BME Villamosmérnökkari Matematika Tanszék, OTKI
II. Belgyógyászati Tanszék

Vektorkardiogramok identifikációja számitógépes modell felhasználásával

Szabados Tamás, Frey Tamás, Kenedi Péter

I.

A NJSZT 1972. évi kollokviumában beszámoltunk normál és patológiás vektorkardiogramok számitógépes szimulációjáról. Mostani előadásunkban a modell diagnosztikus alkalmazását ismertetjük.

Először röviden összefoglaljuk módszerünk alapvető jellemzőit. A sziv elektromos terének matematikai leirásához a szivet 20 szegmensre osztottuk fel. Minden szegmenst egy dipólus jellemez, amelynek térbeli helyzete, nagysága, időbeli változása megfelel az orvosi szakirodalomban elfogadott értékeknek. /Elsősorban Selvester és munkatársai 1967-ben közölt számitógépes modelljének adatait vettük alapul, amely Scher és Young élettani mérésein nyugszik./ Progrmunkat a Müegyetem Razdan-3 számitógépére készitettük. Modellünkben a különböző patológiás eltéréseket a megfelelő paraméterek változtatásával irtuk le. Ily módon szimuláltuk a kamrai depolarizáció normál és kóros lefolyásait, amint erről a mult évben beszámoltunk.

Jelenlegi célunk, hogy a számitógép a modell paramétereinek alkalmas változtatásával önmüködően reprodukálja a betegről felvett vektorkardiogramot. Az adatokban bekövetkezett változások gyakorlatilag kész diagnózist jelentenek, tekintve, hogy a változók a sziv fizikai állapotát irják le. Ezen az elven alapuló számitógépes diagnosztizáló programot publikáltak például Bellmann és munkatársai 1967-ben, Selvester és munkatársai 1970-ben, Barr és munk atársai 1970-ben, Brody 1972-ben.

II.

A következőkben az általunk alkalmazott matematikai módszert ismertetjük. Célunk a modell által előállitott és a betegről felvett vektorkardiogram eltérésének minimalizálása bizonyos paraméterek szerint, adott élettani és matematikai korlátozó feltételeket figyelembe véve. Ez a

$$Q(\underline{x}) = \int_{t_0}^{t_1} \left[\underline{v}(\underline{x},t) - \underline{a}(t) \right] dt \rightarrow \min!$$

funkcionál globális szélsőértékének megkeresését jelenti, ahol $\underline{a}$ a betegről felvett adatok, $\underline{v}$ a modell által előállitott függvény vektora. A mellékfeltétel a legegyszerübb esetben:

$$v_j = \sum_{i=1}^{N} u_{ij} \,, \qquad j = 1,2,3 \,.$$

$$u_{ij} = k_i \cdot (t_i - t) \cdot u_{ij} \,, \qquad u_{ij}(0) = c_{ij} \,,$$

ahol u_{ij} - vel jelöltük az i-edik szegmens által a j-edik elektródán létrehozott feszültségét.
Ebben a közelitésben a függvény haranggörbe alaku és egy stegmenst 5 adat jellemez.

Használunk pontosabb közelitést is, amelyben egy szegmenst 11 adat ir le.

Az általunk keresett paraméterek az időtől nem függnek, igy egy nem-lineáris programozási feladatot oldhatunk meg.

$$\Delta Q(\underline{x}) = 2 \cdot \left[\int_{t_0}^{t_1} (\underline{v} - \underline{a}) \underline{\Delta v} \, dt \right] + \int_{t_0}^{t_1} (\underline{\Delta v})^2 dt .$$

Másodfoku közelitést használva a

$$\Delta Q(\underline{x}) \cong 2 \cdot \left[\sum_{j=1}^{3} \int_{t_0}^{t_1} (v_j - a_j) \left(\frac{\partial v_j}{\partial \underline{x}} \right)^T dt \right] \cdot \underline{\Delta x} +$$

$$+ \underline{\Delta x}^T \cdot \left\{ \sum_{j=1}^{3} \left[\int_{t_0}^{t_1} (v_j - a_j) \frac{\partial^2 v_j}{\partial \underline{x}^2} dt + \int_{t_0}^{t_1} \frac{\partial v_j}{\partial x} \circ \frac{\partial v_j}{\partial \underline{x}} \cdot dt \right] \right\} \cdot \underline{\Delta x}$$

