

gyen a társadalomnak. Vannak kimagasló egyéniségeink, akik a tanítás nehéz és fáradságos munkáján kívül tudományos munkájukkal is megbecsülésre tettek szert nem csak belföldi, de külföldi viszonylatban is.

Kartársaim, kik kinn éltek a Természet szabad ölen, kiknek az Isten megadta a lehetőséget arra, hogy hazánk megismerésén is dolgozhassatok, vegyétek a fáradságot és kutassátok azt a magyar földet, mely mindannyiunknak hazát adott. Legyen ez a munka önzetlen, nemes, és becsületes, melyen keresztül csak becsülni és szeretni fogják tudni azt a tanítót, akit talán ma még felületesen kezelnek és más szellemi mértékkel osztályoznak.

Papp Károly.

Matematika-oktatásunk és a magyar észjárás.

Az érettségik, az összefoglalások, a magán- és javítóvizsgák, mások óráinak látogatása, s a tanári pályán által nyújtott sok-sok egyéb alkalom mind megannyi ablak, melyen keresztül nemcsak más tanár munkájába, de a másik tárgy műhelyébe is bepillanthat az ember. Az ilyen bepillantás a mennyiségtan tanárnál mindig keserű zamatú mediatációt eredményez, ami azzal a lemondásteli akkorddal végződik, hogy: »Sajnos ez a matematikában nem megy!« A többi tárggyal szemben ugyanis itt az eredménytelenség kirívóan nagymérvű. A legtöbb, ami elérhető, hogy növendékeink többé-kevésbé megtanuljanak számolni, a matematikai gondolkodásmódra való nevelés a tanulók nagy többségénél elérhetetlen ábránd marad. A »mennyi«-vel még csak megbirkózik a tanulócsereg, de a »hogyan« és a »miért« megemészthetetlen marad számukra. Ez a tény annál szomorúbb, mert e szempontból feltűnően jobb a helyzet a latin, germán, angolszász, stb. népeknél.

A felületes gondolkodás arra az eredményre vezethet ezek után, hogy talán a magyar ember nem alkalmas anyag a matematika tanulására s a matematikai gondolkodásmód elsajátítására. De milyen jogon kockáztassunk meg ilyen állítást olyan népről, mely a Bolyaiakat adta a világnak? A sikertelenség oka nyilván másutt van, s erről szeretnék az alábbiakban szólni.

A matematikai feladatok megoldása két, élesen elkülöníthető részből áll: valami érték, amit meg kell határoznunk, a »mennyi«, és a mód, ahogyan ez a meghatározás sikerülhet, a »hogyan«; illetve más vonatkozásban, valami »mennyi«-ség, ami létezik, és a miként, ahogyan ezt a létezést bizonyossá tehetjük magunk és mások előtt, a »miért.«

Nyilvánvaló, hogy az első, a matematikai tartalom, az emberi gondolkodástól független: kétszer kettő mindig és mindenütt négy. Ezzel szemben a második rész, a matematikai forma élesen magán viseli a gondolkodó ember észjárásának sajátos, egyéni vonásait. Például

1) L. Janus-arcú matematika a középiskolában. Nevelésügyi Szemle VI. 3—4 sz.

a 4 és 9 mértani középarányosa egyaránt 6, akár a $4 : X = X : 9$ arány-pár algebrai megoldása útján, akár a 4+9 hosszúságú átmérő fölé rajzolható félkörben szerkesztés útján határozzuk is meg. Az előbbi utat a spekulatív arab, az utóbbit a szemléletes görög gondolkodásmód hozta létre. Más, hasonlóan élesen különböző út az arab és görög gondolkodás között például a többtagok szorzása, amit az arab gondolkodás formálisan (algebraian), a görög ellenben tiszta geometriai úton, szemléletesen intézett el. Vagy — hogy necsak konkrét feladatokat, hanem feladatcsoportot is említsünk példaképpen — utalunk a geometria görögös szintetikus, és latinus (franciás) analitikus felépítésére. A kétféle forma közötti lényeges, alapvető különbség mindenki számára nyilvánvaló, amiképpen az is világos mindenki előtt, hogy a különböző mód ellenére a tartalom; a mennyiségi, alakbeli, stb. viszonyok azonosak. A két merőben különböző matematikai forma természetesen azonos összefüggésekre, tételekre vezet.

