

# Motorbicikli egyensúlyozása

Horváth Hanna Zsófia

Doktorandusz, BME-GPK, Pattantyús-Ábrahám Géza Gépészeti Tudományok  
Doktori Iskola

## 1. Bevezetés

Napjainkban sajnos számos baleset történik a közutakon, melynek egy része a járművek stabilitásvesztéséhez köthető. A média szereti a figyelemfelkeltő címeket, így ezekről az esetekről sokszor olyan szalagcímek alatt olvashatunk, mint „*Horror-karavánt kapcsoltak le az M7-esen a rendőrök*”, „*Bosszút állt a túlterhelt utánfutó*” és „*Döbbenetes videó, az M1-esen keresztbe fordult kamion balesetéről*”. Az utánfutók efféle balesetét okozó kigyózó mozgása és a hozzá szorosan kapcsolódó kerékszitalás jelensége megfigyelhető utánfutókon, kamionokon, buszokon, motorbiciklik kormányzott kerekénél, repülőgépek orrfutóművénél, de akár bőröndök vagy babakocsik esetén is.

Utánfutóval való közlekedés esetén a nem megfelelően megválasztott vontatási sebesség és a rakomány nem szakszerű elhelyezése jelenti a probléma fő okát. Rosszul megválasztott paraméterek esetén ugyanis az utánfutó úgynevezett pattogó, kigyózó mozgásba kezdhet. Sokszor a nemkívánatos rezgések lecsillapodnak, azonban előfordulhat az is, hogy a vontatmány elveszíti a stabilitását és felborul, ezzel akár súlyos balesetet és anyagi kárt okozva. A mozgás dinamikai vizsgálatával feltárhatók azon paraméterkombinációk, amelyek esetén ezek a balesetek elkerülhetők (Horváth és Takács, 2022a).

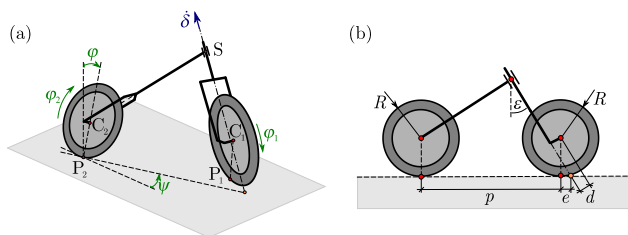
A szintén kigyózó mozgást okozó kerékszitalás (angolul „shimmy”) gyakran előfordul motorbiciklik kormányzott kerekénél. A jelenség kaotikus tulajdonsága miatt szinte véletlenszerűen hol szitalásba kezd a kerék, hol hirtelen abbamaradnak a nemkívánatos rezgések. Gyakran a motorbicikli sofőrje sem megfelelően avatkozik közbe a rezgés megfékezésébe, így a jármű felborul. A kerékszitalás elkerülése érdekében sokszor úgynevezett lengésfojtókat („shimmy damper”-t) építenek a motorok kormányzott kerekéhez. Ez azonban sok esetben rontja a jármű manőverezhetőségét, kényelmetlenné teszi annak irányítását, nem beszélve a beépítés költségéről és esztétikai hatásáról. A motorkerékpárok különböző sebességek melletti irányítása így jelenleg is erősen kutatott terület.

### 1.1. A kutatás célja

A kutatásom célja a motorbiciklik álló helyzetbeli, kormányzáson keresztüli egyensúlyozásának analitikus és numerikus vizsgálata, a *Honda Riding Assist* ötletéből kiindulva. Célom egy olyan matematikai modell felállítása és vizsgálata, amellyel a lineáris stabilitásvizsgálaton felül, kormányaszög-szabályozó algoritmus tervezése is megvalósítható. Egy olyan közelítő nemlineáris modell felállításával foglalkozom, amelyben a nagyobb kormányaszögek figyelembe vehetők, míg a jármű dőlésszöge a lineáris tartományban ( $5^\circ$  alatti szögtartományban) marad. A kutatás további fázisaiban a modell egyes geometriai paramétereinek, illetve a szabályozási körben fellépő időkéés hatását vizsgálom a stabilitásra. Célom olyan paraméterkombináció megtalálása, amely esetén nagyobb időkéés mellett is szabályozható a motorkerékpár álló helyzetben.

