

MTA Központi Fizikai Kutató Intézet

Nonparametrikus módszer élettani folyamatok sztochasztikus jelparaméter-
változásainak gyors regisztrálására

Kozmann György és Szlávik Ferenc

Bonyolult (sok paramétertől függő) rendszerek vizsgálatánál a mérhető jelek sokszor u.n. zajos jelek, amelyeknek jellemzése statisztikai módszerekkel lehetséges. A statisztikai vizsgálatok elvégzése a vizsgált rendszer (folyamat) sok értékes összefüggését, tulajdonságát adja meg.

Nyilvánvaló, hogy lehetnek olyan körülmények, ahol a kapható információk nagyon egyértelmű fontossági sorrendbe állíthatók. Ha pedig ilyen fontossági sorrend felépíthető, egy lépés csupán annak kijelentése, hogy sokszor fontosabb egy durva - igen/nem jellegű - információ "gyors" kézhezkapása (a már ezen az alapon is jelezhető következmény sulya miatt), mint az esetleg részletesebb ismeretet nyújtó, de lassan előálló információ.

Az elmondottat három példával illusztráljuk.

- 1) Reaktorzaj veszélyt jelentő instacionaritásának gyors jelzése biztonságvédelmi szempontból fontosabb, mint az, hogy pl. az instacionaritást okozó "ujcsucs" a teljesítménysűrűség spektrum mely részén jelenik meg.
- 2) Kórházi (belgyógyászati vagy sebészeti) őrzőszobáknál (intenzív, postoperatív), vagy kardiológiai megfigyelés esetén a szívüködést leíró hullámformák pontos megismerésénél fontosabb lehet az azok jellegében történő változások jelzése.
- 3) Kiváltott potenciálok átlagolásakor a legalapvetőbb feladat gyakran annak kvantitatív megfogalmazása, hogy az átlagolás egyáltalán elvégezhető-e? Mondható-e, hogy az átlagolásra kerülő hullámalakok csupán additív véletlen jellegű háttérfolyamat következtében térnek el?

A vázolt gyors detektálási feladatok megoldása sokszor közvetlenül, máskor közvetve visszavezethető a Kolmogorov-Szmirnov hipotézis vizsgálati módszerre. A Kolmogorov-Szmirnov módszeren alapuló berendezés és eljárás (a továbbiakban: detektor) "black-box"-szerű működése a vázolt séma alapján képzelhető el (1. ábra).

$$U_{ki} = \begin{cases} 0, & \text{ha } F(x) \text{ elsőrendű eloszlás} \\ & \text{változatlan} \\ 1, & \text{ha } F(x) \text{ megváltozott} \end{cases}$$

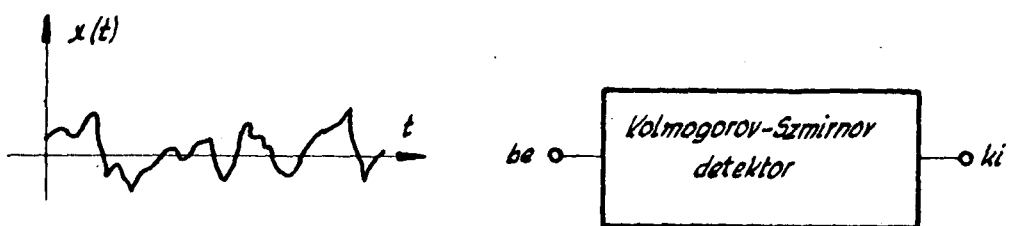
A módszer matematikai alapját a két n elemű független mintából képzett u.n. rendezett mintacsomag, az $F_n(x)$ és $G_n(x)$ "empirikus eloszlásfüggvény" összehasonlítása képezi (Rényi, 1966.), ahol

$$F_n(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } x \leq \xi_1^* \\ \frac{k}{n}, & \text{ha } \xi_k^* \leq x \leq \xi_{k+1}^* \\ 1, & \text{ha } x \geq \xi_n^* \end{cases} \quad (1)$$