Nem vitás ezek után tehát, hogy a matematikai gondolkodás formája azonos tartalom esetében is esetenként különböző lehet. Csak azt kell még átlátunk, hogy gondolkodásunk formáját, — ha nem is teljesen, de legnagyobb részben — annak a nyelvnek formális sajátossága alakítja ki, módosítja, melyet használunk.² Gondolkodásunk formai része két komponensből tevődik össze: egyik rész a velünk született adottság, a másik a tanult, a fejlesztett, az elsajátított rész. Ez utóbbi függ attól, hogy milyen annak a nyelvnek, melyen gondolkodunk, formai sajátossága, hiszen gondolataink és gondolkodásunk formába öntője a nyelv.

(Nemcsak a formális gondolkodást alakítja ki döntő mértékben az általunk használt nyelv sajátos formálisága, hanem ezen túlmenően más téren is alakítja lelki tulajdonságainkat. A magyar ember fegyelmehetlenségének oka nagyrészt éppen a magyar nyelv kötetlen, liberális szerkezetében keresendő, viszont annak, hogy például a német ember olyan feltűnően nagymértékben fegyelmezett, parancsteljesítő, elsősorban a német nyelv kivételesen kötött szórendje, zárt formája az oka.)

Minden nyelvhez tartozik tehát egy sajátos gondolkodási forma, amit a nyelv használója, művelője akarva-akaratlanul elsajátít. Ez az elsajátított forma nagyrészt átszínezi a saját, a velünk született gondolkodási készségünket. Természetesen minden nyelvhez tartozik egy sajátos színezetű matematikai gondolkodási forma is, jellegzetes »hogy« és »miért«, amint erre fentebb már láttunk néhány példát is. Ha nem maradtunk volna az elemi matematika síkján, a felsőbb mértékben még jellegzetesebb, még érdekesebb nyelvi jellegzetességeket sikerült volna kimutatni, de ez — szakszerűsége miatt — talán nem tarthatna számot e lapban az általános érdeklődésre.

Ezek után emlékezzünk arra, hogy a magyar közép és felsőoktatást Mária Terézia óta szinte tegnapig Bécs irányította, ránkényszerítve anyagot és feldolgozási formát egyaránt. (Úgy érzem, az elemi oktatást a mi kérdésünk szempontjából nem kell figyelembe vennünk.) Ami a matematikát illetően annyit jelent, hogy évszázadokon át egye-

²) E tény részletesebb kifejtése helyett legyen szabad talán csak utalnunk Karácsony Sándor írásaira.

tem és középiskola indogermán formákkal akart matematikai gondolkodásmódra nevelni finn-ugor formákban gondolkodó embereket. Viszont nemzeti önállósodásunk e téren sem formában, sem tartalomban nem hozott lényeges változást. Úgy is mondhatnók, hogy idegen nyelven akartunk és akarunk matematizálni. Olyan idegen nyelven, melyet növendékeink nagy része nem ért.

(Hogy a mai európai matematika tisztára indogermán jellegű, arra legjobb bizonyíték a szimbolikája. Hogy csak közismert példákat említsek: $\sin x$, $\log x$, $f(x)$, mind-mind az indogermán nyelvi logika szerint készített szimbólum, és az ott szokásos birtok-birtokos sorrend értelmében x -nek a szinuszát, x -nek a logaritmusát, x -nek a függvényét jelenti. A magyar nyelvi logika éppen az ellenkezőjében, már ez maga is sokszor zökkenőt, nehézséget okoz sok növendékünkknél, akiknek minden tanári munka ellenére a fentiek ködösen és kialakulatlanul a szinusznak az x -ét, a logaritmusnak az x -ét jelentik. Az $f(x)$ -szel még ennél is gyökeresebb baj adódik a VII. osztályban, amikor előkerül a közvetett differenciálás, s a gyermek benne semmiképpen sem valaminek a függvényét látja, hanem a függvénynek valamijét jelenti számára a fenti szimbólum. Ezek után elképzelhető, hogy mit ért diákjaink nagy része haláláig például a $\log \arcsin x$ -en.)

