi fokát nem befolyásolja a benne szereplő számok nagysága.

A kivonás során elvégzendő tizes átlépések száma kimutathatóan nehezíti a műveletet, de a döntő tényező az explicit, vagy implicit formában előforduló helypótló nullák mennyisége. Minél több a helypótló nulla, annál nehezebb a művelet. /Implicit helypótló nullának tekintve a kisebbítendőnél kevesebb számjegyű kivonandó elé értelem szerűen ki nem írt nullákat./

Az "A változat" tesztjén a H/ művelet a következő:

$$\begin{array}{r} 300\ 001 \\ - \quad 92 \\ \hline \end{array}$$

Ebben a műveletben négy explicit és négy implicit, össze-

sen tehát nyolc helypótló nulla van. Ezért lett ez az egyik legnehezebb művelet. Még a középiskolások 20-25 %-a is elhibázta.

Szorzásban az A/ művelet háromjegyű szám szorzását kéri egyjegyűvel /hárommal vagy kettővel/. Mint ahogyan várható a középiskolában csaknem 100 %-os a teljesítmény, az 5. osztályban pedig 68 %-os, amint azt a 21. táblázatban és a 19. ábrán láthatjuk.

Erdemes megfigyelni, hogy ez az első eset, amikor 90-95 % feletti teljesítményeket kapunk. Egyébként ilyen szint még egyetlen eddig Szegeden elvégzett felmérés során sem adódott. Az 5. évfolyamtól a középiskola I. évfolyamáig nagyon szabályos a fokozatos fejlődés, és a középiskolában a 99 % körüli az ingadozás. Méréstechnikailag látnivalóan rendben van a dolog.

Igaz, a művelet a lehető legkönnyebb, mégis meg kell fontolni e magas teljesítményt. Nem kevesebbet jelent ez, mint azt, hogy kellő gyakorlottság esetén /a nehezebb műveletekhez nyilván sokkal több gyakorlás szükséges/ lehetséges az abszolút biztonsággal működő készség kialakítása minden egészséges tanuló számára. Csak idő és módszer kérdése az eredmény. Ez természetesen a jelenlegi oktatásszervezési formák és tanítási módszerek mellett inkább csak elvi, mint gyakorlati lehetőség.

Az E/ művelet kétjegyű szám kétjegyűvel történő szorzása. Ezenkívül a szám jegyei is kicsik, a művelet tehát nagyon könnyű. A várakozásnak megfelelően ez adja a második legjobb eredményt.

A többi elvégzendő művelet mind négy- vagy ötjegyű szám szorzása háromjegyűvel. Egy kivétellel: az L/ művelet háromjegyű szorzása háromjegyűvel.

A B/, J/ és a K/ műveletekben a szorzó három jegye közül egy helypótló nulla, a két másik jegy pedig 5 vagy annál kisebb. Ezekben a teljesítmény a fenti sorrendben az 5. osztályban: 46%, 49 %, 50 %.

Hasonló színvonalu az eredmény a D/ műveletnél, amelynek a szorzójában helypótló nulla nincs, de az egyes számjegyek hatnál kisebbek. A valamivel magasabb érték azzal magyarázható, hogy a szorzandóban az egyesek és a tízesek helyén nullá van.

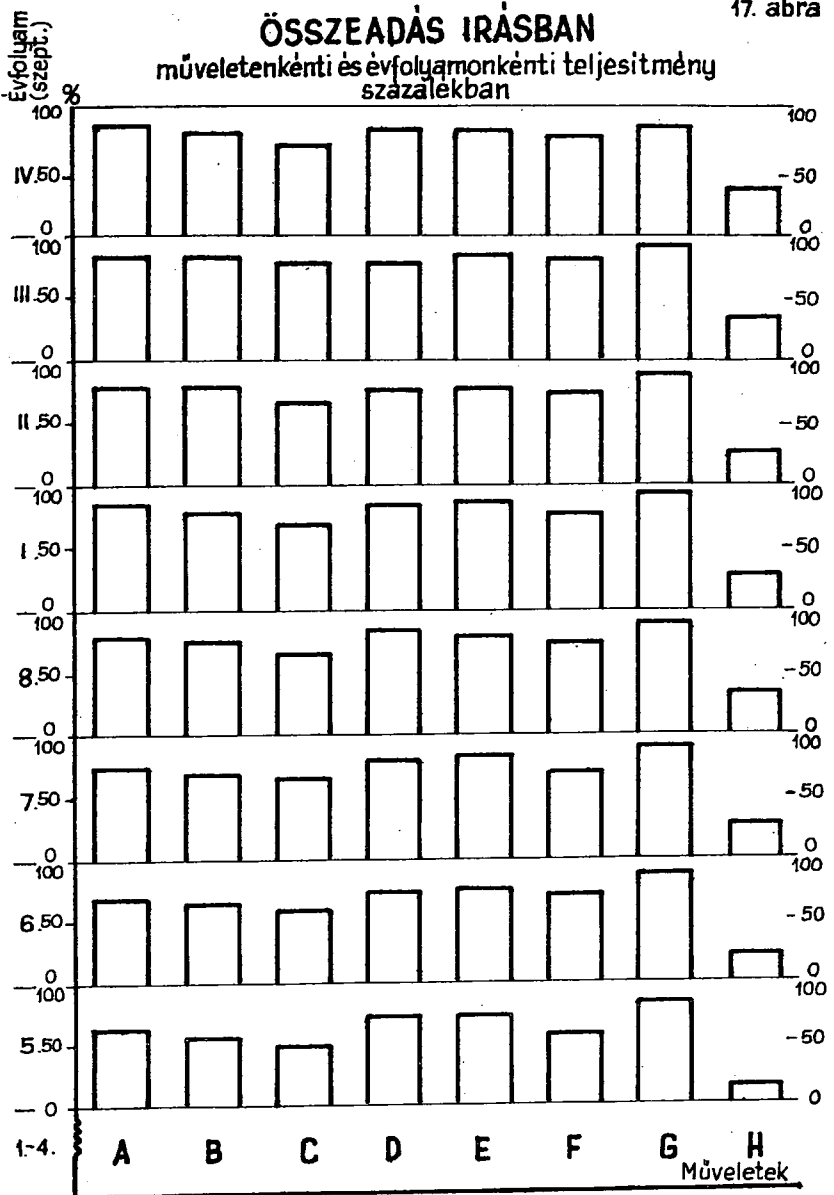
Végül a H/ feladatban a szorzó három számjegye azonos, de ötnél nagyobb. E nagy könnyítés ellenére a hét legkönnyebb művelet közül ebben érték el a tanulók a legalacsonyabb teljesít-

Műveletenkénti teljesítmény, %

ÖSSZEADÁS

19. tábla

Évfo- lyam	A	B	C	D	E	F	G	H
5	62,2	54,2	48,3	70,0	72,2	56,9	82,6	15,6
6	64,0	61,6	56,7	69,8	71,9	67,9	83,4	21,4
7	69,0	64,0	61,0	74,9	77,4	64,9	85,4	25,5
8	72,7	70,2	61,4	80,3	74,8	69,2	84,5	29,9
I	79,2	73,5	66,4	80,9	83,5	72,8	90,4	23,9
II	74,8	74,8	62,3	71,5	76,1	71,1	87,2	25,2
III	80,0	77,9	73,2	76,7	82,6	78,7	90,2	31,7
IV	83,9	78,4	67,8	80,9	82,4	78,1	87,2	35,2

