Meg kell változtatnunk a közvéleményt! Elégedjünk meg inkább évi 100—150 sorral kevesebb fordítási anyaggal, de szakítsunk időt annak az elmondására, hogy mily élvezetben volt részünk a latin költők olvasásakor: hirdessük az ihlet meggyőző szavaival, hogy lelkünkbe zártuk idegenszerű, különös s mégis oly rokon, velünk azonos hőseiket! Csak így kelthetjük fel az érdeklődést, s csak így láttathatjuk be, hogy az előírt olvasmányok valóban szépirodalmi termékek.

Ha ezt elértük, nyert ügyünk van. Az antik szépség iránt fogékonnyá tett lelkeket könnyű munka bevezetni az olvasás titkaiba. A magukban érdektelen aprólékosságok — jellemjegyek, mesemozzanatok, stilisztikai alakzatok, versmértékek — nyomban érdekessé lesznek, ha kimutatjuk, hogy ezek mind más-más módon, de közös célt szolgálnak: az ember életteljes ábrázolását. Ha csak szakkifejezéseket sajátítanak el, s felismerik, hogy mit milyen címkével kell ellátni — ennek nincs semmi komoly értelme. De ha felsírt a lelkük egy másik léleknek a metaphorából rájuk ömlő fájdalmán — megtanultak olvasni! Hatalmas lépéssel jutottak közelebb ahhoz, hogy évszázadok távolságán át is meghallják az Ember mindig más és örökegy dalát. És Jókai, Mikszáth, Arany, Goethe, Tolsztoj, Flauberten kívül Horatiust, Vergiliust, Ovidiust is utitársaikként köszöntik.

Vajda László.

A mennyiségtani példák tanításáról.

A Nevelésügyi Szemle f. évi januári számában Pajor Elemér cikket írt az egyenletek felállításának nehézségeiről. A benne kifejtett tanulságos gondolatok és gyakorlati útbaigazítások azonban olyanok, hogy általánosan alkalmazhatók nemcsak az egyenletekre, hanem a többi matematikai feladatra is, különösen az ú. n. szöveges példákra. Ezekhez csatlakozik ez a dolgozat: a Pajor dolgozatában foglaltakat akarja kibővíteni és továbbfejleszteni. Azonkívül a gyakorlati kivitellel is foglalkozik. Megjegyzem, hogy Pajor Elemér cikkének megjelenésekor kéziratban már félig készen volt ez a dolgozat is. Azonban egyes részek időszerűtlenné váltak benne, mert ugyanazok a gondolatok tökéletesebben és részletesebben kidolgozva Pajor cikkében is megjelentek azóta. Azt hiszem, ez az egyezés nem a véletlen műve, hanem az illető gondolatoknak és elveknek logikai szükségszerűségéből és fontosságából fakadt. Elnézését kérem az olvasónak, ha ezekből az egyező gondolatokból az ismételt átdolgozás után is maradt esetleg valami.

A matematikai gondolkozás fejlesztésének egyik leghathatósabb eszköze a „példák" megoldása. A találékonyságot, melynek a matematikában is döntő fontossága van, a példák gyakorlása rendkívül fejleszti. Ezek megoldása közben jön rá a tanuló, hogy miként lehet az elvont képleteket és élettelennek látszó szabályokat a gondolkodó ész hű szolgájává tenni, sőt a mindennapi életben vagy a fizikában előforduló gyakorlati feladatok megoldására is felhasználni. Vagy pedig fordítva, az egyes példák kidolgozásánál észreveszi a tanuló, hogy mikép lehet az eddig különálló eljárásokat általános szabályba vagy képletbe összefoglalni. (Erről a kérdésről és általában a matematikai oktatás fontosságáról és jelentőségéről bő tájékoztatást ad Lietzmann a „Methodik des math. Unterrichts“ című könyvében.)

Különösen a szöveges példáknak óriási előnye, hogy kevés bennük a sablonszerűség, hanem majdnem mindegyikben új meggondolások, új logikai következtetések szükségesek. A szöveges példák a matematikai gondolkodásnak valóságos nevelő mesterei. Ezért sohase hagyjuk a megoldásokat gépies munkává süllyedni. Ne engedjük meg a diáknak, hogy a példa elmondása után rögtön jelöléseket és egyenleteket kezdjen írni. Kitartó munkával szoktassuk rá, hogy mielőtt a megoldásokba belekezd, egy kisebb fajta tervet készitsen el. Pl. ilyenformán: Először kiszámítjuk a Pythagoras tétel segítségével a magasságot. Mivel az alapot ismerjük, a háromszög területét fel tudjuk már írni. Ebből a kérdéses háromszög alakú föld árát egyszerű szorzással meghatározzuk.