A helyzet tehát az, hogy tulajdonképpen idegen nyelven tanítjuk és tanuljuk a matematika fontosabb, formális részét. A legtöbb, ami elvárható, tehát az, hogy memoriterként sajátítsa el ezt a más nyelven gondolkodó diákagyvelő. Ez pedig természetesen kevés az eleven, értékes, használható tudás elsajátítására, kiépítésére. (Talán nem érdemtelen itt megemlítenem, hogy hazánkban azon a részein, ahol a tanulóifjúság nemcsak magyarul tud, sokkal jobb a matematikában elért eredmény. Elsősorban itt a német nemzetiségű és a németül szinte kivétel nélkül beszélő zsidó tanulóifjúságra gondolok.)

A gyökeres javítás útja ezek után kézenfekvő: *tessék magyarul, a magyar nyelv logikájának, formájának megfelelő módon tanítani a matematikát.* A baj csak az, hogy ezidőszent még senki sem tudja, mi is a magyar nyelvi gondolkodáshoz tartozó, annak megfelelő matematikai forma. Bolyaiból sem egykönnyen hámozható ki, annál is inkább, mert minket is, akik bogarásznánk, már alaposan elrontott az egy életen át való memoriterezés. Mi már matematikát természetesen csak indogermán formák szerint tudunk elképzelni, ahogy tanultuk és ahogy tanítottuk. (Nem halljuk ki a jellegzetes magyar nyelvi formát, mint ahogy a cigányzenén nevelődött fül sem érti a pentatonikus zenét.)

A magam részéről nagyon fontosnak tartottam e kérdés tisztázását és megpróbálkoztam valamilyen eredmény elérésével. A matematika sok különböző területéről összeválogattam 24 feladatot, olyanokat, amelyeknek megoldása lehetőleg független a középiskolában tanult anyagtól. A kérdések a következők voltak:

1. Bebizonyítandó, hogyha két ellipszisnek három közös pontja van, akkor három közös érintője is van.
2. Három községet az a , b és c hosszúságú út köti össze. Az utak forgalmát az A , B és C számok jellemzik. Melyik útszakasz zárható el úgy, hogy ez a lakosságnak a legkisebb fokú kényelmetlenséget okozza?

3. Egy köbdéciméteres kockát a lapjaival párhuzamos síkokkal köbciméteres kockaalakú darabokra bontunk. Hány kockát határoznak meg e síkok?

4. Becsülje meg, hogy 100! hány számjegyből áll.

5. Bizonyítsa be, hogy az $(a-b)$, $(b-c)$ és $(c-a)$ számok legalább egyike páros, ha a , b és c bármilyen egész számot jelentenek is.

6. Kössön össze n számú pontot a legkevesebb számú vonallal úgy, hogy minden pontból minden pontba eljuthassunk e vonalak mentén.

7. Szerkesszen körcikbbe négyzetet úgy, hogy a négyzet csúcsai a körcikkek területén feküdjenek.

8. Hányféleképpen helyezhető el egy kocka egy olyan rögzített, nyitott kockaalakú dobozba, melyet pontosan kitölt?

9. Határozza meg a háromszög belsejében azt a pontot, melyből mindhárom oldal egyenlő szög alatt látszik. Feltétel?

10. „ $6.8=64$ ” és „Mindkét ítélet hamis.” Bizonyítsa be, hogy e két ítélet nem lehet egyszerre igaz!

11. Bebizonyítandó, hogyha a négyszög átlói egymásra merőlegesek, akkor a szemközti oldalak négyzetösszege egyenlő.

12. A sakktábla mezői közül legfeljebb hányat metszhet át egy egyenes?

13. Az $f(x)$ folytonos függvényt úgy értelmezzük, hogy $f(a+b) = f(a) + f(b)$. Bebizonyítandó, hogy ebben az esetben $f(x)$ elsőfokú függvény.

14. Bebizonyítandó, hogy 1, 3, 9, 27 kg-os súlyokkal minden egész kg-os súly mérhető 40 kg-ig.

15. A billiárdasztal méretei 5:3. A szemközti falhoz képest milyen irányban kell az egyik sarokban lévő golyót elindítani, hogy ez a hosszabb falakon kétszer-kétszer, a rövidebbeken egyszer-egyszer ütközve a szemközti sarokban lévő golyót találja?

