MTA Központi Fizikai Kutató Intézet

Uj, szuboptimális lényegkiemelési eljárás surface mapping szivvizsgálatoknál

Békési Sándor

A surface mapping /SM/ szivvizsgálatok az információ veszteség elkerülésének érdekében nagyszámu /100-nál több/ mellkasfelszini ponton végzett EKG ill. szivhang méréseketn alapulnak. A mérés, valamint a keletkező adatmennyiség tárolása, feldolgozása számos müszaki problémát vet fel, következésképpen célszerü olyan vizsgálatok elvégzése, amelyek az eljárást egyszerüsitve segithetik a rutinszerü klinikai alkalmazás megvalósitását és elterjedését.

Az SM mérések eredményeként kapott adatok belső redundanciája nagyon magas. A KFKI-ban olyan - kisgépes rendszeren is futtatható - algoritmust fejlesztettünk ki, amely ebből az adathalmazból kiemeli a lényeges elemeket, és egyuttal geometriailag is egyértelmüen lokalizálja őket egy-egy mellkasfelszini ponthoz. Szemben a klasszikus módszerekkel, az algoritmus nem a faktoranalizisben szokásos saját vektor - saját érték probléma megoldásának egy változata [1], hanem a lineáris algebrából ismeretes Gram--Schmidt ortogonalizálási eljárást alkalmazza. Ez a módszer hatékonyságát tekintve rosszabb a bizonyithatóan optimális faktoranalizisnél [2], de programozhatóságát, az igényelt konfigurációt és futási időt, valamint a közvetlen geometriailag is értelmezhető eredményt tekintve jóval előnyösebb tulajdonságokkal rendelkezik.

Legyen N_s a mellkasfelszinen a mérési pontok száma. A mérések eredményeként rendelkezésre álló időfüggvényeket jelölje $\{V_s(i,t)\}_{i=1}^{N_3}$ $t \in T$. Tekintettel a diszkrét időskálára, ezek egyetlen $\underline{\underline{V}}_s$ mátrix-szal reprezentálhatók:

$$\underline{V}_s(i) = [V_s(i,t_o), V_s(i,t_1), \ldots\ldots V_s(i,t_{N_t})] = V_i$$

Tekinthetjük az egyes pontokon mért értékeket különböző valószinüségi változók realizációjának. Ekkor N_s valószinüségi változó egyenként N_t db realizációja áll rendelkezésünkre. E változókat egy lineáris, metrikus tér elemeiként foghatjuk fel, ahol a normát a belső szorzatból származtatjuk. A belső szorzat definiciószerüen:

$$(V_i, V_j) \triangleq E[(V_i - E(V_i))(V_j - E(V_j))] \tag{1}$$

ahol E a várható érték képzést jelöli. A norma:

$$\|V\| = \sqrt{(V,V)} \tag{2}$$

A továbbiakban feltesszük, hogy $\left\{E(V_i) = 0\right\}_{i=1}^{N_s}$. Ekkor két változó korrelációs együtthatója:

$$R(V_i,V_j) = \frac{E(V_i,V_j)}{D(V_i)D(V_j)} = \frac{(V_i,V_j)}{\|V_i\|\,\|V_j\|} \tag{3}$$

Ha két változó korrelálatlan, akkor belső szorzatuk zérus, tehát ortogonálisak. Az N_s db változó által reprezentált átlagteljesitmény

$$P = \sum_{i=1}^{N_s} E(V_i^2) = \sum_{i=1}^{N_s} \|V_i\|^2 \tag{4}$$

Célunk egy olyan transzformáció megkeresése, amely a fenti térben az adott N_s valószinüségi változót ortogonalizálja, de ugy, hogy az eredményként kapott $\left\{V_i'\right\}_{i=1}^{N_s}$ vektorok közül kiválasztható legyen $N_g \ll N_s$ db, az alábbi feltétel teljesülése mellett:

$$P' = \sum_{i=1}^{N_s} \|\hat{V}_i\|^2 \cong \sum_{i=1}^{N_s} \|V_i\|^2 \tag{5/a}$$

vagy

$$P_\varepsilon = \frac{P - P'}{P} \leq \varepsilon \tag{5/b}$$

ahol ε a megengedett hiba, $\hat{V}_i$ pedig V_i becslése a $\{V'_i\}_{i=1}^{N_g}$ alapján.

Az optimális transzformáció rögzitett ε mellett minimalizálja N_g-t, ill. rögzitett N_g mellett minimalizálja ε-t. Az optimális transzformáció a faktoranalizis segitségével a $\underline{\underline{V}}_s \underline{\underline{V}}_s^T$ mátrix sajátvektoraiból állitható elő.