## 2. Matematikai modell

A vizsgálat első lépéseként a motorbicikli megfelelő mechanikai és matematikai modelljét kell megalkotni. A szakirodalom alapján a kutatásomban a Whipple-féle biciklimodellt (Whipple, 1899) használok. Ebben a térbeli modellben négy merev testből áll a jármű: ezek az első és a hátsó kerék, a villa és a váz, ld. az 1. ábrát. Az egyértelmű matematikai leíráshoz hét általános koordinátát kell megválasztani, melyek: a hátsó kerék  $C_2$  középpontjának  $X$  és  $Y$  pozíciója, a  $\psi$  legyező szög („yaw angle”), a  $\varphi$  dőlésszög („lean angle”), a  $\delta$  kormányaszög, valamint az első és a hátsó kerekek saját tengely körüli  $\varphi_1$  és  $\varphi_2$  elfordulási szögei.



1. ábra: Motorbicikli mechanikai modellje az általános koordinátákkal (a) és a fontosabb geometriai paraméterekkel (b)

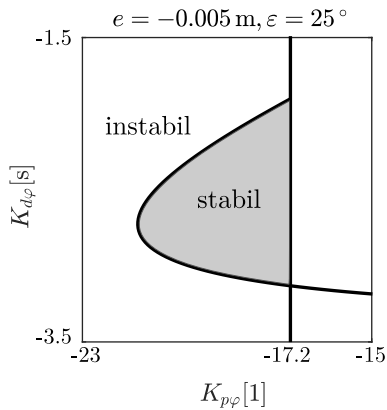
Természetesen számos geometriai és egyéb paraméter befolyásolja a motorbicikli stabilitási tulajdonságait. Jelenleg két geometriai paraméter hatására helyezem a hangsúlyt, mely az 1.(b) ábrán is megfigyelhető  $e$  utánfutás és  $\epsilon$  villaszög. Az után-

futás a királycsap tengelyének talajjal való dőféspontjának és az első kerék-talaj  $P_1$  érintkezési pontjának előjeles távolsága. Egy átlagos bicikli és motorbicikli pozitív utánfutással rendelkezik, vagyis a dőféspont az érintkezési pont előtt helyezkedik el. Ennek megfelelően egy normál kerékpár és motorbicikli első kereke tulajdonképpen nem tolt, hanem vontatott kerék. Különleges kialakítás esetén azonban az utánfutás lehet negatív is (például *Python Lowracer* fekvőkerékpár, egyes sportmotorok). Az  $\varepsilon$  villaszög a villa és a függőleges egyenes által bezárt szög. A chopper típusú motorok esetén nagy, míg sportmotorok esetén kis villaszögeket figyelhetünk meg.

A mozgást leíró differenciálegyenletek, vagyis az úgynevezett mozgásegyenletek levezethetők például Kane módszerével (Kane, 1985). A levezetés eredményeképpen adódik két másodrendű differenciálegyenlet a  $\varphi$  dőlésszöghöz és a  $\delta$  kormányzószöghöz, mely a hét, geometriai kényszer egyenletet leíró elsőrendű differenciálegyenlettel együtt alkotja a matematikai modellt (Meijaard et al., 2007, Horváth és Takács, 2022b).

### 3. Szabályozó tervezése

A motorbicikli álló helyzetben való egyensúlyozása megvalósítható például a  $\delta$  kormányzószög változtatásával, azaz megfelelő belső kormánynyomaték kivezérlésével. Mindehhez a motorkerékpár váza és villája közé egy aktuátort helyezek el. Az aktuátor vezérléséhez, első lépésként egy egyszerű hierarchikus arányos-deriváló (PD) szabályozót használok, melyben figyelembe veszem a szabályozó körben lévő időkést. A motorbicikli geometriai, valamint egyes szabályozóparamétereinek értékeit lerögzítve (Szabó, Horváth és Takács, 2021), a mozgásegyenleteket implementálva, például szemi-diszkrétizáció (Insperger és Stépán, 2011) vagy Többdimenziós Felező Módszer (Bachrathy és Stépán, 2012) segítségével vizsgálhatók a stabilitási tulajdonságok. Nevezetesen, a stabilitási határok úgynevezett stabilitási térképeken ábrázolhatók, melyre egy példát mutat a 2. ábra.