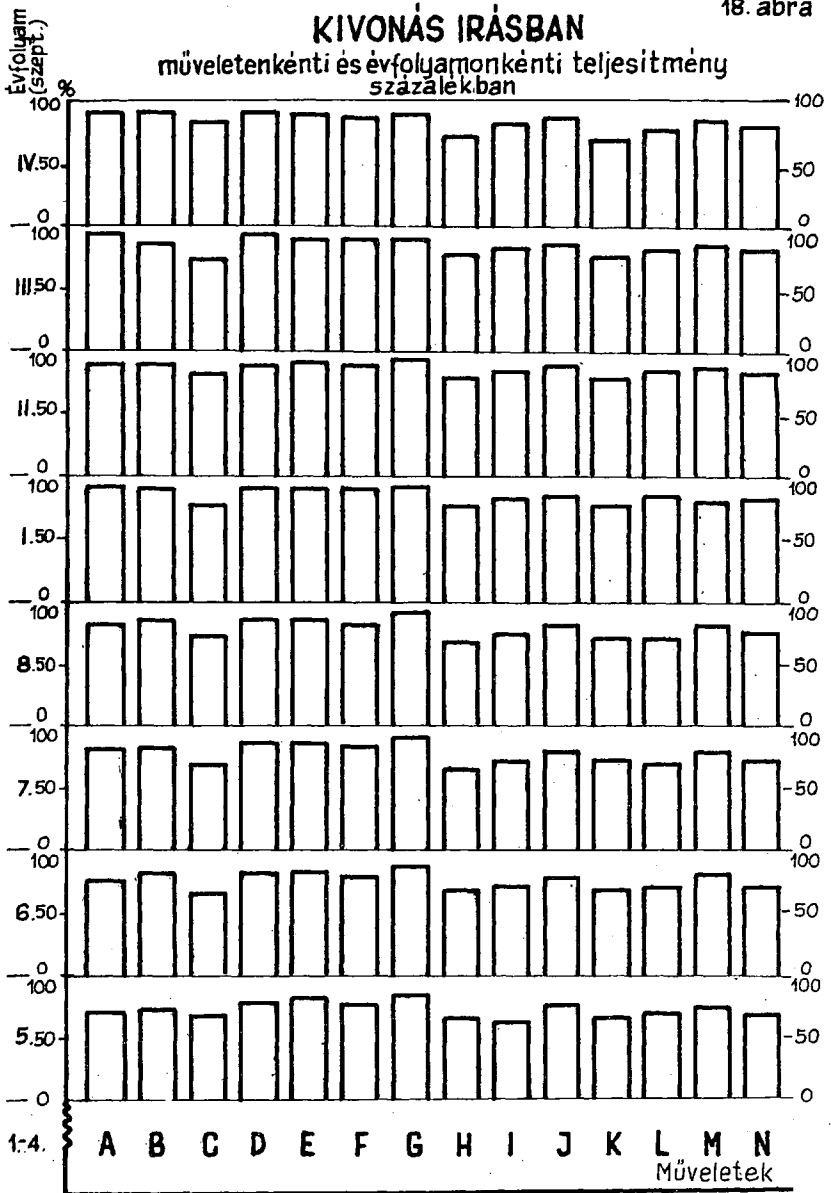


Műveltenkénti teljesítmény, %

KIVONÁS

20. tábla

Évfolyam	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
5	71,7	74,3	68,1	78,8	82,9	78,3	86,5	67,4	64,6	78,3	67,3	70,7	75,3	69,7
6	76,8	80,7	67,5	82,9	83,7	80,8	89,0	68,0	71,0	78,9	68,9	70,7	80,5	71,8
7	80,1	80,2	67,8	86,2	84,7	82,9	90,9	65,0	71,6	80,1	71,9	68,8	79,2	73,1
8	81,5	82,9	72,5	85,1	84,3	82,3	91,8	64,0	74,0	82,6	69,8	71,1	80,2	75,8
I	90,6	90,2	76,6	91,2	91,7	91,0	95,0	77,9	85,8	86,9	78,1	86,2	92,3	84,7
II	91,9	91,7	82,8	90,2	93,4	92,2	96,3	80,6	87,0	90,9	82,4	86,5	89,0	84,8
III	91,0	86,6	73,7	95,6	90,4	92,1	93,2	80,3	86,6	89,3	78,1	83,8	88,5	85,2
IV	91,2	91,1	84,9	92,0	89,9	92,0	74,8	85,7	91,2	74,4	81,5	89,1	89,1	84,9



Műveltenkénti teljesítmény, %

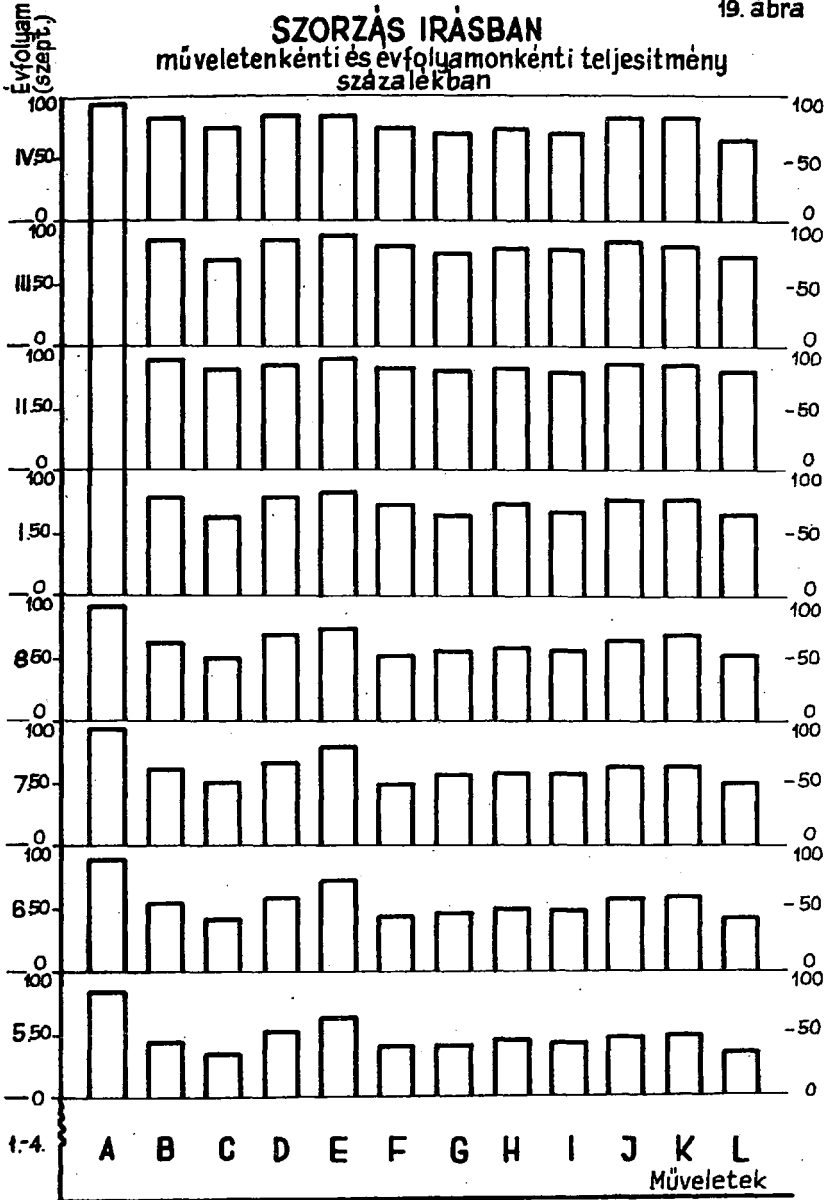
SZORZÁS

21. tábla

Évfolyam	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
5	85,9	46,0	34,3	52,7	66,2	42,4	42,7	45,9	42,6	48,7	49,9	37,8
6	92,3	55,8	42,9	59,6	74,2	45,6	48,5	52,4	50,8	59,4	60,8	43,2
7	96,4	62,2	51,7	67,0	77,8	51,5	58,0	59,6	58,9	65,2	65,7	51,8
8	96,3	63,0	51,2	68,9	75,7	52,9	59,1	61,5	59,0	66,9	68,9	53,6
I	99,8	78,5	62,5	80,4	84,0	75,7	67,5	76,2	67,9	79,2	79,1	65,6
II	98,8	91,5	82,3	87,4	93,0	86,0	81,8	85,7	82,1	88,1	87,7	80,1
III	98,8	85,3	68,8	86,9	90,5	82,3	76,8	78,9	78,0	87,2	83,2	75,2
IV	98,5	82,7	74,2	83,8	86,3	76,0	72,3	77,1	72,7	84,5	84,5	69,4

SZORZÁS ÍRÁSBAN

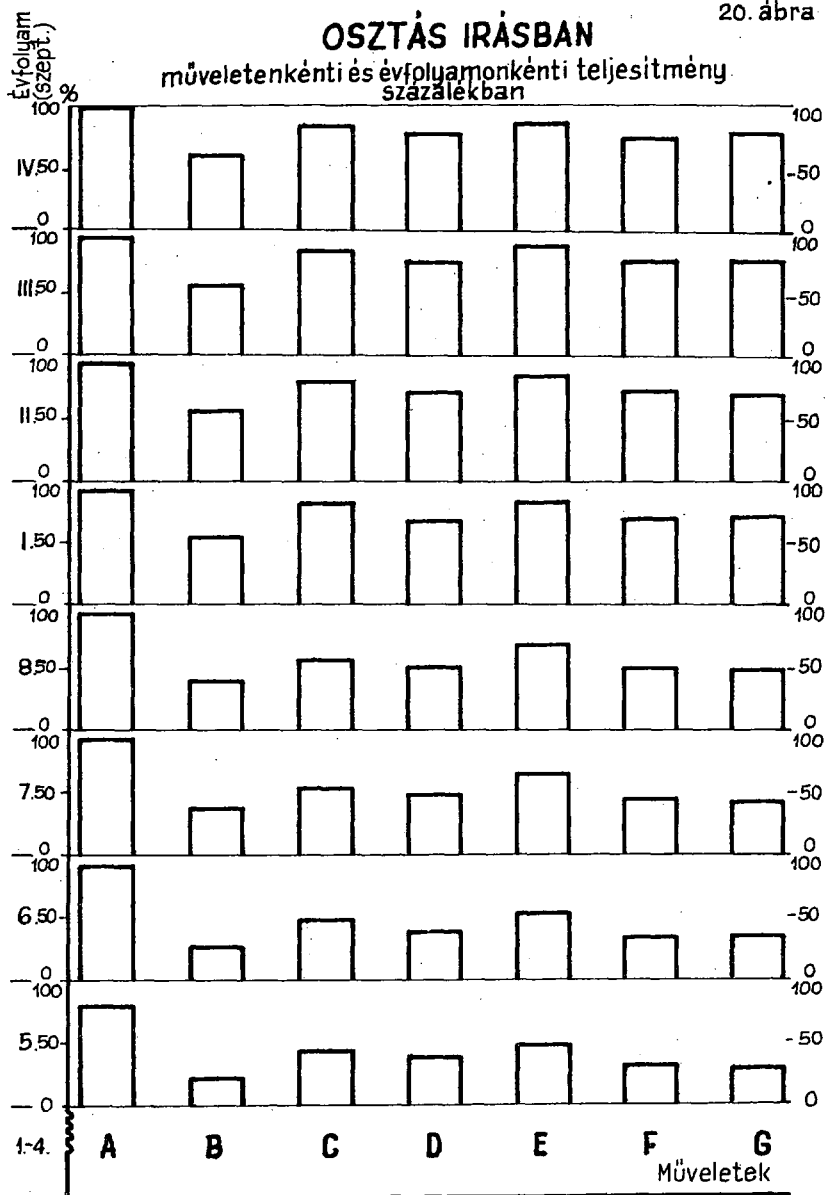
műveletenkénti és évfolyamonkénti teljesítmény
százalékban



Műveltenkénti teljesítmény, %
OSZTÁS

22. tábla

Évfo- lyam	A	B	C	D	E	F	G
5	82,3	22,8	43,6	37,8	48,7	30,6	30,3
6	92,7	26,6	48,2	40,4	54,2	34,6	37,2
7	95,2	37,5	54,9	48,3	65,5	47,3	44,8
8	95,0	39,0	57,2	52,4	70,1	49,6	51,5
I	96,8	54,1	83,0	68,4	84,6	70,3	71,6
II	96,9	56,9	80,3	72,1	86,5	72,7	71,9
III	98,5	59,2	89,9	77,7	90,7	78,3	78,5
IV	98,5	62,3	84,4	79,5	88,5	77,8	81,2



ményt /az ötödikben 45,9 %-uk adott hibátlan megoldást/.

Ha most az alacsonyabb eredményeket nézzük, akkor azt találjuk, hogy minél több a tényezőben az 5-nél nagyobb számjegy, annál alacsonyabb a teljesítmény.