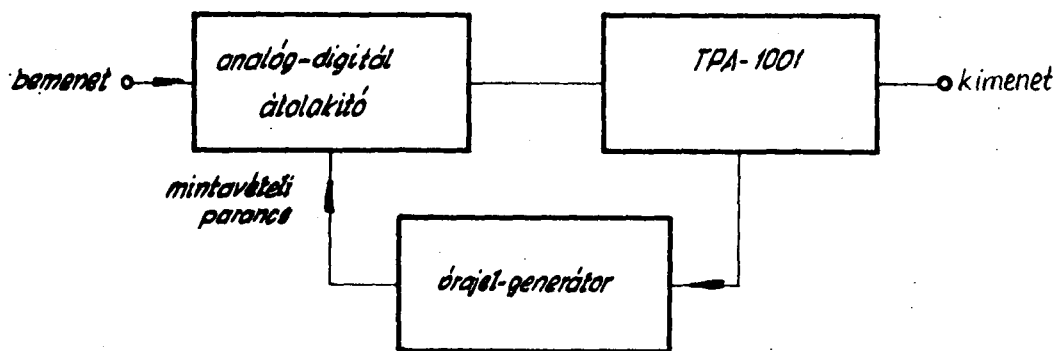
Hasonló strukturájú $G_n(x)$.

A döntés kritériuma, hogy az $|F_n(x) - G_n(x)|$ illetve $[F_n(x) - G_n(x)]$ különbség supremuma mekkora értéket vesz fel. Ez a maximális különbség, a konkrét eloszlás ismerete nélkül, adott hibás döntési valószínűség mellett n adott értékénél előre rögzíthető, ha $F(x) \neq G(x)$.

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left[\frac{\sqrt{n}}{2} \sup_{-\infty < x < \infty} |F_n(x) - G_n(x)| < y \right] = \begin{cases} K(y), & \text{ha } y > 0 \\ 0 & \text{különben} \end{cases} \quad (2)$$



1. ábra



2. ábra

ahol y a döntési küszöb értéke

$$K(y) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k e^{-2k^2 y^2}$$

A hibás döntés alatt itt azt értjük, hogy az "eloszlás változatlan" hipotézist elveti, holott az igaz.

A Kolmogorov-Szmirnov módszer leirt - az eljárás lényegét mutató - formája meglehetősen egyszerű és nem túl sok számítási munkát igényel. A KFKI-ban folytatott vizsgálatok során az Intézetben fejlesztett TPA 1001 kisszámítógépet használtuk (Szlávik, 1971). A TPA-ra támaszkodó detektor blokkvázlata a 2. ábrán látható.

A digitális gépi megvalósítás néhány problémájával (elsősorban a kvantálási hiba hatásával) másutt foglalkozunk (Kozmann, 1972).

A vizsgálatok leirt módja elsősorban az elsőrendű eloszlásban, azon belül is legérzékenyebben a várható értékekben történt változásokat jelzi. Éppen a számítógépes realizálás tesz azonban lehetővé olyan módosítást a kiindulásként szolgáló rendszerben, amelynek segítségével, azzal, hogy az $x(t)$ mintaelemekből valamilyen transzformációval új valószínűségi változókat vezet be, lehetővé válik az $x(t)$ folyamat frekvencia spektrumában történő változások monitorozása, jelalakban történt változás detektálása, stb.

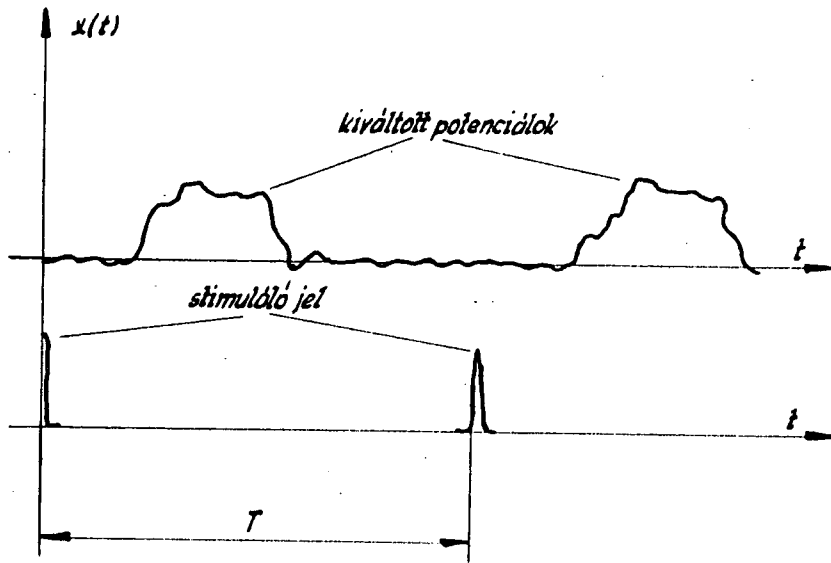
Ilyen lehetséges új valószínűségi változó pl.:

