ELOSZTOTT PARAMÉTEREKKEL VEZÉRELT FORMÁLIS NEURONRENDSZER

Szelezsán János

KSH Államigazgatási Számitógépes Szolgálat

A neuronok müködésének formális leirására Mc-Culloch és Pitts megalkotta formális neuron fogalmát. Erre a fogalomra támaszkodva F. Rosenblatt kidolgozta a neurodinamika elméletét, a perceptron elméletet [1].

A formális neuront n+1 paraméterrel adjuk meg: a Θ küszöbelemmel és a $w_1,\ldots,w_n$ sulyokkal. Tegyük fel, hogy a neuronnak n számu bemenete van, és jelöljük x_i-vel az i-edik bemenetre érkező hatást /bemenőjel/.

A formális neuron müködését egy

$$P(\Sigma w_i x_i, \Theta)$$

predikátummal irjuk le, amely igaz értéket vesz fel, ha $w_i x_i \geq \Theta$ teljesül, és hamis értéket az ellenkező esetben. Ez a predikátum generálja a neuron outputját, vagy reakcióját a bemenetek hatására.

Dolgozatunkban a Mc-Culloch-Pitts modellt általánositjuk: feltesszük, hogy w_i és Θ az időtől függő nem konstans függvények, tehát a neuron dinamikus és az idő nem diszkrét. Feltesszük ezen kivül, hogy a bemenetek száma nem véges.

Tegyük fel, hogy az inputra érkező hatásokat /jeleket/ a $\varphi_1(t)$, $\varphi_2(t)$, ..., $\varphi_n(t)$, ... függvények irják le; legyenek a W_i sulyok két változós függvények, és tekintsük a

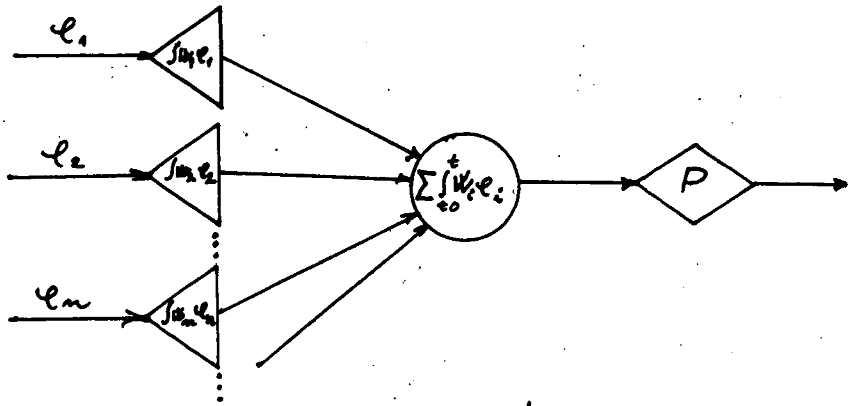
$$Q_i(t) = w_i\varphi_i = \int_{t_0}^{t} W_i(t,\tau)\varphi_i(\tau)d\tau$$

transzformációt. Számos folyamat irható le /az un. szürők/ a fenti kifejezéssel. A $W_i(t,\tau)$ függvényt impulzus-átmeneti függvénynek nevezzük, $Q_i(t)$ pedig a kimenő jel, amibe a transzformáció a $\varphi_i(t)$ bemenőjelet átviszi.

A fenti formális neuron bemenetei tehát a szürők, a bemenő hatásokat megszürve engedik tovább.

A fenti jelölésekkel az általánositott formális neuron strukturája az 1. ábrán látható, ahol, ha $P(\Sigma w_i\varphi_i, \Theta)$ igaz, akkor r=1, és r=0, ha $P(\Sigma w_i\varphi_i, \Theta)$ hamis.

Dolgozatunkban a formális neuron "asszimptotikus" viselkedését vizsgáljuk, vagyis azt, hogy mi történik a neuronban "elég hosszu" idő után, azaz $t\to\infty$ esetén. Pontosabban azt elemezzük, milyen tulajdonságu $W_i(t,\tau)$ függvények mellett veszitik el a bemenetek a neuron szempontjából a szürőképességüket.



1. ábra

Be lehet bizonyitani az alábbi állitást: annak szükséges és elégséges feltétele, hogy

$$\lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{\infty} Q_i(t) = \lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i(t)$$

teljesüljön az, hogy $W_i(t,\tau)$ kielégitse az alábbi feltételeket:

1. $\int_{t_0}^{t} W_n(t,\tau)d\tau < K_0$

2. $\sum_{j=1}^{n} \int_{t_0}^{t} [W_j(t,\tau) - W_{j+1}(t,\tau)]d\tau < K_1$

3. $\lim_{t\to\infty} W_1(t,\tau) = \ldots = \lim_{t\to\infty} W_n(t,\tau) = \ldots$

4. $\lim_{t\to\infty} \int_{t_0}^{t} W_n(t,\tau)d\tau = 1$

A fenti tételt interpretálva azt kapjuk, hogy az általunk definiált dinamikus formális neuronban elegendően hosszu idő után, azaz $t\to\infty$ mellett az összegező már "érzéketlen" az inputok szürő hatására, hiszen

$$\lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \int_{t_0}^{t} W_i(t,\tau)\varphi_i(\tau)d\tau = \lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i(t)$$

azaz a P predikátum értéke $t=\infty$ esetén csak a bemenőjelek összhatásától függ, vagyis ezeket a jeleket ebben az időpontban az input elemek már nem transzformálják. Ez azt jelenti, hogy

$$P\left(\lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \int_{t_0}^{t} W_i(t,\tau)\varphi_i(\tau)d\tau \geq \lim_{t\to\infty}\Theta(t)\right) = P\left(\lim_{t\to\infty} \sum_{i=1}^{\infty} \varphi_i(t) \geq \lim_{t\to\infty}\Theta(t)\right)$$

A fentiekben ismertetett modellel kezelhetők pl. az elosztott paraméterü folyamatok, többek között a hőfolyamatok. Ezeket ugyanis az

$$u(x,t) = \int_{t_0}^{t} K(x,t,s)\varphi(s)ds$$

tipusu függvényekkel irhatjuk le. Ha itt x_0-t rögzitjük, akkor a

$$Q(t) = \int_{t_0}^{t} K(x_0,t,s)\,\varphi(s)ds$$

kifejezéshez jutunk, ami a φ hatásra nézve egy szürő.

Hőfolyamatok esetén a $\varphi(t)$ függvény peremfeltétel. Amennyiben a formális neuronban az inputon keresztül hőfolyamat megy végbe, akkor az előbbi eredmény ugy értelmezhető, hogy speciális K esetén, $t\to\infty$ mellett a neuront a peremfeltétel "vezérli" azaz a neuron viselkedése a peremen megadott hőeloszlástól függ.

Irodalom

[1] F. Rosenblatt: Principles of Neurodynamics, Spartan Books, 1962.