Ha a terv kigondolása magától nem menne, mert a példa bonyolult, vagy a felszólított tanuló gyengébb felfogású, akkor megfelelően intézett kérdesekkel segítenünk kell. Egy ilyen kérdéssorozatot nagyjából a következőképen képzelhetünk el:

Mit kell meghatározni? (Mi az ismeretlen?) A felelet pl. az lehet — A haszon — Mik vannak megadva? — A fa vételára, a mázsánkénti szállítási költség és a fa eladási ára. — Mit tudunk a vételárból és szállítási költségből kiszámítani? — A kiadást. Aztán hogy megyünk tovább? (Csak egész gyenge tanulónak adunk ilyen egyszerű esetben is mankót a hóna alá azzal a kérdéssel, hogy a bevételből és a kiadásból mit lehet kiszámítani. A többi ezt az egyszerű lépést vezetés nélkül is képes megtenni.) — A bevételből a kiadást levonjuk és akkor megkaptuk a hasznot s ezzel a feladatot megoldottuk.

A tervszerű kidolgozást a megoldás közben is követeljük meg. Domborítsa ki mindig a diák, hogy az előbb tárgyalt terv melyik részénél tartunk. A fontosabb mozzanatokat mindig emeltessük ki, pl.: most kifejeztük az ismeretlent, az egyenletet rendezzük stb. Ezekre fektesse a tanuló a fősúlyt, ezeket említse meg, ne csak azzal foglalkozzék, hogy az 5-öt átvittük a túloldalra, egy szorzást elvégeztünk, se más hasonló aprólékoskodással. Időnyerés céljából megtehetjük azt is, hogy könnyebb példa tervét csak a megoldás közben dolgozza ki a tanuló, nem pedig a példa elején. A lényeges az, hogy a tervszerűséget sohase hagyjuk veszendőbe menni.

A megoldás közben is gyakran kérdezzük meg a tanulóktól, hogy milyen fontosabb lépéseket végeztünk eddig. (Az egységbefoglaló és átfogó gondolkodásmód kitűnő nevelése). Pl.: Meddig jutottunk el a megoldásban? — És a tanulóknak meg kell mondania azt pl., hogy kifejeztük az x-et, vagy kiszámítottuk a cosinus tétellel a háromszög harmadik oldalát... stb.

— És hogy haladunk tovább? — Felelet erre pl. az lehet, hogy helyettesítjük a kapott értéket a másik egyenletbe és abból a még ismeretlen szöget meghatározzuk.

Számítás közben és az egyenlet felállításakor gyakran kérdezzük meg, mi a jelentése a felírt képleteknek. (Pl. a tiszta jövedelem, az évi kamat, stb.) Sokszor feneketlen tudatlanságról tudjuk ily módon lerántani a leplet. Igy pl. egy tanítványom az egyenlet felállításakor felírta a sebesség képletét. Mikor megkérdeztem, hogy az a kifejezés mit jelent (éppen egy tört volt ottan), azt felelte, hogy az idő. Elutasító válaszomra azután a leglehetetlenebb fogalmakat kezdte felsorolni. Nagysokára közelébe jutott az igazságnak kijelentvén, hogy az a tört egy utat jelent. — Milyen utat? — kérdeztem tőle. — Az első gyorsfutó útját. — Mégse út lesz egészen az a tört, nézze meg, osztva is van valamivel! — Igen, az idővel. — Hát akkor micsoda az ottan? — faggattam tovább a keményfejű legényt. — Az egy mp. alatt megtett út. — Van annak külön neve is! Hogy mondjuk röviden a másodpercenként megtett utat? — Sebességnek.

Sok tanulóban a céltudatosság annyira hiányzik, hogy azt sem veszi észre, mikor van készen a példa. Már rég meg van az eredmény és ő rendületlenül számolna még tovább. Nem ritka ennek az ellenkezője sem, mikor a kidolgozás kellős közepén megáll valami apró részleteredménynél és büszkén jelenti, hogy megoldotta a példát.

Emlékezzünk meg arról a derék csemetékről is, akik a tanáruk nagy örömére a harmadik, negyedik lediktálás után még a példát sem képesek megérteni és elmondani. Ennek azonban már nem tanár az oka, ilyen esetben a mostanában — sajnos — eléggé háttérbe szorult kiválogatás, illetve kirostálás segít.