**2. ábra:** Példa stabilitási térképre: stabilitási határok (fekete vonal), stabil (szürke) és instabil (fehér) területek

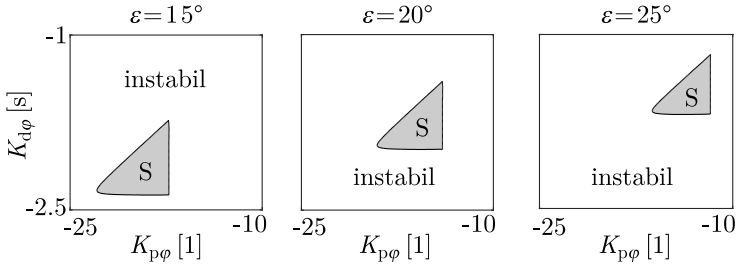
A stabilitási térképek vízszintes és függőleges tengelyein a nem rögzített értékű szabályozóparaméterek (erősítési tényezők) találhatóak meg. Feketével jelöltem a stabilitási határt, vagyis azt a határt, amit átlépve minőségi változás következik be a jármű dinamikájában. A 2. ábrán megfigyelhető  $K_{p\varphi} = -17.2$  értékhez tartozó függőleges vonal például statikus stabilitásvesztéshez tartozik: ezt átlépve a szürke zóna felől a motor rezgések nélkül veszíti el a stabilitását, eldőli. A fekete görbe a dinamikus stabilitásvesztést jelenti: a görbét átlépve a motor rezgéseken keresztül veszíti el a stabilitását. A szürkével jelölt terület a stabil terület, mely azt jelenti, hogy ha ehhez a területhez tartozó szabályozóparamétereket választunk, akkor stabil mozgást kapunk.

#### 4. Paraméterek hatása a stabilitási tulajdonságokra

Egyes paraméterek értékeit változtatva, a stabilitási térképeket alapján megmutatható a paraméterek hatása a kialakuló mozgás stabilitására. A stabilitási térképek alapján meghatározhatók a szabályozóparaméterek azon értékei, amelyeket kiválasztva stabilizálható a motorkerékpár függőleges helyzete.

### 4.1. Villaszög hatása

Az utánfutást pozitív értékűre választva, az időkésést és egyéb geometriai paramétereket rögzítve bemutatható a villaszög hatása a stabilitásra, ld. a 3. ábrát, ahol a villaszög rendre  $15^\circ$ ,  $20^\circ$  és  $25^\circ$ .

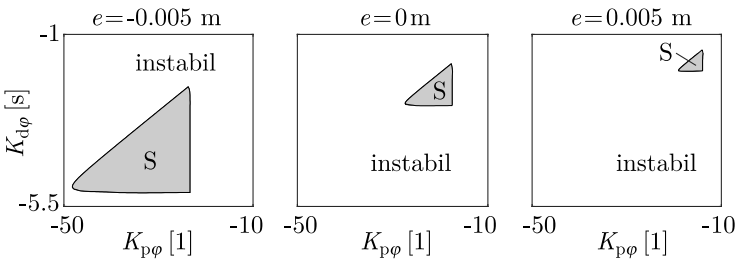


**3. ábra:** Villaszög hatása a stabilitásra pozitív utánfutás esetén, szürkével jelölve a stabil területeket (S)

Amint az a 3. ábrán megfigyelhető, a villaszög változtatásával nem változik jelentősen a stabil terület (S) nagysága, az azonban valamelyest eltolódik. Elmondható tehát, hogy pozitív utánfutás esetén a villaszög értékének nincs számottevő hatása a stabilitási tulajdonságokra.