Bár az L/ művelet tényezői csak 3-3 jegyűek, mégis ez bizonyult az egyik legnehezebb műveletnek, mivel csak 5-nél nagyobb számjegy szerepel benne. /Az 5. osztályban a tanulók 38 %-a tudta csak hibátlanul megoldani./

Összefoglalva megállapíthatjuk tehát, hogy milliós számkörben a tényezők nagysága 2-3 számjegy fölött nem befolyásolja számottevően a szorzás nehézségi fokát. A helypótló nullák száma vagy az azonos számjegyek száma némileg csökkenti a művelet nehézségi fokát, de a döntő tényező az, hogy mennyi az 5-nél nagyobb számjegyek száma. A legkönnyebbek azok a műveletek, amelyeknek az egyik tényezőjében /és ezt szorzónak véve/ csak 6-nál kisebb számok fordulnak elő.

Az írásbeli osztás készségét 7 művelettel mértük. A 22. táblán és a 20. ábrán a legszembetűnőbb jelenség, hogy nagyon alacsonyak az értékek, az oszlopdiagramok, vagyis lényegesen alacsonyabb a teljesítmény, mint a többi 3 alapműveletből /e kérdésre még visszatérünk a következő pontokban/.

Az A/ művelet az osztásban is nagyon egyszerű: háromjegyű szám osztása egyjegyűvel. E műveletet a 6. osztálytól kezdve a tanulók kielégítő szinten /93 % fölött/ oldják meg. Az 5. évfolyam elején is 82 %-os a teljesítmény.

A két számjeggyel történő osztás is viszonylag könnyűnek bizonyult, de a színvonal itt már messze nem kielégítő. Az 5. osztályban a tanulók 49 %-a, a 7.-ben 70 %-a, a középiskolában pedig 85-90 %-a tudta csak hibátlanul megoldani. Ez az E/ művelet.

A többi 5 műveletben az osztó háromjegyű, az osztandó pedig két műveletben hétjegyű, három műveletben pedig hatjegyű.

A C/ műveletben az osztóban az egyesek helyén nulla van, és ezért a háromjegyű osztós műveletek közül ez volt a legkönnyebb.

Nagymértékben könnyítette az osztást az F/ műveletben az a tény, hogy az osztó tizesének helyén nulla van, minek következtében közel kerek százasokkal kell dolgozni.

Könnyíti az osztást, ha az osztó számjegyei azonosak /D mű-

velet/.

A legnehezebb osztási műveletnek a B/ bizonyult. Az 5. évfolyamon a tanulók 23 %-a, a 8.-ban 39 %-a, de még a középiskola IV. évfolyamán is a tanulók 62 %-a tudta csak helyesen megoldani.

Ebben a műveletben az osztó számjegyei ötnél nagyobbak. Végső soron tehát az osztás nehézségi fokában a szorzáshoz közelálló hatótényezőket találhatunk.

Fontos tényező az osztó jegyeinek a száma. Azonos jegyű osztók esetén szerepet játszik a helypótló nulla. E tényezők láthatóan erősebben hatnak, mint a szorzás esetében. De a legfontosabb itt is, hogy az osztóban lévő számjegyek nagyobbak-e 5-nél.

b/ Átlagos teljesítmény

Az átlagos teljesítmény adatait a 23-26. táblákban találhatjuk. A 21. ábrán a jobb összehasonlíthatóság érdekében együtt láthatjuk mind a négy alapműveletben a lejátszódó átlagos fejlődést. A vonaldiagramokra berajzoltuk a relatív szórás értékeit /az átlag $\%p$, a relatív szórás pedig $\%$ lévén, kitűnő szemléltetésre nyílik mód/ és a felhasznált percek számának az alakulását is. Mivel ez más mértékben van kifejezve, természetesen nem illik bele a diagramba. Az y tengely más célú beosztása nem is elég érzékeny a számolási tempó szemléltetésére. A különféle ábrázolási lehetőségek közül mégis ezt választottuk, mert sokat nyerünk azzal, hogy együtt láthatjuk a három alapvető mutató fejlődését /a minőség átlagát, annak relatív szórását és a számolási tempó átlagát/.

Vegyük először a számolási tempó fejlődését /ne feledjük, hogy a tanulók e műveletek esetében nem időre dolgoznak, amikor elkészültek, a pedagógus felírta a felhasznált időt. A gyorsabb munkáért nem jár előny. Kizárólag a minőség számít./

Az első fontos tény, amit érdemes rögzíteni, hogy a számolási tempó egyenletesen fejlődik évfolyamról évfolyamra. Még a középiskolában is, sőt a kivonásban és a szorzásban is, amelyek esetén a minőség $\%p$ / fejlődési tendenciája a középiskolában már nem egyértelmű.

A felhasznált idő az 5. osztálytól a középiskola utolsó évfolyamáig mintegy a harmadára csökken az összeadásban, a kivo-

násban és a szorzásban. Az osztásban mintegy a felére. A pedagógusok számolási tempója a következő: összeadásban 4,9, kivonásban 3,3, szorzásban 7,9 és osztásban 12,0 percet használtak fel átlagosan a tesztek megoldására. Ami a minőséget illeti, a pedagógusok olyan kevés hibát követtek el, hogy teljesítményük átlaga 100 %-nak, szórása pedig 0-nak vehető.

A fenti számolási tempóval tehát hibátlanul funkcionáló készség jár együtt.

A pedagógus számolási tempójához viszonyítva a negyedikes középiskolások mind a négy alapműveletben 75 % körüli teljesítményt értek el /összeadásban 73 %, kivonásban 77 %, szorzásban 77 % és osztásban 73 %/. Emlékezzünk vissza, hogy a szóbeli számolás műveleteinek a tempójában is közelítően ilyen teljesítményt értek el a tanulók a középiskola végéig.

A középiskola negyedikes tanulói a számolási minőségben /ha valamivel nagyobb eltérésekkel is/ a tempóhoz hasonló eredményt értek el /összeadásban 69 %, kivonásban 86 %, szorzásban 80 %, osztásban 80 %./

Mivel régről ismert pszichológiai törvény a tempó és a minőség korrelációja, és a mi méréseink is kitűnő példáit szolgáltatják annak, hogy a tempó növekedésével arányosan növekszik a minőség is, ezért a fenti egyezés a tempóban és a minőségben elért teljesítmény között azt mutatja, hogy tesztjeink a 100 % körüli teljesítménnyel valóban a maximális begyakorlottságot mérik, a 100 % körüli teljesítmény azt jelzi, hogy a készség teljesen kialakult, a fejlesztés befejezhető.

A minőség fejlettségét és fejlődését elemezve először is azt állapíthatjuk meg, hogy a középiskolások kivonásban kielégítő fejlettségű készségszintet értek el. Ezt nemcsak a 85 % fölötti teljesítmény, hanem az igen alacsony 17 % körüli relatív szórás is egyértelműen mutatja.

Az általános iskolában a többi művelethez viszonyítva már az 5. osztály elején viszonylag magas eredményt /73,2 %-ot és 35,3 relatív szórást/ érnek el a tanulók, ugyanakkor a négy esztendő alatt, az általános iskola végéig a többi művelethez képest a fejlődés igen lassu.

Az általános iskola felső tagozatában az összeadásban és a szorzásban közel azonos az eredmény /a szorzásban valamivel jobb/. Az 5. osztályban az átlag 45 %, illetve 47 %, a hozzá-

tartozó relativ szórások pedig: 51 % és 57 %.

Nemcsak az 50 % alatti teljesítmény, hanem a nagyon magas szórás is mutatja, hogy a készségek még kialakulatlanok.

Sajnos - és ez a súlyosabb probléma - a 8. évfolyamon ugyanez a helyzet. Az országos átlag ugyan sokat fejlődik a felső tagozaton, ennek ellenére csak 62-63 %-ot ér el. A relativ szórás is még mindig magas /38 %, 35 %/.

Közismert, hogy az osztás a legnehezebb művelet. Neveléstörténeti tény, hogy a középkorban az egyetemisták között is kevesen tudtak osztani. Ma abban a tudatban élünk, hogy a kisiskolások is megtanulták az osztást. Sajnos a mérés adatai azt mutatják, hogy ez csak hiedelem. Gyermekeink még a felső tagozatban sem tudnak osztani. Pontosabban: csak kis hányaduk tud /a következő pontban majd részletesen elemezzük, hogy mekkora hányaduk, mit tud/. Itt csak az átlagról van szó, ami rendkívül alacsony: az 5. osztályban 36,5 %, a 8. osztályban pedig 55,3 %.

Mindenhhez hihetetlenül magas relativ szórás járul: az 5. osztályban 80 % /!/, a 8. évfolyamon pedig 53,3 %.

Különös figyelmet érdemel, hogy a 8. osztályhoz viszonyítva a középiskola első évfolyamának első hónapjában a teljesítmény kerekén 20 %-kal magasabb a 8. osztályos szintnél /73,3 % és a hozzátartozó relativ szórás: 30,1 %/.

Nyilvánvaló a következtetés: az osztani nem tudók tömegei azok, akik nem juthatnak be a középiskolába. Hogy most az osztás csak tükrözi fejletlenségüket, hátrányos helyzetüket, vagy valóban ez az akadály a továbbtanulásnak, az nem döntő kérdés. A lényeges kérdés az, hogy meg lehet-e tanítani az osztást az általános iskolában. Mivel az osztás nem egyszerűen mechanikus algoritmus, hanem viszonylag fejlett absztrakt gondolkodást követel megtanulása és tudása, a kérdés úgy is feltehető, hogy lehetséges-e a tanulók olyan gondolkodásfejlettségi szintjét elérni, ami lehetővé teszi az osztás megtanítását és tudását legalább az általános iskola végéig. Ha nem is a 4. osztály befejezéséig, ahogyan a jelenlegi tanterv ezt előírja.

A következő pontban a szóródás helyzetképének elemzésekor részletesebben is megvizsgálhatjuk a problémát.

c/ A szóródás helyzetképe

Az adatokat a 27-30. táblákban közöljük és a 22-25. ábrákon szemléltetjük /lásd a fejezet végén!/. Megjegyezzük, hogy a táblázatban ötös, az ábrán tizes osztályközöket használtunk a korábban /53. oldal/ kifejtett okok miatt.