Egy másik érdekes jelenség: A diák befejezte a megoldást, kijelenti, hogy $x = 6$. És azzal már menne is a helyére. Hogy aztán az a 6 micsoda, kilométer vagy pengő, esetleg a gazda teheneinek a száma, az már őt nem érdekli. De nagyon sokszor nem is tudja.

Hosszú és kitartó munkával, még a házi dolgozatok ellenőrzésére sem sajnálva a fáradtságot, lehet csak az említett rendellenességeket megszüntetni.

A házi dolgozataiban szokja meg a tanuló, hogy a szöveges példa még nincs készen, ha a felállított egyenlet gyökeit meg is határoztuk. Csak akkor van befejezve, ha a szövegben feltett kérdésre is megfeleltünk. Nem elég tehát a házi példa végére odaírni, hogy $x = 4$, hanem azt is hozzá kell tenni, hogy az a 4 a testvérek számát jelenti.

Megtörténik az is, hogy könnyebb az egyenletet megoldani, mint annak eredményéből a szövegben feltett kérdésre válaszolni. Néha az a tanulságos eset is előfordul, hogy a levezetett megoldás nem felel meg a példa természetének. Pl. egy vízmennyiségre negatív szám adódik. Vagy kijön, hogy az adott esetben a munkások száma $^3/_4$. Esetleg a példa olyan másodfokú egyenletre vezet, melyek gyökei komplex számok. Vagy a két gyök valós ugyan, de csak az egyik felel meg a példa természetének. Ne mulasszuk el az alkalmat, hogy ezek közül egy-kettőt megismertessünk a tanulókkal! Ha lehet, a megoldás használhatatlanságát a példa természetéből is vezessük le. Igen tanulságos (alkalmazások szempontjából is) a diák számára, hogyha látja: nem elég a formalizmus, hanem a nyert eredményt még diszkutálni is kell.

Sokszor nagy didaktikai értéke van, ha a megoldás befejezése után röviden összefoglaltatjuk a követett eljárást. (A lényegfelismerést is gyakoroltatjuk ezáltal.) Esetleg megkérdezzük, hogy még milyen módon lehetett volna a megoldáshoz hozzáfogni. (A fantázia és a kombináló képesség növelését segíti elő.)

A kitartó gyakorlás azonban egymaga nem elég, mint arról a 4-6. számban megjelent cikkemben is szó volt. A nagy gonddal végzett és minden fontos mozzanatra kiterjedő lélektani vizsgálatok kiderítették, hogy a gépies gyakorlást feltétlenül ki kell egészíteni módszeres gyakorlással is, melyek között az összehasonlító és a különböztető módszer áll legelől. Ezeket nagyobb időveszteség nélkül a tanítás menetébe könnyű beilleszteni. A példák megoldása közben kiragadunk néhány jellegzetesebb okoskodást és megkérdezzük a tanulóktól, mikor és milyen fajta példákban láttak már ehhez hasonlót. Vagy, hogy egy előbbi példában miért nem lehetett ezt az okoskodást alkalmazni. Azonkívül hosszabb példacsoportok kidolgozása után megkérdezzük, mi volt a jellegzetessége az ott szereplő példáknak. És még ezeken kívül is nyílik mindig bő alkalom, hogy különösebb idő igénybevétele nélkül egyes megoldásmódokat egymással összevessünk és megnézzük, mi bennük a közös és miben térnek el mégis egymástól.

Az eddigiekben egy csomó eljárásról, elméleti elvről és gyakorlati receptről volt szó, amivel a matematika oktatás ügyét óhajtjuk előbbrevinni. De az orvos is először a beteget vizsgálja meg élettani és diagnosztikai tudása alapján, azután számot vet azzal, hogy mire van szükség, melyik eljárásra, melyik receptre és milyen adagban. Mert ha semmivel sem törődve csak a betanult eljárásokat és a megszokott recepteket alkalmazzá, az orvosi hivatása egyszerű kuruzslássá süllyed. Ilyen kuruzslás lenne, ha bármilyen neveléstani recept alkalmazása előtt a neveléslélektan segítségét nem vennők igénybe és nem vetnénk alaposan számot a növendék szellemi fejlettségével. Igy pl. az alsó osztályban a lényegfelismerést és a logikus gondolkodást fejleszteni igen sokszor meddő fáradozás. Ezért az első három osztályban a példák gyakorlásának célja és módszere egészen más kell, hogy legyen, mint a felsőbb osztályokban.