### 4.2. Utánfutás hatása

A villaszöget, az időkésést és az egyéb geometriai paramétereket rögzítve vizsgálható az utánfutás hatása a stabilitásra, ld. a 4. ábrát, ahol az utánfutás rendre negatív, nulla és pozitív értékű.



**4. ábra:** Utánfutás hatása a stabilitásra  $20^\circ$ -os villaszög esetén, szürkével jelölve a stabil területeket (S)

Amint az a 4. ábrán látható, az utánfutásnak jelentős a hatása. Nevezetesen, a nagysebességű stabilitás szempontjából megkövetelt pozitív utánfutással szemben, az egyensúlyozási feladat számára a negatív utánfutás előnyös. Ebben az esetben ugyanis nagyobb a szabályozási paraméterek stabil tartománya ( $S$ ) és megmutatható, hogy nagyobb a maximálisan megengedhető időkéés értéke is (Horváth és Takács, 2022b).

## 5. Összefoglalás, kitekintés

A kutatás során a motorbicikli álló helyzetben való egyensúlyozását vizsgáltam. A térbeli mechanikai modell megalkotása és a mozgásegyenletek levezetése után, stabilitási térképeken ábrázolhatók az egyes paraméterek hatása a stabilitásra. Ezen térképek alapján javaslatot tehetünk a szabályozóparaméterek megválasztására. A vizsgálatok alapján elmondható, hogy a pozitív utánfutás esetén a villaszögnek csekély a hatása a stabilitásra, valamint, hogy az egyensúlyozási feladat szempontjából előnyösebb a negatív utánfutás.

Az elméleti és numerikus eredményeket a jövőben szeretném kísérleti módon igazolni. Továbbá érdemes nemlineáris vizsgálatokat is végezni, például numerikus bifurkáció-analízissel vagy numerikus szimulációk segítségével. A kutatás során elért eredmények a későbbiekben felhasználhatóak lehetnek elektromos rollerek mozgásának vizsgálata során is.

## Köszönetnyilvánítás

A kutatás a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal NKFI-128422 kódszámú és a Kulturális és Innovációs Minisztérium ÚNKP-22-3-II-BME-101 kódszámú Új Nemzeti Kiválóság Programjának a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Alapból finanszírozott szakmai támogatásával készült.

## 6. Irodalom

Bachrathy D., Stépán G. (2012): Bisection method in higher dimensions and the efficiency number. *Periodica Polytechnica - Mechanical Engineering* 56(2) pp.: 81–86. DOI: 10.3311/pp.me.2012-2.01

Honda Riding Assist: <https://global.honda/innovation/CES/2017/002.html>

Horváth H. Zs., Takács D. (2022): Stability and local bifurcation analyses of two-wheeled trailers considering the nonlinear coupling between lateral and vertical motions. *Nonlinear Dynamics* 107 pp.: 2115–2132. DOI: 10.1007/s11071-021-07120-9

Horváth H. Zs., Takács D. (2022): Control Design for Balancing a Motorbike at Zero Longitudinal Speed. 15th International Symposium on Advanced Vehicle Control (AVEC'22), Paper: Mo2D-03, 4 pages

Insperger T., Stépán G. (2011): Semi-discretization for Time-Delay Systems. Springer New York

Kane, T. R., Levinson, D. A. (1985): Dynamics: Theory and Applications. McGraw-Hill Book Company. ISBN 0-07-037846-0

Meijaard, J. P. et al. (2007): Linearized Dynamics Equations for the Balance and Steer of a Bicycle: A Benchmark and Review. Proc. of Royal Society A pp.: 1955–1982. DOI: 10.1098/rspa.2007.1857

Szabó A., Horváth H. Zs., Takács D. (2021): Simplified mechanical model for balancing a motorbike with steering at zero speed. ECCOMAS Thematic Conference on Multibody Dynamics, Budapest, 2021

Whipple, F. J. W. (1899): The Stability of the Motion of a Bicycle. Quart. J. Pure Appl. Math. pp.: 312-348