Az összeadás tesztjein egy művelet legkisebb értéke 8 %p. A legnagyobb 30 %p, a többi 10 %p, illetve a C/ műveleté 12 %p.

Ennélfogva a 27. táblázaton a teljesítmény 5 %-onkénti csoportosítása /első oszlop/ lehetővé teszi a teljesen hibátlan, a teljesen hibás tesztek és a különböző szintek differenciált megkülönböztetését.

Ennek következtében a 27. tábla utolsó sorában a hibátlan tesztek arányát találjuk. Az 5. évfolyamon a tanulók 3,8 %-a, a középiskolában közelítően 10 %-a nyújtott hibátlan teljesítményt.

Mivel két művelet rossz kiszámításáért legkevesebb 18 %p-ot lehet elveszíteni, a 85 %p feletti teljesítményben legfeljebb egy hiba lehetséges. Ugy véljük, ez az a szint, amit már elfogadhatunk, amelynek megléte esetén a készségeket kialakultnak, a fejlesztő munkát befejezhetőnek tekinthetjük.

A 27. tábla három utolsó sorának adataiból tehát azt kapjuk, hogy a tanulók hány %-ának van /ha nem is maximálisan/ kialakult számolási készségük összeadásból.

Az ötödikben /ami egyben a 4. évfolyam utolsó hónapját is jelenti/ a tanulók 8,6 %-a, a 6. osztályban 11,4 %-a, a 7.-ben 15,2 %-a, a 8.-ban 18,9 %-a, a középiskolában pedig 16,4-15,7-21,9-25,3 %-a rendelkezik kialakult számolási készséggel összeadásban.

Mivel a H/ műveletnek a nagy nehézségi foka miatt 30 %p az értéke, és lehetnek olyanok, akik tagadják az ilyen műveletek tudásának fontosságát, tekintsük még elfogadhatónak /nem kialakultnak!/ a 65,1 %p feletti készséget. E teljesítmény fölé esnek mindazok a tanulók is, akik a H/ műveletet elhibázták vagy másik három műveletet rontottak el.

Táblázatunk utolsó hét sorának adatait összeadva megkapjuk a fenti kategória arányait.

Az általános iskola 5-8. évfolyamain: 14,1-29,7-33,0-40,8 %, a középiskola I-IV. évfolyamain pedig: 41,1-35,4-49,4-47,2 %.

Ez azt is jelenti, hogy a középiskolákban a tanulók több, mint 50 %-a 65 %p alatti, vagyis eredményes számolásra alkalmat-

lan színvonalu készséggel rendelkezik írásbeli összeadásban. Az általános iskola pedig a tanulók mintegy 60 %-át bocsátja ki ilyen alacsony szintű összeadási készséggel.

Érdeemes azok arányát is rögzíteni, akik egyetlen műveletet sem tudtak megoldani.

A 27. tábla első sorában azt láthatjuk, hogy ilyen tanuló csak elvétve akad, de még azok együttes aránya is elenyésző, akik nulla vagy csak egyetlen műveletet tudtak megoldani /a tábla első két sorának adatai/.

Ebből a tényből az a fontos következtetés adódik, hogy tanulóink tudják az írásbeli összeadás algoritmusát, az eredménytelenség nem e miatt, hanem az elemi számolási készségek fejletlensége következtében adódik.

Az is nyilvánvaló, hogy az eredményesség kizárólag a megfelelően motivált és szervezett gyakorlástól függ, miután mérésel megállapítottuk, meg tudjuk állapítani, hogy kik nem rendelkeznek kialakult, illetve elfogadható készségsszinttel, és a gyakorlást mindaddig folytatjuk, amíg e szintet el nem érik.

Mint az előző pontban láhattuk, kivonásban viszonylag magas átlagokat kaptunk, és ennek az okát is láttuk: a műveletekben csak két szám vehet részt, aminek következtében viszonylag alacsony szintű szóbeli számolási /elemi/ készségekkel is jó eredményt lehet elérni. Ugyanakkor a műveletek nehézségi foka között sincs nagy különbség. A legkönnyebb műveletért 6 %p, a legnehezebbért pedig 8 %p jár.

Azok a tanulók, akik 90 %p feletti teljesítményt érnek el, legfeljebb egy műveletet rontanak el a 14-ből. Ezek tehát abba a kategóriába tartoznak, akik maximálisan kialakult készséggel rendelkeznek, akik számára a készségfejlesztő munka befejezhető.

Ezeknek a tanulóknak az aránya a 28. tábla két utolsó sorának az adatai alapján az általános iskola 5-8. osztályaiban: 33,6-41,0-37,5-38,7 % és a középiskola I-IV. évfolyamain: 57,2-63,6-53,6-53,3 %.

Érdekes, hogy azoknak a tanulóknak az aránya, akik 2-4 műveletet hibáznak el, vagyis 75-90 %p-on belüli teljesítményt érnek el, mind a középiskolában, mind az általános iskolában minden évfolyamon 25-30 % körül ingadozik.

Ha ezeket a tanulókat olyanoknak tekintjük, akiknek a számolási készsége írásbeli kivonásból még elfogadható, illetve ke-

vés gyakorlással kifogástalanná fejleszthető, akkor a 75 %-os teljesítmény alatt kapjuk azok kategóriáját, akik a 14 kivénásból négyenél többet rontottak el, akik számára további alapos gyakorlásra van szükség.

Ezek aránya az általános iskola 5-8. évfolyamain: 40-37-34-35 %, és 15-20 % körül ingadozik a középiskolában.

Ha tehát részletesen megvizsgáljuk, hogy a viszonylag magas átlag miből tevődik össze, akkor tisztázódik, hogy van tenivaló a kivonás készségének fejlesztésével kapcsolatban is a tanulók egy számottevő hányadát illetően.

Szorzásban a teszt 12 művelete közül a legkönnyebb értéke 5 %p, a legnehezebbé 10 %p. Ennélfogva az egy műveletet elrontók, vagyis a fejlett készséggel rendelkezők teljesítménye /mivel 5 %p-os művelet csak egy van/ 90 %p fölötti.

Fejlett készséggel 90 %p fölötti teljesítménnyel rendelkezik a tanulók 5,3-8,7-13,9-14,3 %-a az általános iskola 5-8. évfolyamain és 27,5-58,8-47,3-36,1 %-a a középiskola I-IV. évfolyamain.

A négy műveletet elhibázó tanulók teljesítménye legfeljebb 80 %p-os. Ezért a három hibás, elfogadhatónak tekinthető teljesítmények 80,1 %p-tal kezdődnek.

A 80 %p fölött teljesítő tanulók aránya a következő: 11,8-18,8-28,6-27,4 % az általános iskola 5-8. évfolyamain és 57,6-77,2-66,2-64,4 % a középiskola I-IV. évfolyamain.

Ezt a helyzetet súlyosbitja az a probléma, hogy azoknak a tanulóknak az aránya az általános iskolában, akik legfeljebb csak az egy és a kétjegyűvel való szorzás műveletét tudták megoldani, igen magas /a középiskolában ilyenek nincsenek/.

E tanulók aránya az 5. évfolyamon 21 %, a 6. osztályban 11%, a 7-ben 5% és a 8-ban 2,5% körül van. Ezek tehát a nagyszámú gyengén fejlett készségű tanulók között is a leggyengébbek.

Osztásban a legkönnyebb művelet, az egyjegyűvel való osztás 8%p-ot ér. Ennélfogva a hibátlanul dolgozó tanulók aránya a 95,1-100 %p közötti kategóriába esik. Ezeket az adatokat a 30. tábla utolsó sorában találhatjuk.

E tanulók aránya az általános iskola 5-8. évfolyamain: 4,1-7,8-10,3-12,6%, a középiskola I-IV. évfolyamain pedig: 23,1-27,2-34,1-33,7%.

Ha ezeket az értékeket összehasonlítjuk a szorzás tesztet

kifogástalanul megoldó tanulók arányával, az a meglepő tény áll előttünk, hogy bár osztásban az átlagos teljesítmény jóval alacsonyabb, mint szorzásban, a hibátlanul megoldott tesztek aránya közel kétszer magasabb mint a szorzásba. /Vesd össze a 29. és a 30. tábla utolsó sorait!/

A 30. ábrán, a 90,1-95,0% teljesítménytartományban a tanulók aránya nulla vagy elhanyagolható. Ennek oka nyilvánvalóan az, hogy a legjobban számoló tanulók az egyjegyűvel való osztást nem vétették el, amiért is az érte járó 8%p-ot nem veszíthették el. A kétjegyűvel való osztás műveletéért már 12 %p jár, a többiért pedig 15 %p /kivéve a legnehezebb B műveletet, amelynek a súlya 20%p/. Mivel a legkönnyebb műveletet a jól számoló tanulók nem hibázzák el, ezért két művelet legkisebb %p értéke 27 lehet. Ennek következtében a 75%p fölötti teljesítményekben csak egy hiba fordul elő, vagyis ezeket a teljesítményeket tekinthetjük a kialakult osztási készség tükrözőjének.

A 75%p fölött teljesítők, vagyis a kialakult készséggel rendelkezők aránya: 13,1-19,0-24,6-29,3% az általános iskola 5-8. osztályaiban, és 50,7-63,1-64,0-63,7% a középiskola évfolyamain.

És itt áll előttünk a második meglepetés, a legvaskosabb minden eddigi eredménynél, amit felméréseink során kaptunk. Az osztásban a legmagasabb azoknak a tanulóknak az aránya, akik kialakult készséggel rendelkeznek, annak ellenére, hogy az osztásban elért országos átlag lényegesen alacsonyabb, mint a többi alapműveletben.

Jól szemlélteti ezt a helyzetet a 25. ábra, azon is tiszta formában a 8. évfolyam görbéje. A normális eloszlás közismert görbéje helyett /amely előbb felfelé emelkedik majd lefelé száll az alapvonalhoz/ itt azt láthatjuk, hogy a görbe közepe közelítően az alapvonallal párhuzamosan ingadozik, a két vége pedig felemelkedik. Vagyis a kialakult készséggel rendelkezők viszonylag magas arányával szemben áll a teljesen tudatlanok magas aránya, ami természetesen csak az általános iskolára vonatkozik, hiszen a középiskolába már nem jutnak el az osztani nem tudók.