16. Van-e a körtől különböző olyan zárt görbe vonal, melynek bármely két párhuzamos érintője közötti távolság egyenlő?

17. Egy egypengős körül egy másik csúszás nélkül gördül. Hány körülgördülés után lesz az egyes szám helyzete ugyanolyan, mint a kiinduláshelyzetben volt?

18. Melyik a legrövidebb vonal, amely a kocka két átellenes csúcsát a kocka felszínén összeköti? Hány ilyen vonal húzható?

19. A kockát két átellenes csúcsa között megforgatjuk. Az így keletkező testnek hány konvex, hány sík és hány konkáv lapja van?

20. Hányféle szín kell ahhoz, hogy a dodekaédernek két-két szomszédos lapja ne legyen egyforma színű?

21. Hány egyforma gömbbel lehet egy ugyanakkora gömböt beburkolni úgy, hogy minden szomszédos gömb érintse egymást?

22. Az óramutató tetszőszerinti állása legyen T . Vegyük ennek többszöröseit: $1T$, $2T$, $3T$, ..., $61T$. Bebizonyítandó, hogy ezen sorozat elemeinek megfelelő időpontok közül legalább egyszer közelebb van a nagymutató az egész órához, mint egy percnyi időnek megfelelő távolság.

23. Bebizonyítandó, hogy a huszár nem járhatja be egyszeresen a sakktábla összes mezőjét úgy, hogy sarokmezőnél kezdje és a szemközti sarokmezőnél végezze!

24. A négyzetes síkrács 4 pontja határozzon meg olyan paralelogrammát, melynek sem a belsejében, sem az oldalain nincs rácspont. Bizonyítandó, hogy ennek a területe egységnyi.

Ezeket a kérdéseket szétszöttük négy közép- (szeghalmi ref., zentai áll., szegedi városi és szegedi állami gimnázium) és egy főiskola (szegedi Tanárképző Főiskola) hallgatói között és a következő kérdésekre kértünk választ:

Hol született?

Hol járt középiskolába?

Megítélése szerint mely kérdéseknek van különösen matematikai tartalmuk?

Megítélése szerint melyik kérdésnek nincs matematikai tartalma?

Melyik kérdést nem értette meg?

Mely kérdések tetszettek leginkább?

Mely kérdések tetszettek legkevésbé?

Mely kérdéseket tudná könnyen megoldani? Váolja a megoldásmenetét! (Lehetőleg több feladatét! Egy feladatnak esetleg többféle megoldását is!)

Az első két kérdés célja az volt, hogy az esetleges táji jelleg létezésére rá lehessen jönni. A következő öt kérdés a jellegzetes matematikai ízlés kipuhatolására, végül az utolsó a jellegzetes matematikai gondolkodásmód, sajátos forma felismerésére tétetett fel.

Körülbelül 500 kérdőívet kaptam vissza kitöltve, s a kérdésekre adott feleletek átvizsgálása kevés, de érdekes eredményt mutatott. Aztűnt ki, hogy a magyar nyelven gondolkodó ember a matematika területei közül a csoportelméletet, a kombinatorikát és a geometriai szerkesztéseket tartja leginkább magához illőnek, s ezeket feltűnően jobban és könnyebben tudja megoldani, mint a többi. (Mellékesen megjegyzésre méltó, hogy a Bolyaiak egy-egy dolgozata a képzetes menynyiségek megszerkesztéséről szól, és hogy Bolyai János az abszolút geometriájában is elintézi a legfontosabb típusszerkesztéseket, lehetőség, és keresztülvitel szempontjából egyaránt.) Ezzel az eredménnyel szemben szomorúan kell megállapítani azt a tény, hogy a szerkesztéssel való foglalatosságra alig-alig jut jelenlegi tanmeneteink mellett, a kombinatorika pedig felsőbb rendelkezés folytán teljesen megszűnt középiskolai anyag lenni. Az a helyzet tehát, hogy a magyar matematikai ízlésnek legjobban megfelelő témakörök közül csak egy és az is igen korlátozott mértékben szerepelhet a középiskolai tanítás során.