Akad azért bőven csiszolni és tökéletesíteni való az alsó három osztályban is. Már egy másodikos diáknak is fel kell ismernie pl. egy következtetés kidolgozásakor, hogy mely mennyiségeknek van hasonló szerepük. Hogy, mondjuk, a példában szereplő 400 pengő ugyanolyan szerepet játszik, mint a 100 pengő, mert mind a kettő tőke. Ennélfogva egymás alá kell őket írni. És egészen biztosaknak kell már lenniök abban, hogy melyek tartoznak össze (melyek írandók egy sorba) a felsorolt adatok közül. És amikor nézi az ember sokszor majdnem közepes tanulók dolgozatait, vagy a feleleteiket hallgatja, mégis számtalanszor előfordul, hogy a kamat alá a tőkét, sőt az évet írják. Az együvé tartozó adatokat pedig a legképtelenebb módon keverik össze. Előfordult már az is, hogy a ház évi jövedelmének a helyére a betét kamatlábát írta az egyik tanítványom. Igaz, hogy most csak kirívó eseteket említettem. De ha a baj nem is ilyen súlyos, mégis az ország legkülönbözőbb vidékein instruktorkodás közben szerzett tapasztalataim alapján az a véleményem, hogy ezen a téren nagyon sok tennivaló van még.

A hármasszabály (ill. következtetés) gyakorlásánál fel kell ismernie az alsó osztályos tanulónak, mikor van egyenes, mikor fordított arányosság. A szöveges feladatok között mely feladatok vezetnek szorzásra, melyek osztásra stb. Pl. ha egy ötvözet kg.-ként 500 gr. ezüstöt tartalmaz, mennyit tartalmaz 1.5 kg.? (Egy ilyen típusú, ennél alig bonyolultabb példát egy negyedikes diákom nem tudott megoldani. De még ötödikes magántanítványaim között is többször volt alkalmam hasonló tájékozatlanságot észlelni.)

Még meg se jelent ez a cikk és már is volt alkalmam több, ál lásban levő tanártársam bő tapasztalatokon nyugvó véleményét meghallgatni ezekről a kérdésekről.

„Lehet, hogy érnek ezek a dolgok valamit — mondták az előttük fekvő fogalmazványra — de honnan veszünk rá időt? Amíg a latin nyelv „Kevesebb óraszámban nem érdemes tanítani“ ürüggyel visszahódította régi, túlméretezett óraszámát, azalatt a matematika óraszáma egyre csökkent. Nincs idő még arra se, amire kellene, nemhogy ilyesmikkel érnénk rá bíbelődni.“

Azt hiszem azonban, nem lesz teljes egészében elveszett az az idő, amit a példák céltudatos és tervszerű megoldásának az oktatására szentelünk. Legnagyobbrészt meg fog térülni azáltal, hogy kevesebbszer fog állni a diák tanácstalanul a táblánál, nemcsak a drága időt fecsérelve, hanem a tanár idegeit is alaposan igénybe véve.

Különben is, csak eleinte fog nehezebben menni a tervszerű megoldás, később már majdnem magától megy. Legfeljebb néha kell csak egy-két kérdéssel vagy út aigazítással segíteni a tanárnak is. Legalább is a magántanítványaim révén rendelkezésre álló kevés tapasztalatom ezt a föltevést látszik igazolni. *Hálásan venném, ha működésben levő kartársaim szívesek lennének a rendelkezésükre álló értékes tapasztalatok alapján az itt közölt tervek alkalmazhatóságáról részletesebb tájékoztatást és adatokat nyujtani.*

Jó alkalom módszerünk gyakorlására és alig vesz külön időt igénybe, ha óra elején a házi példa megbeszélésekor megérdezzük a tanulóktól, hogyan csinálták meg a példát? Mik voltak a nehézségek? Utána összehasonlíttatjuk egymással a különböző megoldási módokat stb. Az egész kérdezősködésünk alig vesz egy-két percet igénybe. Ezenkívül az a haszna is megvan, hogy ellenőrizzük vele a diákokat, vajjon önnállóan csinálták-e meg a házi példát. Az említett kérdezősködést már csak ezért is ajánlatos elvégezni.

De még, ha időt is vesztenénk miatta, ne sajnáljuk rá azt se! Mert csak huzamos és kitartó, gyakran fáradságot és időt követelő munka árán tudjuk elérni, hogy a példák megoldása az legyen, aminek lennie kell: a szellemi képességek kibontakozásának melegágya, minden egyes kidolgozás pedig az értelem egy-egy harmónikus és művészi mutatványa!

Strausz Antal.