A kialakult osztási készséggel rendelkezők viszonylag magas aránya ismét arra hívja fel a figyelmet, hogy az osztás a 4. évfolyamon megtanítható, a készség az általános iskolában kifejleszthető.

Az 5% alatti kategóriába azok a tanulók tartoznak, akik még az egyjegyűvel való osztás műveletét sem tudták megoldani. Ezek aránya az 5. évfolyamon 11,4%, a 6. osztályban 4,9%, a hetedikben 2,3%, a nyolcadikban pedig 1,7%.

Azoknak az aránya, akik legfőljebb csak az egyjegyűvel való osztást tudták elvégezni, a 30. tábla két első sorának összegéből adódik: 29,0-24,1-14,4-10,5% az 5-8. évfolyamokon.

Ezen kívül igen széles az osztani alig tudók tábora, akik csak 2-3 műveletet tudnak helyesen megoldani 30-40 perces keserves munkával.

KONKLUZIÓK

A bevezetőben említettük, hogy az alsó tagozatos számolási készségek mérését egyetlen teszttel is meg lehetne oldani, amit a negyedik évfolyam befejezésekor jól lehetne használni annak eldöntésére, hogy kik jobbak, kik gyöngébbek. Jól lehetne rangsorolni a tanulókat, objektívebben lehetne őket osztályozni, és azt is megnyugtatóan el lehetne dönteni, hogy ki folytathatja tanulmányait a felső tagozaton, kit kell megbuktatni.

Ugy hisszük, hogy a bemutatott tesztek és a mérés eredményei, ezen belül a négy alapművelet tesztjei és eredményei meggyőzték az olvasót, hogy a készségek külön-külön mért fejlődése, "viselkedése" adhatja csak kezünkbe a kulcsot a fejlődés pontos megismeréséhez és a készségfejlesztő munka tökéletesítéséhez.

Ahhoz, hogy megjavíthassuk, meggyorsíthassuk a készségfejlesztő munkát, hogy kevesebb idő ráfordításával hamarabb érjünk célt, minél több időt szabadítva fel ezáltal a gondolkodásfejlesztés feladataira, mindennek előtt pontosan ismernünk kell az elérhető szinteket. Ismernünk kell továbbá, hogy hol tart ma a készségfejlesztő munka, és rendelkezünk kell olyan mérőeszközökkel, amelyek segítségével megmérhetjük, hogy az adott tanuló pontosan hol tart, aminek ismeretében megtudhatjuk, hogy kinek van kialakult készsége az adott műveletben, kinek milyen és mennyi további tanulásra, gyakorlásra van még szüksége.

Ugy tartjuk, hogy az egyénre szabott oktatás, tanulás elemei feltétele, hogy pontosan ismerjük mit kell az adott pillanatban az adott tanulóknak tanulnia ahhoz, hogy optimálisan fejlődjen, hogy mindenki elsajátíthassa a szükséges minimumot, és azt

a többletet, amire még a minimum felett képes.

Az írásbeli alapműveletek külön-külön vizsgálata elfogadható színvonalat mutatott a kivonásban, nagyon sok tennivalóra hívta fel a figyelmet az összeadásban és a szorzásban, és súlyos problémákat jelzett az osztásba. Ugyanakkor az is láthatóvá vált, hogy az osztás nem általában az adott életkoru tanulóknak okoz problémát, hanem a tanulók egy részének. Mivel ezek a negyedik osztály végéig nem jutottak el a kellő színvonalra, a továbbiakban pedig szervezett gyakorlás nem folyik, saját erejükből, a spontán fejlődés eredményeként nem képesek az elfogadható szintet elérni az általános iskola befejezéséig.

A feladat nyilvánvaló. Alaposabban és szervezettebben kell fejleszteni a bennfoglalás és a maradékos bennfoglalás készségeit, és azoknak a tanulóknak a számára, akik az alsó tagozat végéig ennek ellenére sem jutnak el a kellő színvonalra, a felső tagozaton kell megfelelő gyakorlatokat beállítani, és a gyakorlást folyamatosan mindaddig végeztetni; amíg készségeik ki nem alakulnak. Mindez természetesen nemcsak az osztás készségére vonatkozik.

Befejezésül az új matematikatanítással kapcsolatban szeretnénk egy kérdést hangsúlyozni az ismertetett adatok birtokában.

Egyes külföldi kísérletek elhanyagolják a készségfejlesztő munkát. A tanulók évekig eljátszadoznak manipulatív szinten olyan fogalmakkal, amelyeket életkoruknál fogva képtelenek megérteni a fogalomban rejlő absztrakció szintjén. Eközben a lelkes kísérletezők még azt sem határozzák meg világosan, hogy az iskola elvégzésekor mit fognak - reményeik szerint - tudni a tanulók. Milyen matematikai fogalmaik, képességeik, jártasságaik és készségeik lesznek.

Dienes Zoltán, a matematikatanítás korszerűsítésének egyik kezdeményezője és vezető egyénisége ezt írja: "Jelentős kutatómunka folyt és folyik a számolási készségek fejlesztése terén, de ezzel nem foglalkozunk. Már szó volt arról, hogy ez a könyv főleg a megértést elősegítő módszereket tárgyalja; feltesszük, hogy a megfelelő technikai készségeket a gyerekek a szokásos tanítási módszerekkel is elsajátítják". /Építsük fel a matematikát, Gondolat Kiadó, 1973. 110.o./

Ez azt jelenti, hogy Dienes szerint is fontos a készségfejlesztés.

Ha pedig a számolási készségeket is szükségesnek tartjuk, akkor csak olyan szervezésű, módszerű, szemléletmódu matematika-tanításnak van létjogosultsága, amely a döntő fontosságú új célok mellett a készségfejlesztés feladatát is meg tudja oldani. Vagyis tömegméretekben /nem csak a kísérleti iskolákban/ legalább azt a készségszintet tudja produkálni, amit a jelenlegi módszerekkel iskolarendszerünk el tud érni.

A matematikatanítás korszerűsítésének hazai kísérleteit közismerten az jellemzi /legalábbis az eddigi célokból, eredményekből így látszik/, hogy bennük az új és a hagyományos matematikatanítási feladatok szerencsésen és megfontoltan ötvöződnek, a készségfejlesztés feladata is megfelelő súllyal szerepel. Erre szükség is van, mert hazánkra nem érvényes, hogy jelentős kutatómunka folyik a készségfejlesztés érdekében, sem az, hogy a hagyományos módszerekkel is kielégítő színvonalú számolási készségek alakulnak ki.

Átlagos teljesítmény
ÖSSZEADÁS

23. tábla

Évfolyam	Tanulók száma	Átlag, %p	Konf. intervallum	Pontosság, %	Szórás	Relatív szórás, %	Idő, perc	
							átlag	szórás
5	627	45,2	1,8	4,0	23,2	51,2	19,1	6,6
6	795	52,9	1,6	3,0	23,0	43,5	19,1	6,7
7	828	57,5	1,5	2,7	22,7	39,4	14,7	4,1
8	933	61,6	1,5	2,4	23,3	37,9	15,1	4,2
I	581	60,5	1,7	2,8	20,9	34,6	8,0	1,8
II	485	59,2	1,9	3,2	21,6	36,5	7,7	1,8
III	489	67,0	1,8	2,7	20,5	30,6	7,4	2,0
IV	398	68,6	1,9	2,8	19,7	28,8	6,7	1,8

Átlagos teljesítmény

KIVONÁS

24. tábla

Évfolyam	Tanulók száma	Átlag, %	Konf. intervallum	Pontosság, %	Szórás	Relatív szórás, %	Idő, perc	
							átlag	szórás
5	608	73,2	2,1	2,8	25,8	35,3	12,5	5,5
6	621	76,0	1,9	2,6	24,7	32,5	11,5	5,1
7	802	76,7	1,8	2,4	23,1	30,2	9,3	3,6
8	650	77,7	1,7	2,2	21,8	28,0	8,7	3,3
I	543	86,6	1,3	1,5	15,0	17,3	6,5	2,1
II	408	88,3	1,5	1,7	15,2	17,2	5,4	1,7
III	365	86,3	1,6	1,8	15,4	17,8	5,0	1,9
IV	238	86,1	1,9	2,2	15,0	17,4	4,3	1,2