A jellegzetes ízléssel szemben a jellegzetes formát nem sikerült meggyőző módon felismerni a visszaküldött válaszokból. Még pedig azért nem, — mint utólag rájöttem, — mert szerencsétlen módon az ifjúság azon rétegéhez mintáztam a kérdéseket, amely már éveken át memoritert tanult matematikai forma helyett. A kérdés tisztázására más feladatsorozat lenne szükséges: egyszerű, a tehetségvizsgák és népfőiskolák ifjúságához mért kérdésekkel. Például ilyenfélekre gondolok, hogy hányféleképpen lehet felbélyegezni egy levelet, vagy milyen módon tudná megmérni egy lerajzolt, trapézalakú terület nagy-

ságát? S természetesen olyan számban kellene ilyenféle kérdőívet kitölteni, hogy annak átvizsgálása egy ember munkaképességét felhaladja. A másik járható utnak az írásos válaszok gyűjtése helyett a beszélgetéses módszer látszik, ennek azonban még nagyobb igénye van a munkát végző személyek számát és kritikáját illetően.

Dombi Béla.

Régiek mai szemmel

IX. Az embernevelő Jókai.

Kevés író életművéről mondhatjuk el oly meggyőződéssel, mint Jókaiéről, hogy igazi bibliája, folyton felüdítő forrása lett nemzetének. S mégis nem sokat mondó, sőt szintelen jellemzés lenne, ha egyszerűen a *nemzetnevelő* jelzővel illetnők. Így a szoborra merevedett nagyságokat szokták jellemezni, akiknek építő gondolatait ünnepélyesen elhelyeztük az irodalomtörténet rubrikáiban, a könyvtárak polcain, hogy csak a szakembereknek szóljanak. Jókait nem lehet ilyen hideg nagysággá merevíteni. Lehet, hogy ma írásai nem egészen úgy hatnak, mint a reformkor hősi idejében vagy az abszolutizmus gyötrő évtizedeiben, de mégis el lehet mondani, hogy Jókai ma is közvetlen hangon, melegen, vonzóan és építően szól hozzánk. Írásművéről ma is mondhatnak feltétlen dicséretet vagy kritikai szeretettől áthatott bírálatot, magasztalhatják idealizmusát vagy gáncsolhatják naív optimizmusát, értékelhetik szárnyaló fantáziáját és magyarázhatják, hogy ez a csodálatos életmű akarta a nagy világgal megértetni, milyen álmok, energiák, lehetőségek élnek az ezeréves magyarságban. Minket e pillanatban nem az esztétikai vagy szociológiai szempontok érdekelnek, hanem a friss és közvetlen erő, mellyel ma is mint egy ellenállhatatlan tűzfolyam hatol be az olvasók mesét és igazságot kereső lelkébe. Jókainak nem csak abban van az értéke, hogy eddig ismeretlen eszményeket ad, hanem abban, hogy egész valónkat megmozdítja, felrázza és megelőzve a pszichoanalízis tudományos műveleteit, *fel-színre hozza belső világunk rejtett értékeit*. Jókai még ma is «munkál» olvasóiban és ha ezek egy-egy művének olvasása közben erőseknek, jóknak, hívőknek és nagy dolgokra elhatározottaknak érzik magukat, ez nyilván mutatja az írónak és embernek közvetlen és az idők folyásától meg nem zavart kapcsolatát. És itt nemcsak a művészet örök varázsáról van szó. Nemcsak arról, ami Homerost, Cervantest, Victor Hugot, Goethet, Shakespeare-t, Dickenst, Arany Jánost örök barátainkka, kísérőinkké teszi. Az *élet és az írásmű kevés író útján mutat oly harmonikus egységet, mint Jókai pályafutásában*. Emberi tudott lenni a művészet legmagasabb csúcán is s az ő egyéni sorsának legkisebb tényei is felülemelkednek a mindennapiságon. Élete — ahogyan lepergett s ahogyan ő maga életrajzában megírja — önmagában véve vonzó, magával ragadó folyamat, melyben minden kis eset nagy eseményé nő nemcsak az ő gyermekies lelket megőrző kedélyén át, de a mi szemünkben is. Ez a közvetlenség adja meg neki az *embernevelés* nagy képességét.