Röviden irva:

$$\Delta Q(\underline{x}) = 2 \cdot \underline{c}^T \cdot \underline{\Delta x} + \underline{\Delta x}^T \cdot \underline{\underline{B}} \cdot \underline{\Delta x} \qquad \text{és}$$

ezzel a Newton-módszerre jutottunk, mivel az optimális $\underline{\Delta x}$:

$\underline{\Delta x} = -\underline{\underline{B}}^{-1} \cdot \underline{c}$, illetve ennek a vektornak α -szorosa:

$$\underline{\Delta x}^o = -\alpha \cdot \underline{\underline{B}}^{-1} \cdot \underline{c} \ ,$$

ahol α -t egydimenziós minimalizálással lehet meghatározni.

Ez ugy történik, hogy α = 1 választás mellett a kapott ponton és az eredeti ponton át - felhasználva az iránymenti deriváltat - egy másodfoku parabolát fektetünk. Meghatározzuk a parabola minimumához tartozó α -t, kiszámitjuk a függvényértéket és igy tovább mindaddig, amig a tényleges csökkenés el nem éri a parabolával számitott csökkenés felét.

Az eljárás hatékonysága szempontjából rendkivül fontos az élettani és matematikai korlátozó feltételek figyelembevételének módja. Ugy találtuk, hogy esetünkben erre a SUMT /sequential unconstrained minimization technique/ tipusu, Fiacco és Mc Cormick által 1968-ban publikált eljárás a legalkalmasabb.

Ennél adott a nemlineáris programozási feladat:

$$
\begin{aligned}
& Q(\underline{x}) \to \min! \\
& h_i(\underline{x}) = 0 \qquad i = 1,2,\ldots m \\
& g_j(\underline{x}) \geq 0 \qquad j = 1,2,\ldots p
\end{aligned}
$$

és a minimalizálandó függvényt egy büntetésfüggvénnyel egészitjük ki.

A továbbiakban az igy kapott

$$P(\underline{x}, r_k) = Q(\underline{x}) + \frac{1}{r_k} \cdot \sum_{i=1}^{m} h_i^2(\underline{x}) - r_k \cdot \sum_{j=1}^{p} \ln\left[g_j(\underline{x})\right]$$

függvényt minimalizáljuk. Egy minimum-keresés alatt r_k rögzitve van. A módszer lényege, hogy feltétel nélküli szélsőérték-keresések sorozatát hajtjuk végre, egyre csökkenő r_k mellett. Igazolható, hogy megfelelő feltételek esetén - amelyek lényegileg $P(\underline{x}, r_k)$ konvexitását biztositják - a feltételes szélsőértékhez fog konvergálni az eljárás.

Az algoritmus meggyorsitható extrapolációval, ugyanis az egymásutáni $\underline{x}^o(r_k)$ minimumok r_k függvényében olyan Taylor-sorral közelithetők, amely gyorsan konvergál, ha r_k elég kicsi.

III.

Az ismertetett módszert egy egyszerübb problémán próbáltuk ki. Itt az általunk "vezető gömb" modellnek nevezett közelitést használtuk, amikor az emberi testet vezető anyagból álló gömbbel modelleztük, amelyben az átlagos térbeli helyzetnek megfelelően helyezkednek el a szivet leiró szegmensek, illetve a felületen az elektródok. Ezekután a feladat az volt, hogy egy konkrét normális vektorkárdiogramot megadva a gép önmüködően határozza meg az ehhez tartozó geometriai konfigurációt. Ez a probléma azért alkalmas a kisérletezésre, mert a tárgyfüggvény csak 13 változós, igy viszonylag könnyebben és gyorsabban minimalizálható.

Az ismertetett módszert ezen az uton kisérleteztük ki és hasonlitottuk össze más eljárásokkal. Az egyik tanulság az volt, hogy a konvergencia gyorsasága és az eredmény realitása nagyrészt azon mulik, hogy a büntetésfüggvény mennyire tükrözi a valóságot. Mindenesetre a számitás még ebben az egyszerübb esetben is sok gépidőt követel.

IV.

Jelenleg tulajdonképpeni célunkon, patológiás vektorkardiogramok identifikációján dolgozunk.