Átlagos teljesítmény
SZORZÁS

25. tábla

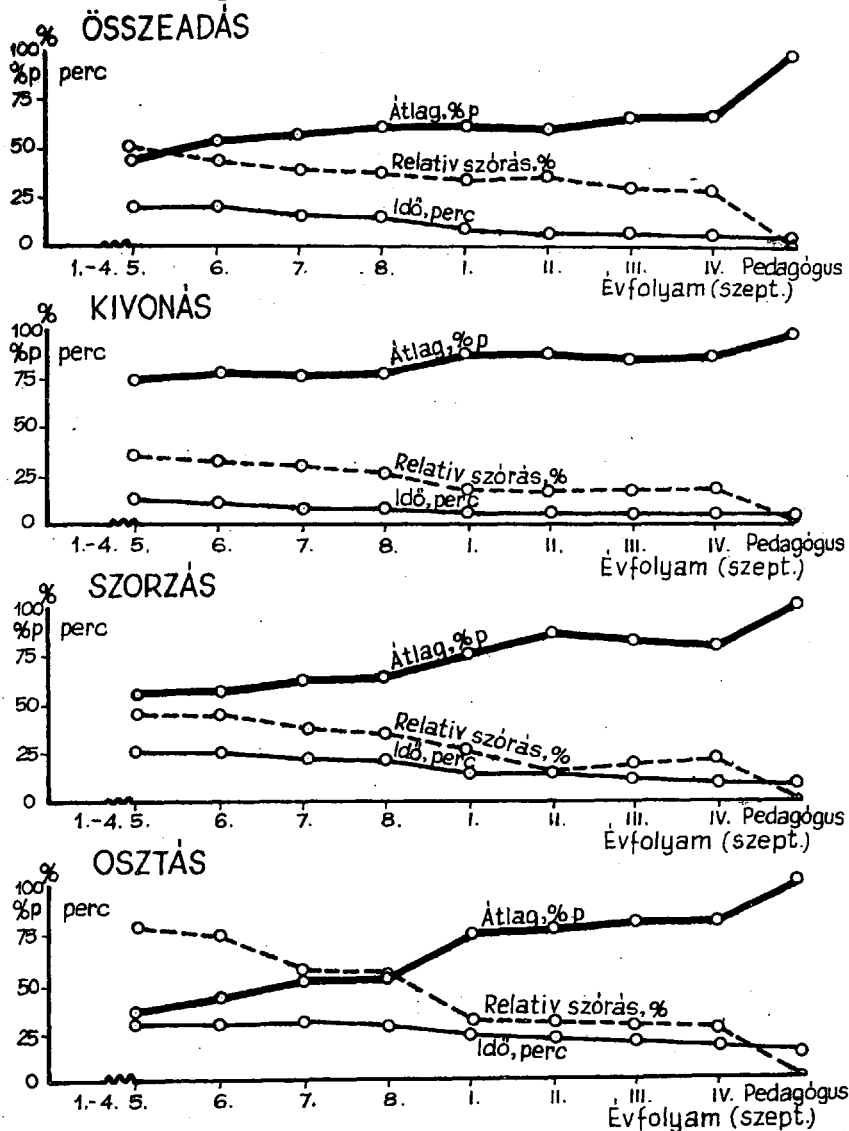
Évfolyam	Tanulók száma	Átlag, %p	Konf. intervallum	Pontosság, %	Szórás	Relatív szórás, %	Idő, perc	
							Átlag	szórás
5	1086	46,9	1,6	3,4	26,7	57,0	27,2	7,0
6	1358	54,5	1,3	2,4	24,8	45,4	25,0	7,1
7	1499	61,9	1,2	1,9	23,1	37,3	20,9	6,2
8	1552	62,9	1,1	1,7	22,1	35,2	20,4	5,9
I	424	75,3	1,8	2,4	18,8	25,0	14,3	3,8
II	413	86,8	1,3	1,5	13,9	16,0	13,1	3,5
III	327	82,0	1,8	2,2	16,4	20,0	11,0	3,0
IV	271	79,5	2,0	2,5	16,6	21,0	10,3	2,6

Átlagos teljesítmény
OSZTÁS

26. tábla

Évfolyam	Tanulók száma	Átlag, %p	Konf. intervallum	Pontosság, %	Szórás	Relatív szórás, %	Idő, perc	
							Átlag	szórás
5	1149	36,5	1,7	4,6	29,2	80,0	30,8	6,0
6	1224	41,6	1,7	4,1	30,7	73,8	30,2	6,5
7	1304	51,9	1,6	3,1	29,8	57,4	28,6	7,5
8	1305	55,3	1,6	2,3	29,3	53,0	27,9	7,0
I	566	73,3	1,8	2,5	22,1	30,1	23,0	8,1
II	513	74,9	1,9	2,5	21,8	29,1	20,1	7,6
III	539	79,5	1,7	2,2	20,6	25,9	17,6	6,8
IV	409	80,4	1,9	2,4	19,6	24,4	16,4	5,4

AZ IRÁSBELI ALAPMŰVELETI KÉSZSÉGEK FEJ-^{21. ábra} LŐDÉSENEK ORSZÁGOS SZIVONALA



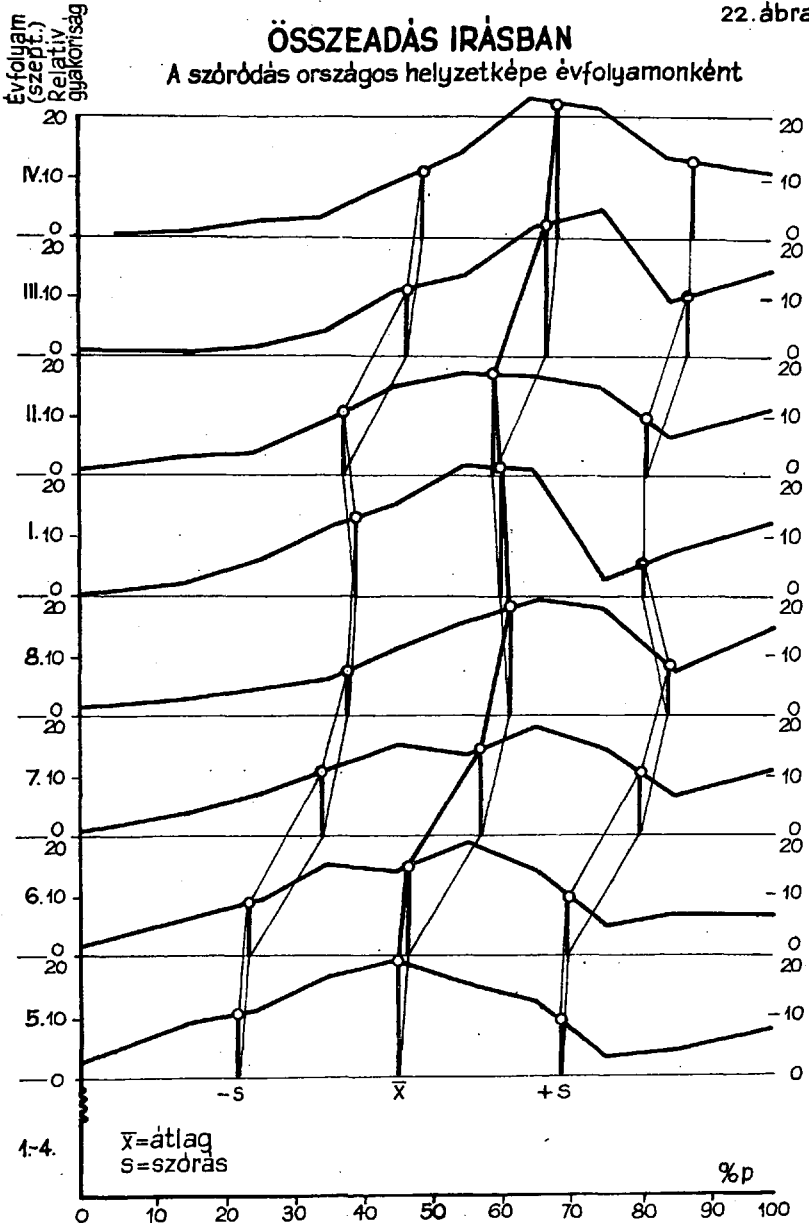
A szóródás helyzetképe
/Relatív gyakoriságok, %/
ÖSSZEADÁS

27. tábla

Teljesítmény, %p	É v f o l y a m o k							
	5	6	7	8	I	II	III	IV
0,0- 5,0	2,0	0,8	0,4	0,8	0,0	0,0	0,2	0,0
5,1-10,0	2,7	2,3	0,9	1,0	0,6	1,6	0,2	0,0
10,1-15,0	3,0	1,0	1,5	1,0	0,1	0,2	0,2	0,5
15,1-20,0	5,9	5,0	1,8	1,8	1,8	2,8	0,2	0,0
20,1-25,0	6,8	0,3	1,3	2,0	0,0	1,2	1,4	2,2
25,1-30,0	4,7	9,0	5,3	2,2	5,5	2,8	0,0	0,0
30,1-35,0	8,6	2,5	3,6	4,1	0,8	3,0	4,2	3,0
35,1-40,0	8,4	12,9	7,3	1,9	10,4	5,9	0,0	0,0
40,1-45,0	12,9	2,3	7,2	11,1	1,0	4,9	10,8	9,2
45,1-50,0	6,8	11,9	7,8	0,4	14,9	10,3	0,2	0,0
50,1-55,0	13,2	2,3	12,6	15,0	0,3	9,8	13,2	13,0
55,1-60,0	2,7	16,7	0,8	1,0	21,3	7,8	0,6	1,7
60,1-65,0	7,3	2,2	15,5	16,0	1,2	14,2	18,8	11,8
65,1-70,0	0,3	11,8	2,8	3,4	19,9	2,8	2,6	11,3
70,1-75,0	2,0	0,7	9,9	12,6	0,3	11,9	19,2	0,0
75,1-80,0	1,2	4,1	4,5	5,5	2,5	3,2	5,5	21,6
80,1-85,0	2,0	1,7	0,6	0,4	2,0	0,8	0,2	0,0
85,1-90,0	2,0	5,0	5,9	6,7	5,3	5,9	8,9	13,5
90,1-95,0	2,8	2,3	0,8	1,5	2,5	1,4	0,4	1,0
95,1-100,0	3,8	4,1	8,5	10,7	8,6	8,4	12,6	10,8