A Gram-Schmidt eljárás szerint a $\{V_i\}$ vektorokból ortogonális $\{V'_i\}$ rendszer alakitható ki az alábbi módon:

$$
\begin{aligned}
V'_1 &= V_1 \\
V'_2 &= V_2 - \frac{(V'_1, V_2)}{\| V'_1 \|^2} V'_1 \\
&\vdots \\
V'_i &= V_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{(V'_j, V_i)}{\| V'_j \|^2} V'_j \\
&\vdots
\end{aligned}
\qquad (6)
$$

Kérdés, milyen sorrendben kell a (6) transzformációt végrehajtani, hogy az első N_g vektor már a kivánt nagyságrendü P'-t megadja. Amennyiben N_s vektorból önkényesen kiválasztjuk elsőként a j-dik elemet, akkor:

$$P'_j = \sum_{i=1}^{N_s} R^2(V_i, V_j)\|V_i\|^2 \qquad (7)$$

A P'_j értéket $j = 1, \ldots N_s$-ra kiszámitva azt a vektort kell kiemelnünk, amelyre P'_j maximális. A többi elemből V_j ortogonális vetületét levonva /lásd a (6) egyenleteket/ egy V_j-re merőleges hipersikot kapunk, az ebben levő vektorok által képviselt hibateljesitmény:

$$P_{\mathcal{E}} = P - P'_{jmax} = \sum_{i=1}^{N_s} (1 - R^2(V_i, V_{jmax}))\|V_i\|^2 \qquad (8)$$

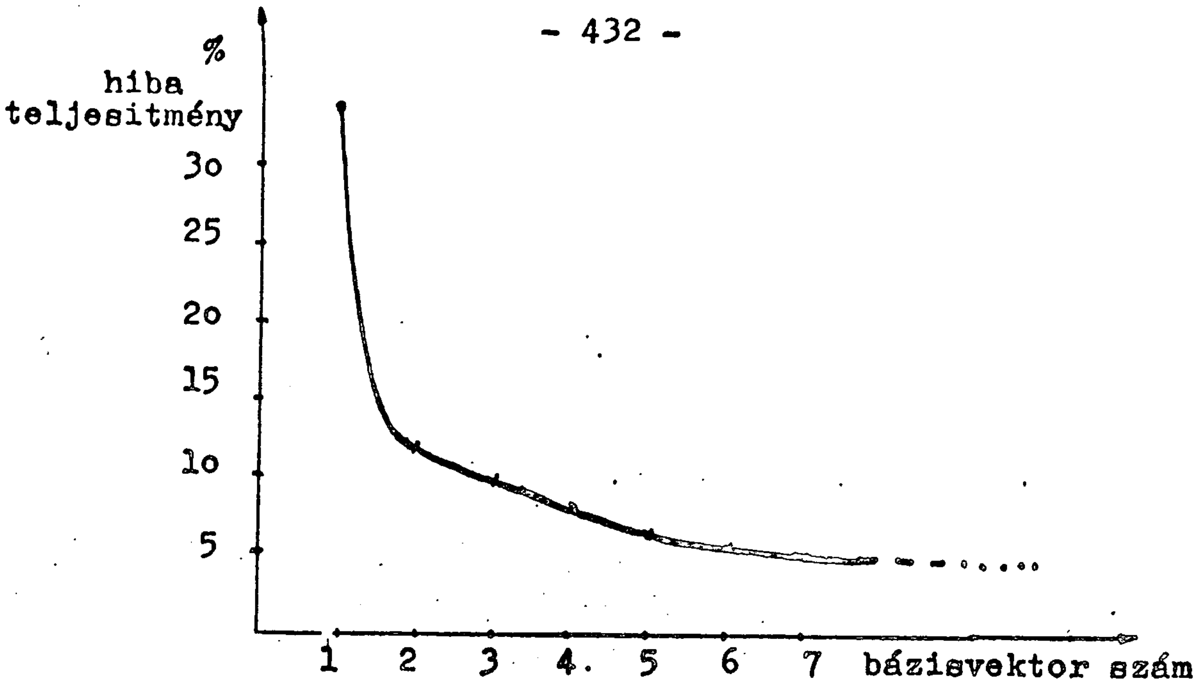
Az eredményül kapott hipersikra, amely tehát már csak N_s-1 vektort tartalmaz, a fenti eljárás megismétlésével az ortogonalizálás tovább folytatható. Az algoritmus akkor áll meg, amikor elértük az (5) szerinti hibakorlátot. A számitások folyamán minden ciklusban szükség van az ujonnan létrejövő változók normájának és korrelációs mátrixának ismeretére. Szerencsére ezek rekurziv módon számithatók [3].