A paraméterszám csökkenése céljából az emlitett 5 paraméterrel leirt szegmenseket használjuk. Modellünkben 20 szegmens van, igy összesen 100 változós függvényt kell minimalizálni. A változók száma közel egyezik a bevitelre kerülő adatok számával /ami pl. 2 msec-os mintavétel esetén kb. 120/. A gyorsabb számolás és a reálisabb eredmény céljából megkiséreljük kevesebb /5-10/ szegmens alkalmazását is.

Mivel a Newton-módszer mátrixinvertálást kiván, a nagyméretü mátrix miatt célszerü un. változó metrikáju módszert alkalmazni, amely az eljárás müködése közben iterálja magát a Jacobi-mátrix inverzét is, mátrixinverzió nélkül.

A büntetésfüggvény megkonstruálásához elkészitettük a sziv ingerületvezetésének gráfját /1. és 2. ábra/. Az átlagos vezetési időket és a dipólusmomentum átlagos irányát ennek alapján figyelembe tudjuk venni. Ez a büntetésfüggvény természetesen nem merev matematikai korlátokat, hanem fizikai képet tükröz. Ezért itt nincs szükség az emlitett SUMT tipusu eljárásra, amely egyre csökkenti a büntetésfüggvény együtthatóját.

A paraméterértékek, amelyeket az eljárás eredményeként kapunk, egyértelmü összefüggésben vannak a fizikai állapottal; igy ha összevetjük az átlagos adatokkal, a diagnózis leolvasható.

A jelenlegi modell a kamrai depolarizációt irja le, igy myocardialis infarctusok, hypertrophia, intraventricularis vezetési zavarok felismerését teszi lehetővé. Tervezzük a szimuláció kibővitését a teljes szivciklusra, hogy egyéb betegségek azonositására is lehetőség nyiljék.

Az előzetes kisérletekből tudjuk, hogy az identifikációs eljárás igen sok időt vesz igénybe. Mindenesetre egy ilyen program, ha jelenleg nem is alkalmas tömeges vizsgálatokra, de az elméleti orvosi kutatásnak hasznos segédeszközt jelenthet.

I r o d a l o m

Barr,R.C., Pilkington, T.C., Boineau,J.P., Rogers,C.L.: An inverse ecg solution with an on-off model. IEEE Transect. Bio-Med, Eng. 1970. 17. 49.

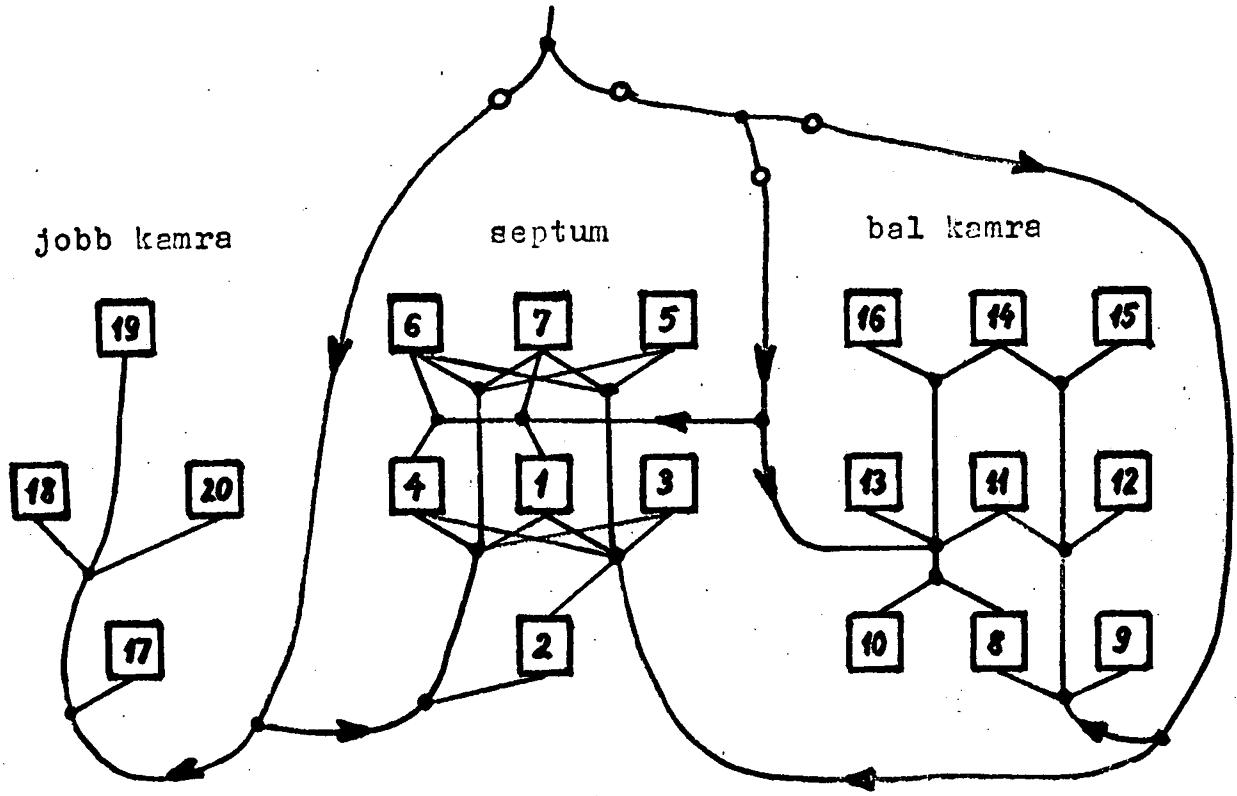
Fiacco,A.V., Mc Cormick,G.P.: Nonlinear programming: Sequential unconstrained minimization techniques. Wiley, New York 1968.