ÖSSZEADÁS IRÁSBAN

A szóródás országos helyzetképe évfolyamonként



A szóródás helyzetképe
/Relatív gyakoriságok, %/
KIVONÁS

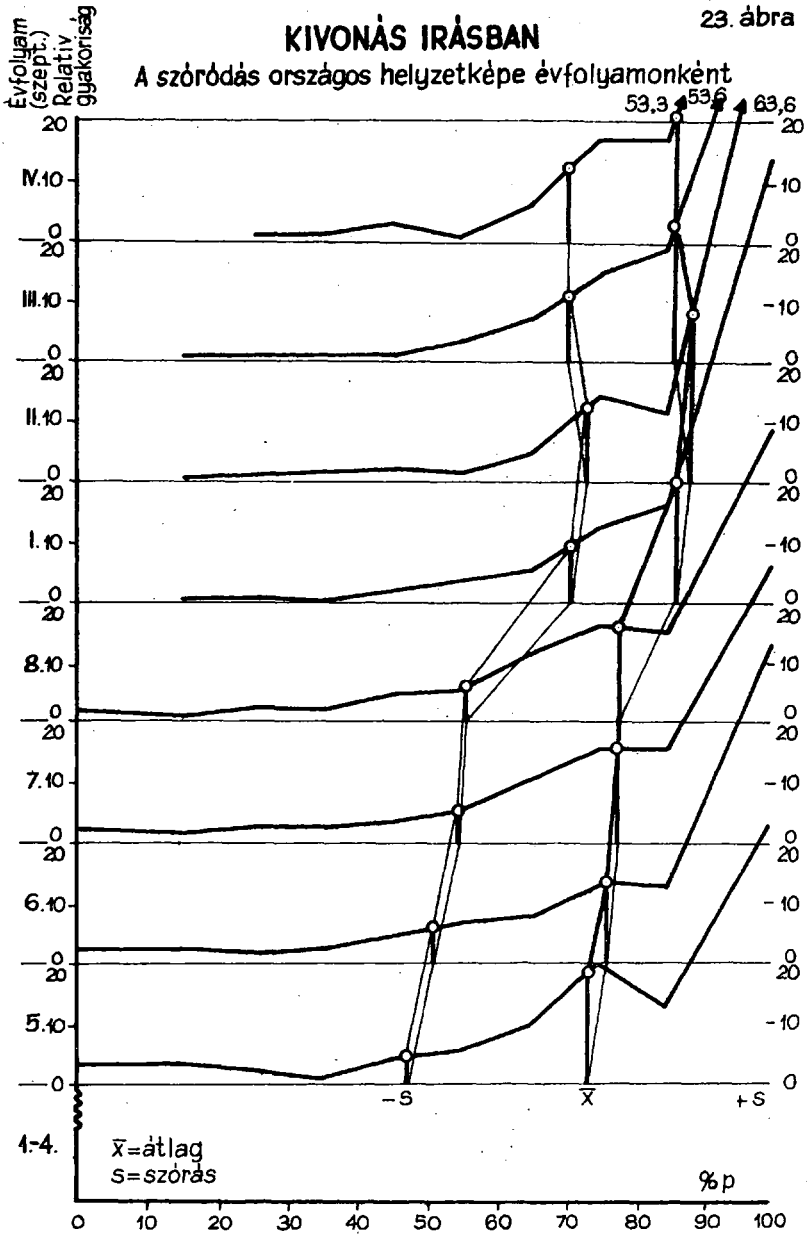
28. tábla

Teljesítmény, %p	É v f o l y a m o k							
	5	6	7	8	I	II	III	IV
0,0- 5,0	2,4	1,1	0,3	0,7	0,0	0,0	0,0	0,0
5,1-10,0	1,3	1,2	1,6	0,6	0,0	0,0	0,2	0,0
10,1-15,0	2,4	1,7	0,9	0,7	0,3	0,2	0,5	0,0
15,1-20,0	1,3	0,8	0,8	0,3	0,0	0,0	0,0	0,0
20,1-25,0	0,6	0,9	1,1	0,1	0,0	0,2	0,0	0,4
25,1-30,0	1,8	1,1	1,3	2,1	0,5	0,4	0,5	0,4
30,1-35,0	0,9	1,9	2,1	1,6	0,0	0,4	0,2	0,0
35,1-40,0	0,6	0,9	0,6	0,4	0,1	0,7	0,2	0,8
40,1-45,0	1,8	1,9	1,6	2,1	0,9	0,7	0,5	1,2
45,1-50,0	2,7	3,3	2,3	2,7	1,1	0,9	0,2	1,2
50,1-55,0	1,3	2,2	2,4	2,4	0,9	0,0	0,0	0,0
55,1-60,0	4,7	4,8	3,1	2,9	2,7	1,2	2,7	0,8
60,1-65,0	7,5	5,3	5,1	6,3	3,8	3,1	4,6	4,6
65,1-70,0	2,6	3,2	5,4	5,3	2,0	1,4	2,1	1,6
70,1-75,0	7,4	6,2	4,1	5,3	3,8	4,6	4,6	6,3
75,1-80,0	12,8	8,0	12,2	11,5	9,2	10,0	10,1	11,3
80,1-85,0	5,0	4,5	7,4	6,7	6,9	2,9	8,4	7,5
85,1-90,0	8,3	9,1	9,1	8,6	10,3	8,8	10,6	10,0
90,1-95,0	17,9	19,6	18,4	18,0	26,7	24,2	22,7	23,5
95,1-100,0	15,7	21,4	19,1	20,7	30,2	39,4	30,9	29,8

KIVONÁS IRÁSBAN

23. ábra

A szóródás országos helyzetképe évfolyamonként



A szóródás helyzetképe
/Relatív gyakoriságok, %/

SZORZÁS

29. tábla

Teljesítmény, %p	É v f o l y a m o k							
	5	6	7	8	I	II	III	IV
0,0- 5,0	8,0	2,8	0,2	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
5,1-10,0	2,3	0,8	0,9	1,0	0,2	0,2	0,0	0,0
10,1-15,0	6,1	4,1	1,8	1,0	0,4	0,0	0,0	0,0
15,1-20,0	4,7	3,0	1,6	0,5	0,2	0,0	0,0	0,0
20,1-25,0	3,7	3,0	3,2	3,6	1,4	0,0	0,0	0,3
25,1-30,0	5,8	4,5	3,0	2,1	0,2	0,0	0,0	0,0
30,1-35,0	3,2	4,5	2,6	2,7	1,1	0,4	0,6	0,7
35,1-40,0	5,8	6,6	5,5	5,7	1,4	0,0	0,9	1,1
40,1-45,0	5,2	5,3	3,5	3,4	1,6	0,4	0,3	0,3
45,1-50,0	6,1	6,9	8,6	9,2	3,5	0,7	5,1	3,6
50,1-55,0	6,5	7,3	5,8	4,2	1,1	0,2	0,6	0,3
55,1-60,0	5,7	6,0	7,8	9,0	7,3	3,3	6,1	7,3
60,1-65,0	7,8	8,6	9,0	8,4	7,0	0,4	3,0	5,9
65,1-70,0	5,3	3,9	4,8	6,5	7,5	6,7	4,8	7,0
70,1-75,0	8,2	10,3	10,4	10,5	14,8	7,9	10,3	14,7
75,1-80,0	2,7	3,6	3,1	3,8	2,8	1,9	1,5	3,6
80,1-85,0	4,6	7,1	12,1	11,2	17,4	18,4	18,9	17,3
85,1-90,0	1,9	2,2	1,6	1,9	3,7	0,0	0,0	0,0
90,1-95,0	3,5	5,4	7,2	8,9	13,9	27,1	23,8	15,4
95,1-100,0	1,8	3,3	6,7	5,4	13,6	31,7	23,5	21,7

A szóródás helyzetképe
/Relatív gyakoriságok, %/
OSZTÁS

30. tábla

Teljesítmény %p	É V F O L Y A M O K							
	5	6	7	8	I	II	III	IV
0,0- 5,0	11,4	4,9	2,3	1,7	0,1	0,0	0,1	0,2
5,1-10,0	17,6	19,2	12,1	8,8	0,0	0,0	0,0	0,0
10,1-15,0	1,2	0,5	0,2	0,8	1,4	0,9	1,1	0,9
15,1-20,0	6,4	8,1	4,7	5,2	0,0	0,0	0,0	0,0
20,1-25,0	5,0	4,2	5,3	5,5	1,9	1,7	0,5	0,0
25,1-30,0	4,6	3,0	0,5	1,0	1,4	1,1	0,3	0,7
30,1-35,0	7,0	11,0	7,4	4,8	0,0	0,3	0,0	0,0
35,1-40,0	3,8	2,7	7,2	7,2	4,9	4,2	3,3	2,9
40,1-45,0	4,8	3,3	1,9	1,9	1,5	2,5	2,2	1,2
45,1-50,0	5,9	5,4	5,5	4,7	0,3	0,0	0,1	0,2
50,1-55,0	3,2	4,4	5,9	7,5	9,8	9,7	7,2	7,5
55,1-60,0	4,3	1,9	3,2	2,6	4,0	5,6	2,4	1,7
60,1-65,0	3,2	5,2	6,9	7,8	0,3	0,1	0,0	0,0
65,1-70,0	5,1	4,1	7,9	7,5	16,2	11,5	12,6	12,7
70,1-75,0	2,3	2,1	2,4	2,8	6,7	8,3	5,5	7,8
75,1-80,0	4,2	4,0	0,3	6,1	0,5	0,1	0,1	0,0
80,1-85,0	2,7	3,7	11,7	8,0	14,4	11,6	13,7	11,0
85,1-90,0	2,0	3,5	2,9	2,5	12,7	14,2	16,1	19,0
90,1-95,0	0,1	0,0	0,3	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0
95,1-100,0	4,1	7,8	10,4	12,6	23,1	27,2	34,1	33,7

F Ü G G E L É K

1. MÉRŐLAPOK ÉS JAVITÓKULCSOK JEGYZÉKE

1. Számírás 27
Javitókulcs 29
2. Mértékváltás 28
Javitókulcs 29
3. Összeadás /százaz számkörben/ 53-54
Javitókulcs 59
4. Kivonás /százaz számkörben/ 55-56
Javitókulcs 59
5. Maradékos bennfoglalás 57-58
Javitókulcs 60
6. Írásbeli összeadás ezres számkörben 90-91
Javitókulcs 100
7. Írásbeli kivonás ezres számkörben 92-93
Javitókulcs 100
8. Írásbeli szorzás egyjegyűvel 94-95
Javitókulcs 101
9. Írásbeli szorzás kétjegyűvel 96-97
Javitókulcs 101
10. Írásbeli osztás egyjegyűvel 98-99
Javitókulcs 101
11. Írásbeli összeadás 116-117
Javitókulcs 124
12. Írásbeli kivonás 118-119
Javitókulcs 124
13. Írásbeli szorzás 120-121
Javitókulcs 125
14. Írásbeli osztás 122-123
Javitókulcs 125