$$\pi = x(t) - x(t-T) \quad (3)$$

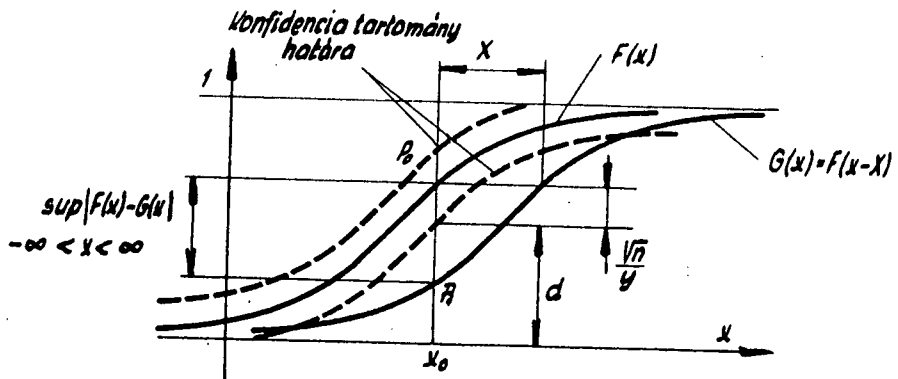
A π valószínűségi változó használata látszik célszerűnek jelalak-változás monitorozása esetén. (pl. kiváltott potenciálok vizsgálatánál) Ilyenkor T fizikai jelentése pl. időkülönbség, ami a két zajjal borított jel kiváltása között (esetleg más referencia paraméter között) eltelik (3. ábra).

Additív jellegű változás a jelalakban a π valószínűségi változó eloszlásfüggvényében, első közelítésben mint várhatóérték-változás jelentkezik.

Ismételten hivatkozunk azonban arra a korábban már említett kritériumra, hogy a mintaelemeknek, így esetünkben a π valószínűségi változó mintaelemeinek függetleneknek kell lenniük. Esetünkben gyakorlatilag ez azt jelenti, hogy a "zaj" komponenshez képest alacsonyfrekvenciás változások kimutatása könnyű, hiszen ilyenkor relative sok mintavételi intervallumon keresztül tapasztalható az empirikus eloszlásfüggvényben az eltolódás.



3. ábra



4. ábra

Az elmondottak kvantitativé is követhetők, az eloszlásokban történt változások "észre nem vételének" valószínűségét meghatározó β érték becslésére alkalmas korlát, az u.n. Csernov határ fogalmának használatával (Komo, 1969.)

E szerint a 4. ábra jelöléseit használva:

$$\beta \leq \left[\left(\frac{p_1}{d} \right)^d \cdot \left(\frac{1-p_1}{1-d} \right)^{1-d} \right]^n$$

(4)

ahol $d = p_0 - \frac{\gamma}{n}$

Látható, hogy n növekedésével adott $|p_0 - p_1|$ értékű maximális eltérést okozó változás észrevételének valószínűsége, a próba "ereje" rohamosan nő.

A változáshoz képest gyors zajhátter esetén tehát olyan vizsgálati algoritmus is elképzelhető, amely nem csak az egész hullámforma (pl. kiváltott potenciál) állandóságáról vagy megváltozásáról mond ítéletet, hanem az egész hullámformát - az n és a mintaelemek függetlenségét biztosító Δt időintervallum által meghatározott méretű - rész-tartományokra bontva a változás időtengelyen elfoglalt hozzávetőleges "helye" is meghatározható.

I R O D A L O M

Rényi A.: Valószínűségszámítás., Tankönyvkiadó, Budapest, 1966.

F. Szlávik et. al.: Development of Correlation Instruments and Measurements Technique ... I.A.E.A. Progress Report, Contr. Number 855/RI/RB, 1971.

Gy. Kozmann - F. Szlávik: Actual Significance Level of Kolmogorov-Smirnov Type Detectors (megjelenés alatt)

J.J. Komo: Chernoff Bounds for the False-Dismisal Probabilities of the Kolmogorov-Smirnov Detector. IEEE Trans. Vol. IT-15. April (1969).