Himmelblau,D.M.: Applied nonlinear programming Mc Graw-Hill New York 1972.

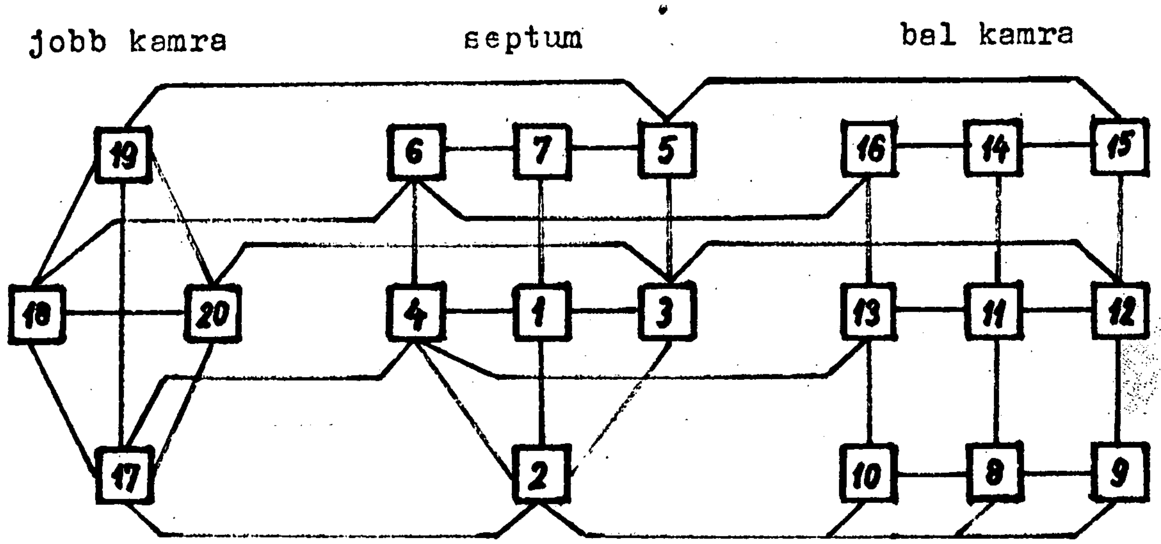
Kenedi P., Szabados T., Frey T., Scharczmann P.: Normális és pathológiás vektorkardiogram számitógépes szimulációja. 3. Neumann Kollokvium. Szeged, 1972.

Selvester,R.H., Kalaba,R., Collier,C.R., Bellmann,R., Kagiwada,H.: A digital computer model of the vector-cardiogram with distance and boundary effects: simulated myocardial infarction. Amer. Heart J. 1967. 74. 792.

Selvester,R.H., Palmersheim,J.,Pearson,R.B.: VCG inverse model for the prediction of myocardial disease.Proc. XI.th Int. Symp. Vectorcardiography. Amsterdam-London 1970.



1. ábra.
az ingerületvezető rostok gráfja



2. ábra.
a rostról rostra való ingerület-
terjedés gráfja