2. TÁBLÁK JEGYZÉKE

1. Számírás, műveletenkénti teljesítmény 34
2. Mértékváltás, műveletenkénti teljesítmény 36
3. Számírás, átlagos teljesítmény 45
4. Mértékváltás, átlagos teljesítmény 46
5. Számírás, a szóródás helyzetképe /relatív gyakoriságok/ 48
6. Mértékváltás, a szóródás helyzetképe /relatív gyakoriságok/ 50
7. Összeadás szóban száz-as számkörben, az átlagteljesítmények fejlődése 72
8. Kivonás szóban száz-as számkörben, az átlagteljesítmények fejlődése 74
9. Maradék-bennfoglalás, az átlagteljesítmények fejlődése 76
10. Összeadás szóban száz-as számkörben, a szóródás országos helyzetképe /általános iskola/ 78
11. Összeadás szóban száz-as számkörben, a szóródás országos helyzetképe /közéiskola/ 79
12. Kivonás szóban száz-as számkörben, a szóródás országos helyzetképe /általános iskola/ 81
13. Kivonás szóban száz-as számkörben, a szóródás országos helyzetképe /közéiskola/ 82
14. Maradék-bennfoglalás, a szóródás országos helyzetképe /általános iskola/ 84
15. Maradék-bennfoglalás, a szóródás országos helyzetképe /közéiskola/ 85
16. Írásbeli alapműveletek ezres számkörben, az átlagteljesítmények fejlődése 104
17. Írásbeli alapműveletek ezres számkörben, a szóródás országos helyzetképe /4. osztály/ 105
18. Írásbeli alapműveletek ezres számkörben, a szóródás országos helyzetképe /8. osztály/ 106
19. /Írásbeli/ összeadás, műveletenkénti teljesítmény 133
20. /Írásbeli/ kivonás, műveletenkénti teljesítmény 135

21. /Írásbeli/ szorzás, műveletenkénti teljesítmény 137
22. /Írásbeli/ osztás, műveletenkénti teljesítmény 139
23. /Írásbeli/ összeadás, átlagos teljesítmény 152
24. /Írásbeli/ kivonás, átlagos teljesítmény 153
25. /Írásbeli/ szorzás, átlagos teljesítmény 154
26. /Írásbeli/ osztás, átlagos teljesítmény 155
27. /Írásbeli/ összeadás, a szóródás helyzetképe 157
28. /Írásbeli/ kivonás, a szóródás helyzetképe 159
29. /Írásbeli/ szorzás, a szóródás helyzetképe 161
30. /Írásbeli/ osztás, a szóródás helyzetképe 163

3. ÁBRÁK JEGYZÉKE

1. Számírás, műveletenkénti és évfolyamonkénti teljesítmény %-ban 35
2. Mértékváltás, műveletenkénti és évfolyamonkénti teljesítmény %-ban 37
3. A számírási és mértékváltási készségek fejlődésének országos színvonala 47
4. Számírás, a szóródás országos helyzetképe évfolyamonként 49/a
5. Mértékváltás, a szóródás országos helyzetképe évfolyamonként 49/b
6. Összeadás szóban száz-as számkörben, a minőség és a tempó fejlődése 73
7. Kivonás szóban száz-as számkörben, a minőség és a tempó fejlődése 75
8. Maradék-bennfoglalás, a minőség és a tempó fejlődése 77
9. Összeadás szóban száz-as számkörben /az átlag és a szóródás országos helyzetképe 80
10. Kivonás szóban száz-as számkörben /az átlag és a szóródás országos helyzetképe/ 83
11. Maradék-bennfoglalás /az átlag és a szóródás országos helyzetképe/ 86
12. Összeadás írásban ezres számkörben /az átlag és a szóródás országos helyzetképe/ 107
13. Írásbeli kivonás ezres számkörben/az átlag és a szóródás helyzetképe/ 108
14. Szorzás egy számjeggyel ezres számkörben /az átlag és a szóródás országos helyzetképe/ 109
15. Szorzás két számjeggyel ezres számkörben /az átlag és a szóródás országos helyzetképe / 110
16. Osztás egy számjeggyel ezres számkörben /az átlag és a szóródás országos helyzetképe 111
17. Összeadás írásban, műveletenkénti és évfolyamonkénti teljesítmény 134
18. Kivonás írásban, műveletenkénti és évfolyamonkénti teljesítmény 136
19. Szorzás írásban, műveletenkénti és évfolyamonkénti teljesítmény 138

20. Osztás írásban, műveletenkénti és évfolyamonkénti teljesítmény 140
21. Az írásbeli alapműveleti készségek fejlődésének országos színvonala 156
22. Összeadás írásban, a szóródás országos helyzetképe évfolyamonként 158
23. Kivonás írásban, a szóródás országos helyzetképe évfolyamonként 160
24. Szorzás írásban, a szóródás országos helyzetképe évfolyamonként 162
25. Osztás írásban, a szóródás országos helyzetképe évfolyamonként 164

T a r t a l o m

Bevezető

Első fejezet ÁLTALÁNOS TUDNIVALÓK

1. A felmérés körülményei 7
2. A tesztek általános jellemzői 9
3. A tesztek értékelő rendszere 11
4. Az országos készség szint adatainak értelmezése 17

Második fejezet SZÁMIRÁS ÉS MÉRTÉKVÁLTÁS

1. A mérés eszközei 22
2. A készségfejlődés országos színvonala 32
 - a/ Műveltenkénti teljesítmény 32
 - b/ Átlagos teljesítmény 39
 - c/ A szóródás helyzetképe 40
3. Konklúziók 42

Harmadik fejezet SZÓBELI SZÁMOLÁS SZÁZAS SZÁMKÖRBE

1. A mérés eszközei 51
2. A készségfejlődés országos színvonala 67
 - a/ Átlagos teljesítmény 67
 - b/ A szóródás helyzetképe 69
3. Konklúziók 70

Negyedik fejezet IRÁSBELI ALAPMŰVELETEK

I. IRÁSBELI ALAPMŰVELETEK EZRES SZÁMKÖRBE

1. A mérés eszközei 87
2. A készségfejlődés országos színvonala 102
 - a/ Átlagos teljesítmény 102
 - b/ A szóródás helyzetképe 103

II. IRÁSBELI ALAPMŰVELETEK MILLIÓS SZÁMKÖRBE

1. A mérés eszközei 112
2. A készségfejlődés országos színvonala 128
 - a/ Műveltenkénti teljesítmény 128
 - b/ Átlagos teljesítmény 142
 - c/ A szóródás helyzetképe 145

Konklúziók

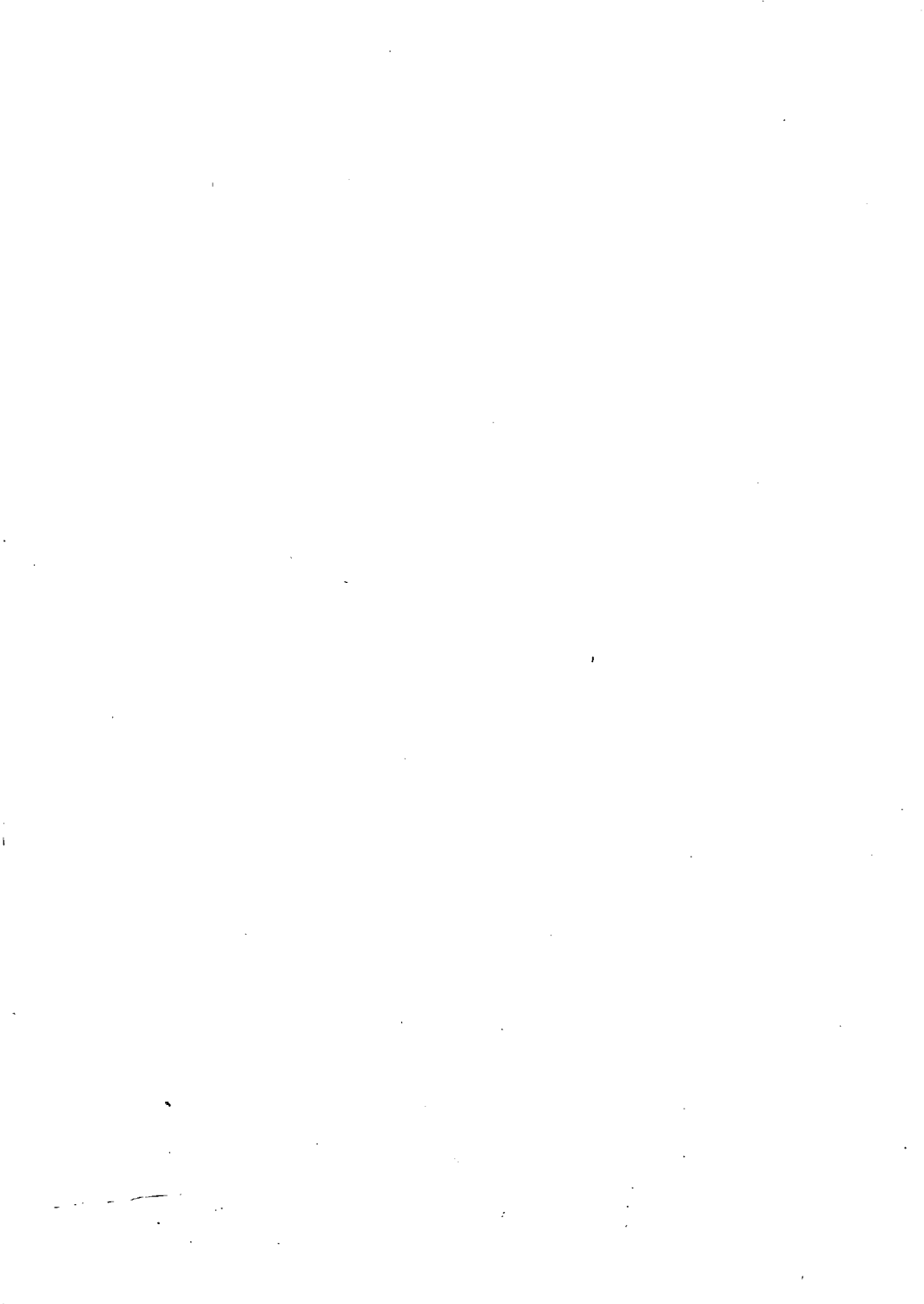
Függelék 165

1. Mérőlapok és javítókulcsok jegyzéke 166
2. Táblák jegyzéke 167
3. Ábrák jegyzéke 169

A

74169





Előkészületben:

ALSÓTAGOZATOS SZÖVEGES FELADATOK
/Feladatbank/

Terv:

IRÁSKÉSZSÉG

ALSÓTAGOZATOS HELYESIRÁSI KÉSZSÉG

OLVASÁSI KÉSZSÉG

SZÖVEGMEGÉRTÉS