Az ismertetett eljárás alkalmazhatóságát heurisztikusan az indokolja, hogy a magas redundanciaszint következtében a korrelációs mátrixot alkotó elemek jelentős része abszolut értékben 1-hez közel áll, következésképpen azt várjuk, hogy az algoritmus beinditásakor a (7) szerint P' értéke magas lesz, és nem tul kis ε esetén az eljárás megközelitheti a faktoranalizis hatékonyságát. A szuboptimális jelleg kis ε esetén ugrik ki, a konvergencia ekkor lelassul.

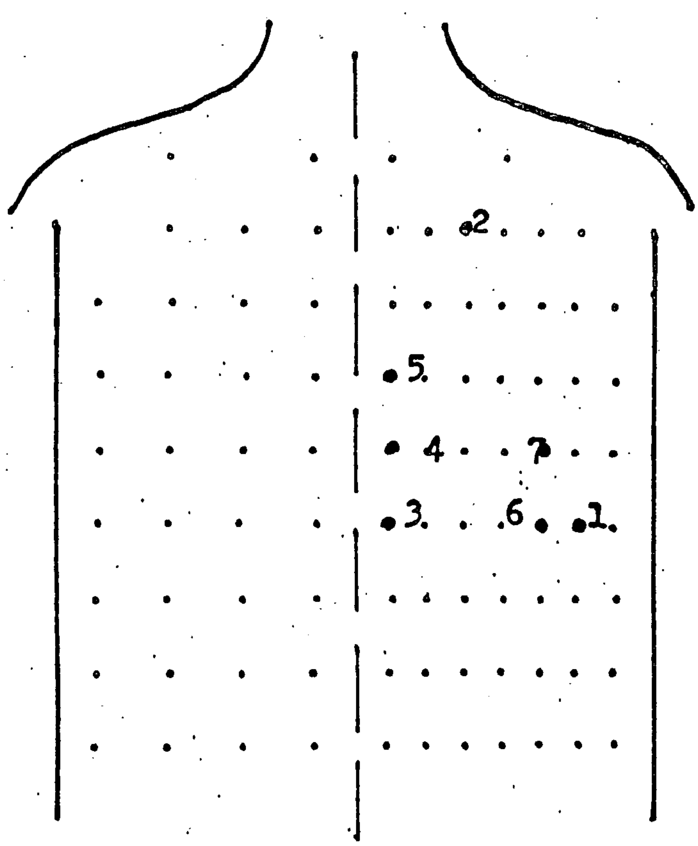
A Gram-Schmidt eljárás két igen fontos tulajdonsággal rendelkezik:

- a faktoranalizisnél egyszerübb és gyorsabb számitásmenet. /Egy 100 x 100 dimenzióju mátrix saját értékeit számitani pl. egy 16 K operativ memóriáju TPA/i-n illuzórikus./
- eredményként közvetlenül megkapjuk a leglényegesebb mérési pontokat, amit a faktoranalizis nem tud meghatározni.

Az algoritmus hatékonyságát illetően a KFKI TPA/i-s konfigurációján előzetes vizsgálatokat végeztünk EKG felszini térképek adataival /138 pont, pontonként 256 minta/ [3]. Az eredmények szerint ε = 0,05 értékig a Gram-Schmidt eljárás jól megközeliti az optimális faktoranalizist. Az eredményt pl. egy bal Tawaraszár blokkban szenvedő paciens esetében az 1. és 2. ábrák mutatják. Látható, hogy az első lépéseknél a szuboptimális jelleg még nem érvényesül,



1 ábra
Hibateljesitmény-bázisvektor szám eloszlás Gram-Schmidt eljárás esetén



2 ábra
A legfontosabb mellkasfelszini pontok Gram-Schmidt ortogonalizálást alkalmazva

hiszen a teljes mellkasfelszini átlagteljesitmény 85 %-ban leirható az első két bázisvektorral.

Várható, hogy nagygépes konfiguráción tömeges vizsgálatokat végezve ajánlásokat lehet adni arra vonatkozóan, hogy különböző szivbetegségek esetén milyen mellkasfelszini pontokra kell figyelmet forditani. Igy a mérési pontok száma redukálható, és az SM technika a klinikai gyakorlat fontos diagnosztikai eszközévé válhat.

I r o d a l o m

[1] R. C. Barr, M. S. Spach, G. S. Herman-Giddens: Selection of the Number and Positions of Measuring Locations for Electrocardiography, IEEE T-BME-18. No. 2. 1971.

[2] W. John, H. Wahle: A faktoranalizis és alkalmazása, Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest, 1974.

[3] Békési Sándor: Adatkompresszió és lényegkiemelés SM szivvizsgálatoknál, Szakdolgozat, 1978.